

# Introducción Grafos


## Estructuras de datos y tipos de datos


ED: Determinan la forma cómo se representa y se organiza la información.

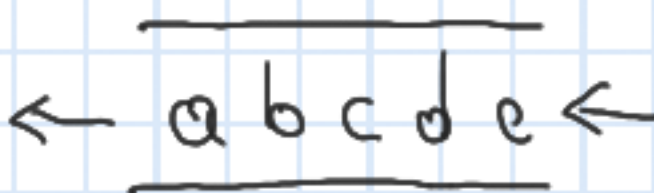
TD: Representación particular de un conjunto de valores: posibles valores y operaciones

TAD: Definición abstracta de un conjunto de valores, sus operaciones y propiedades (independiente de la implementación).

## Estructuras de datos lineales

Listas: 

Pilas: 

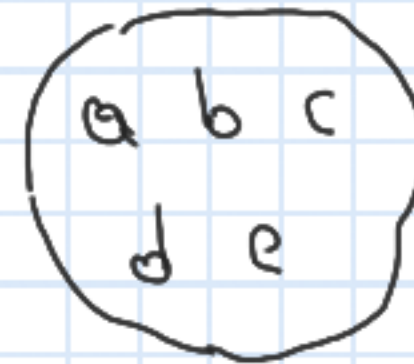
Colas: 

TDD:

0	a
1	b
2	c
3	d
4	e

Key1	a
Key2	b
Key3	c
Key4	d
Key5	e

Conjuntos:



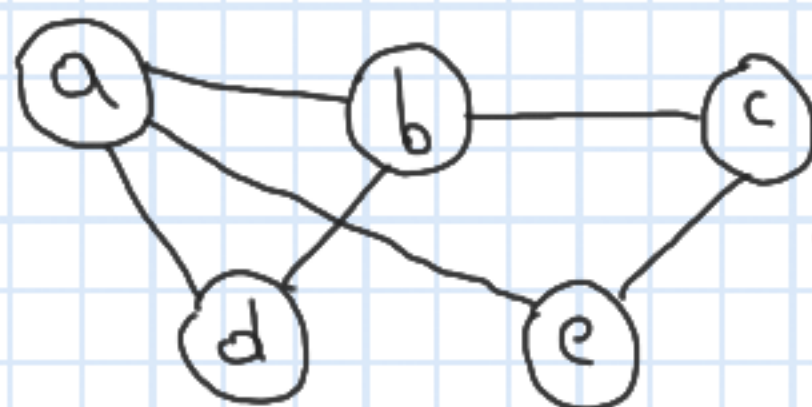
Arreglos, vectores, listas nativas

En el mundo real muchas veces los datos no están organizados de forma lineal: - jerarquías laborales, sociales, económicos, políticas  
- conexiones en redes sociales, redes eléctricas, redes viales

Es posible representar estos datos con las estructuras anteriores?

Hay alguna estructura de datos abstracta subyacente en esta información?

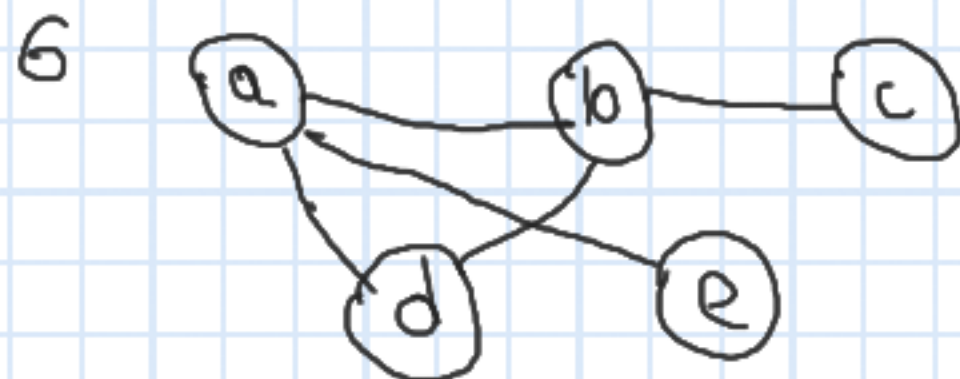
# Gráficos



conjunto de  
objetos unidos  
por arcos

**Definición:** Un grafo  $G$  es una pareja  $(V, E)$  donde:

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  es un conjunto de nodos o vértices
- $E = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_m, b_m)\}$  es un conjunto de arcos o aristas entre elementos de  $V$ , i.e.,  $\forall a_i \in V \wedge b_i \in V$



