Επιστημονικός Υπολογισμός
2η Εργαστηριακή Άσκηση

Κανελλόπουλος Χαράλαμπος, Α.Μ:4994

15 Νοεμβρίου, 2014

0 Εισαγωγικά

0.1

Σύστημα : Windows 7 x64
Επεξεργαστής : Intel Core i7 950 @ 3.07 GHz
Physical Memory: 6GBytes DDR3-SDRAM 3x 2048Mb
Virtual Memory:
Cache L1: 4x 32KBytes
Cache L2: 4x 256KBytes
Cache L3: 4x 8MBytes
Write Mode: Write back

0.2

Έκδοση:Matlab R2014a

0.3

Η εντολή tic toc καλέστηκε 31 φορές χωρίς να μετρηθεί η 1η και το αποτέλεσμα ήταν 2.4195e-07

0.4

Τρέξαμε την συνάρτηση bench 6 φορές.Ο μικρότερος χρόνος φένεται από κάτω:

0.5

Το σύστημα μου δεν χρησιμοποιεί εντολές FMA.

1 Πράξεις με Πολυώνυμα

1.1

- Με την εντολή **poly()** μας δίνεται η δυνατότητα να κατασκευάσουμε ένα πολυώνυμο,αν είναι γνωστές οι ρίζες του.Οπότε για παρ'αδειγμα αν γνωρίζουμε ότι οι ρίζες ενός πολυωνύμου είναι οι ρ1,ρ2,ρ3 τότε μπορούμε να το δημιουργήσουμε, δηλαδή να βρούμε τους συντελεστές των όρων του.
- Για τον υπολογισμό τιμών ενός πολυωνύμου χρησιμοποιούμε την εντολή **polyval(p,x)**, όπου p ειναι το πολυώνυμο και x είναι το σημείο για το οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή του.Το x μπορεί να είναι ένα διάνυσμα,οπότε ο υπολογισμός θα γίνει για όλα τα στοιχεία αυτού.

1.2

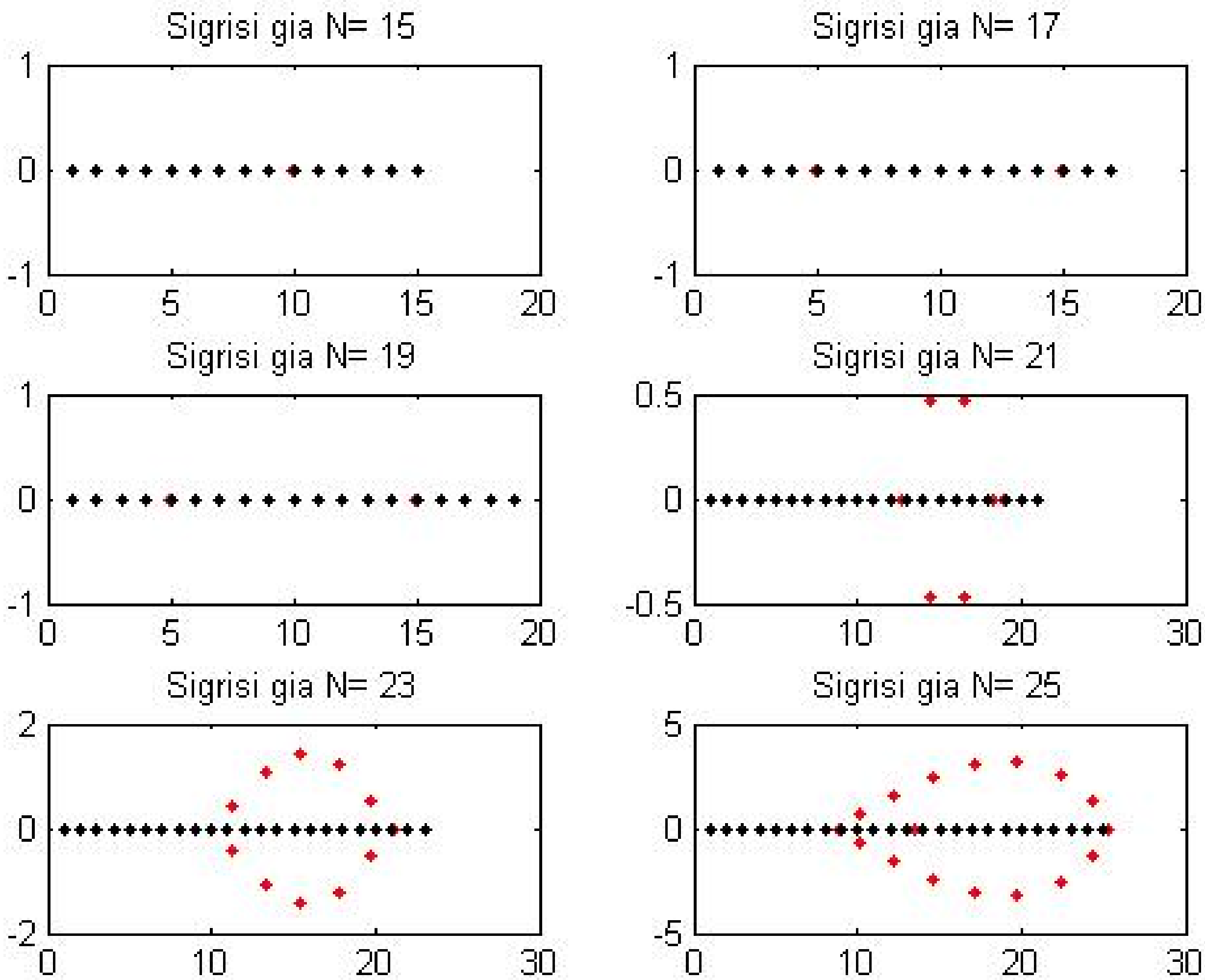
i,ii)

```
i=0;%Thetoume enan counter iso me to 0.
rizes = zeros(6,26);%Arxikopoihsh tou pinaka rizes.
p = zeros(6,26);%Arxikopoihsh tou pinaka p.
p2 = zeros(6,2);%Arxikopoihsh tou pinaka p2.
rizes2 = zeros(6,26);%Arxikopoihsh tou pinaka rizes2.
for n=[15:2:25]
    i = i+1;
    rizes(i,1:n) = 1:n;%Gia n=15:2:25 apo8ikeyoume ston pinaka rizes tis rizes tou ka8e ... polywnumou.
    p(i,1:n+1) = poly(rizes(i,1:n));%Xrisimopoioume tin poly gia na apo8ikeusoume tous ... sintelestes tou ka8e polywnumou.
    p2(i,1:2) = polyval(p(i,1:n+1),[1 n]);%Xrisimopoioume tin polyval sta simia 1,n gia na ... apothikeusoume ta apotelesmata.
    rizes2(i,1:n) = roots(p(i,1:n+1));%Xrisimopoioume tin roots gia na vroume tis rizes tou ... polywnumou.

    subplot(3,2,i)
    plot(real(rizes2(i,1:n)), imag(rizes2(i,1:n)), 'r.', real(rizes(i,1:n)),0, 'k.')
    title(['Sigrisi gia N= ', num2str(n)])%Me tin num2str(n) vazoume sto title gia ka8e ... subplot to N tou poluwnumou.
end
```

Έχοντας υπολογίσει μέσω της polyval τις τιμές των 6 πολυωνύμων στα σημεία x=1 και x=n παρατηρούμε πως έχουμε αποκλίσεις από τα αποτελέσματα που περιμέναμε να εμφανίσουμε.
Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως ενώ και για τις 6 διαφορετικές περιπτώσεις των πολυωνύμων το αποτέλεσμα που έπρεπε να επιστραφεί είναι το 0 αφού το πολυώνυμο $(x-i)$ για i από 1 μέχρι n έχει σαν ρίζες το i.Αυτό δεν συμβαίνει αφού πολλά αποτελέσματα είναι μη μηδενικά.Αυτό παρατηρούμε να συμβαίνει πρώτη φορά για N=19 και συνεχίζεται σε όλα τα υπόλοιπα αποτελέσματα μέχρι το N=25.Αυτό το φαινόμενο οφείλεται στην πεπερασμένη ακρίβεια της αριθμητικής που χρησιμοποιεί το Matlab στους υπολογισμους που πραγματοποιεί.Έτσι δεν επιτρέπεται η προσπέλαση και χρήση στις πράξεις πολύ μεγάλων αριθμων(για την δικιά μας περίπτωση για πράξεις με βαθμό πολυωνύμου μεγάλυτερο του 19.Τέλος αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να έχουμε υπερχειλήσεις κατά την εκτέλεση των πράξεων και τα αποτελέσματα τα οποία εμφανίζουμε να μην συμβαδίζουν με αυτά που περιμέναμε.

iii)



Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι μέχρι το N να πάρει την τιμή 21, οι πραγματικές ρίζες και οι ρίζες που έχουμε πάρει από την συνάρτηση roots οι οποίες είναι μιγαδικές έχουν τις ίδιες τιμές.Έπειτα παρατηρούμε οτι οι τιμές έχουν μια μικρή απόκληση το οποίο φένεται από το διάγραμμα γιατι για N=21:25 παρατηρούμε ότι το μιγαδικό μέρος των ριζών που βρίκαμε με την roots σταματαει να είναι 0i και αυξάνεται. Συγκεκριμένα για N=21 το φανταστικό μέρος σταματάει να είναι 0i κόντα στο 14 με 16.Για N=23 παρατηρούμε ότι το φανταστικό μέρος των ριζών σταματάει να είναι 0i κοντά στο στο 11 με 20.Τέλος για N=23 βλέπουμε ότι το φανταστικό μέρος των ριζών σταματάει να είναι 0ι και να παίρνει μεγαλύτερες τιμές κοντά στο 10 μέχρι το 25.

2 Αθροίσματα-Μοναδα Στρογγύλευσης

2.1

i,,ii,iii)

```
A = zeros(1,64);%Arxikopoihsh pinaka A.
B = zeros(1,64);%Arxikopoihsh pinaka B.
C = zeros(1,64);%Arxikopoihsh pinaka C.
sum = zeros(1,4);%Arxikopoihsh pinaka sum.
A = [1:64];
A = single(A);%Metatropi tou A pinaka se single precision.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
 for i =[1:64]
       sum(1,1)= sum(1,1)+A(i);%Prosthesi apo aristera pros ta deksia.
 end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=sort(A);%Taksinomisi.
 for i =[1:64]
       sum(1,2) = sum(1,2)+B(i);%Prosthesi afou sortarame ton pinaka.
 end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C=B;
 while length(C)>1
       C(2) = C(1) + C(2);%Prosthetoume ta x1+x2.
       C(1)=[];%Svinoume to x1
       C=sort(C);%Sortaroume ton pinaka C.
 end
sum(1,3)=C;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sum(1,4)=pichat(B);%klisi tis pichat
```

iv)

```
 function [s] = pichat(x)
 s = x(1);
 e = 0;
 n = length(x);
 for i = 2:n
       if abs(s) ≥ abs(x(i)) % to iosto stoixeio tou dianismatos
             [s,ei] = fast2sum(s,x(i));
       else
             [s,ei] = fast2sum(x(i),s);
       end
             e = e + ei
 end

 s = s+e;
```

```
 function [s,t] = fast2sum(a, b)
 s = a+b;
 z = s-a;
 t = b-z;
 end
```

2.2

i)

```
A = zeros(1,64);%Arxikopoihsh mitroou A
B = zeros(1,64);%Arxikopoihsh mitroou B
C = zeros(1,64);%Arxikopoihsh mitroou C
sum = zeros(1,4);%Arxikopoihsh mitroou sum.
count = 0;
A(1) = 1;%Dimiourgia tis siras taylor
for i = 2:64
    k = 1;
    for j = 1:(i-1)
        k = k*j;
    end
    A(i) = ((-2*pi)^(i-1))/k;
end
A = single(A);
for i =[1:64]
    sum(1,1) = sum(1,1)+A(i);%Athrisma apo aristera pros ta deksia.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=sort(A);
for i =[1:64]
    sum(1,2) = sum(1,2)+B(i);%Athrisma afou exei ginei taksinomisi ston pinaka.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C=B;
while length(C)>1
    C(2) = C(1) + C(2);%Prosthetoume ta x1+x2.
    C(1)=[];%Svinoume to x1
    C=sort(C);%Sortaroume ton pinaka C.
end
sum(1,3)=C;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sum(1,4)=pichat(B);%klisi tis pichat
```

ii)

```
A = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou A
B = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou B
C = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou C
sum = zeros(1,4); %Arxikopoihsh mitroou sum.
A(1:2047) = 1.0;
A(2048:2049) = 1.0e-18;
A(2050:4096) = -1.0;
A = single(A);
for i =[1:4096]
    sum(1,1) = sum(1,1)+A(i);%Athrisma apo aristera pros ta deksia.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=sort(A);
for i =[1:4096]
    sum(1,2) = sum(1,2)+B(i);%Athrisma afou exei ginei taksinomisi ston pinaka.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C=B;
while length(C)>1
    C(2) = C(1) + C(2);%Prosthetoume ta x1+x2.
    C(1)=[];%Svinoume to x1
    C=sort(C);%Sortaroume ton pinaka C.
end
sum(1,3)=C;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sum(1,4)=pichat(B);%klisi tis pichat
```

iii)

```
A = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou A
B = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou B
C = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou C
sum = zeros(1,4); %Arxikopoihsh mitroou sum.
count = 0;
for j = [1:0.0002442:2]%To vima prokiptei apo tin diairesi 1/4095 gia na isapexoun ta simia 1-2.
    count= count + 1;
    A(count)=j;
end
A = single(A);
for i =[1:4095]
    sum(1,1) = sum(1,1)+A(i);%Athrisma apo aristera pros ta deksia.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=sort(A);
for i =[1:4095]
    sum(1,2) = sum(1,2)+B(i);%Athrisma afou exei ginei taksinomisi ston pinaka.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C=B;
while length(C)>1
    C(2) = C(1) + C(2);%Prosthetoume ta x1+x2.
    C(1)=[];%Svinoume to x1
    C=sort(C);%Sortaroume ton pinaka C.
end
sum(1,3)=C;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sum(1,4)=pichat(B);%klisi tis pichat
```

iv)

```
A = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou A
B = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou B
C = zeros(1,4096);%Arxikopoihsh mitroou C
sum = zeros(1,4); %Arxikopoihsh mitroou sum.
for i = [1:4096]
    A(i)=1/(i^2);
end
A = single(A);
for i =[1:4096]
    sum(1,1) = sum(1,1)+A(i);%Athrisma apo aristera pros ta deksia.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=sort(A);
for i =[1:4095]
    sum(1,2) = sum(1,2) + B(i+1);%Athrisma afou exei ginei taksinomisi ston pinaka.
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C=B;
while length(C)>1
    C(2) = C(1) + C(2);%Prosthetoume ta x1+x2.
    C(1)=[];%Svinoume to x1
    C=sort(C);%Sortaroume ton pinaka C.
end
sum(1,3)=C;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
sum(1,4)=pichat(B);%klisi tis pichat
```

Παρατηρούμε πως όταν έχουμε σαν είσοδο το (iii) και το (iv) το script μας και με του 4 διαφορετικούς τρόπους μας δείνει το ίδιο αποτέλεσμα.Για την πρώτη περίπτωση που έχουμε σαν είσοδο μια σειρά taylor για n=64 παρατηρούμε ότι αν χρησιμοποιήσουμε double precision τα αποτελέσματα που παίρνουμε από το script είναι 19 και συμφονούν και οι 4 τρόποι.Αν χρησιμοποιήσουμε single precision παρατηρούμε ότι για τον 1ο και 4ο τρόπο έχουμε σαν αποτέλεσμα το 19 και για τον 2ο και 3ο έχουμε το 20.Για τα τελευταία υπάρχει μια μικρή απόκληση απο το single precision.Στην 2η περίπτωση για τους 3 πρώτους τρόπους είτε χρησιμοποιήσουμε double precision είτε single το αποτέλεσμα βγαίνει 0 και μόνο στον 4ο τρόπο όπου χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο άθροισης Pichat and Neumaier's έχουμε διαφορετικό αποτέλεσμα με μια απόκλιση.

3 Γραμμικά Συστήματα

3.1 Μέρος A

Αυτό που υλοποίησα ήταν αρχικά η δημιουργία των 6 διαφορετικών μητώων με την βοήθεια διαφόρων συναρτήσεων από το matlab. Τέλος, δημιούργησα 3 διαφορετικά μητρώα για τα ερωτήματα i, ii, iii.

```
n=512;
A1 = zeros(512,512);%Arxikopoihsh mytroou A1.
A2 = zeros(512,512);%Arxikopoihsh mytroou A2.
A3 = zeros(512,512);%Arxikopoihsh mytroou A3.
A4 = zeros(513,513);%Arxikopoihsh mytroou A4.
A5 = zeros(512,512);%Arxikopoihsh mytroou A5.
A6 = zeros(512,512);%Arxikopoihsh mytroou A6.
B = zeros(512,6);
x = ones(512,1);
x2 = zeros(512,6);
y=linspace(-1,1,512);
condition = zeros(1,6);
front_error = zeros(1,6);
back_error = zeros(1,6);
for k=1:n
    y2(k)=cos((k*pi)/(n+1)*k);
end
for i=1:n%Dimiourgia twn 6 diaforetikwn mitrwwn.
    A1 = randn(n);
    A2 = tril(A1);
    [L,U] = lu(A1);
    A3 = U;
    A4 = gfpp(n);
    A5 = vander(y);
    A6 = vander(y2);
end
condition(1,1) = cond(A1,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A1.
condition(1,2) = cond(A2,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A2.
condition(1,3) = cond(A3,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A3.
condition(1,4) = cond(A4,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A4.
condition(1,5) = cond(A5,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A5.
condition(1,6) = cond(A6,inf);%Ypologismos tou deikth katastashs gia to mitroo A6.
B(:,1) = A1*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A1.
B(:,2) = A2*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A2.
B(:,3) = A3*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A3.
B(:,4) = A4*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A4.
B(:,5) = A5*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A5.
B(:,6) = A6*x;%Dimiourgia tou B mesw to x kai tou A6.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Parakatw exw ton kodika gia na vriskw gia ka8e diaforetiko mitroo
%A1,A2,...,A6 ta x2 pou prokiptoun apo tin sinartisi mldivide.Epeita
%vriskoume ta front_error kai back_error mesw tis sinartisis norm.


x2(:,1)=mldivide(A1,B(:,1));
front_error(1,1) = (norm(x2(:,1)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,1) = ...
    (norm(A1*x2(:,1)-B(:,1),inf)/((norm(A1,inf))*(norm(x2(:,1),inf))+(norm(B(:,1),inf))));
x2(:,2)=mldivide(A2,B(:,2));
front_error(1,2) = (norm(x2(:,2)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,2) = ...
    (norm(A2*x2(:,2)-B(:,2),inf)/((norm(A2,inf))*(norm(x2(:,2),inf))+(norm(B(:,2),inf))));
x2(:,3)=mldivide(A3,B(:,3));
front_error(1,3) = (norm(x2(:,3)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,3) = ...
    (norm(A3*x2(:,3)-B(:,3),inf)/((norm(A3,inf))*(norm(x2(:,3),inf))+(norm(B(:,3),inf))));
x2(:,4)=mldivide(A4,B(:,4));
front_error(1,4) = (norm(x2(:,4)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,4) = ...
    (norm(A4*x2(:,4)-B(:,4),inf)/((norm(A4,inf))*(norm(x2(:,4),inf))+(norm(B(:,4),inf))));
x2(:,5)=mldivide(A5,B(:,5));
front_error(1,5) = (norm(x2(:,5)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,5) = ...
    (norm(A5*x2(:,5)-B(:,5),inf)/((norm(A5,inf))*(norm(x2(:,5),inf))+(norm(B(:,5),inf))));
x2(:,6)=mldivide(A6,B(:,6));
front_error(1,6) = (norm(x2(:,6)-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,6) = ...
    (norm(A6*x2(:,6)-B(:,6),inf)/((norm(A6,inf))*(norm(x2(:,6),inf))+(norm(B(:,6),inf))));
```