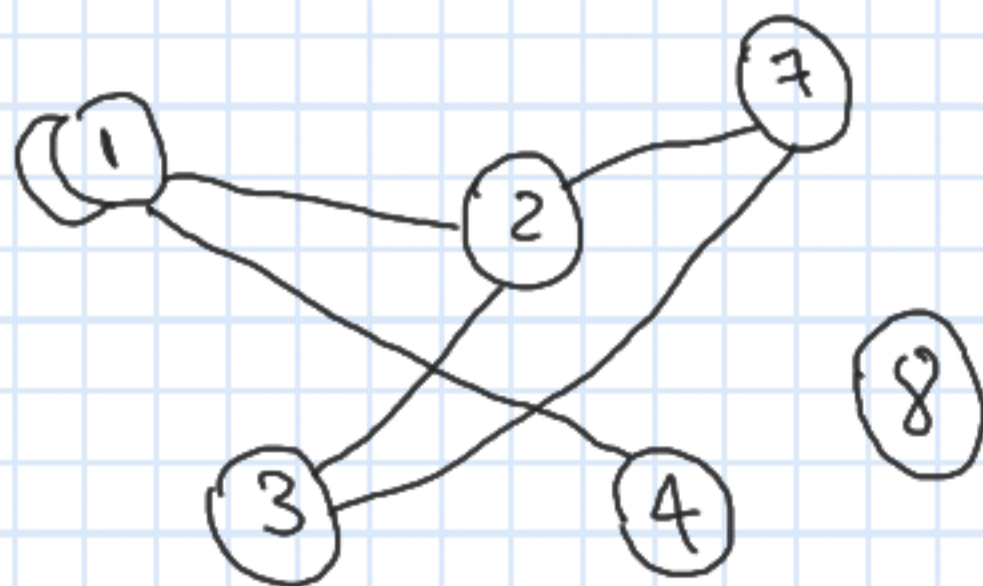
$V = \{a, b, c, d, e\}$

$E = \{(a, b), (b, a), (a, d), (d, a), (a, e), (e, a), (b, c), (c, b), (d, b), (b, d)\}$

$G = (V, E)$

$V = \{1, 2, 3, 4, 7, 8\}$

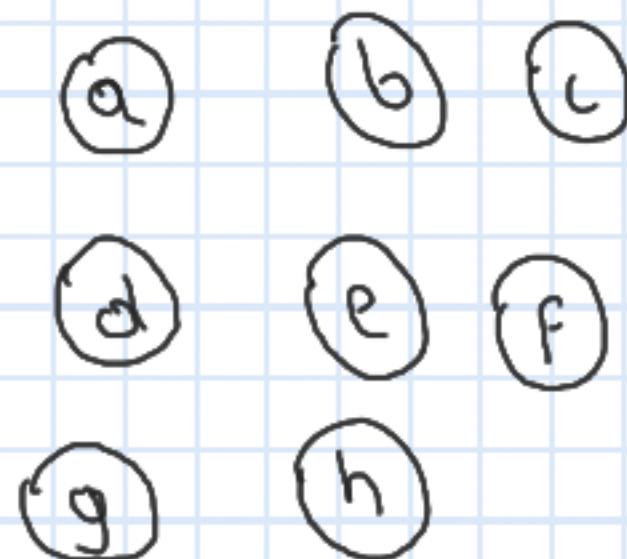
$E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 7), (7, 2), (3, 7), (7, 3)\}$



$G_2 = (V, E)$

$V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$E = \emptyset$





# Grafos Dirigidos y no Dirigidos

**Definición:** Un grafo no dirigido  $G$  es una pareja  $(V, E)$  donde:

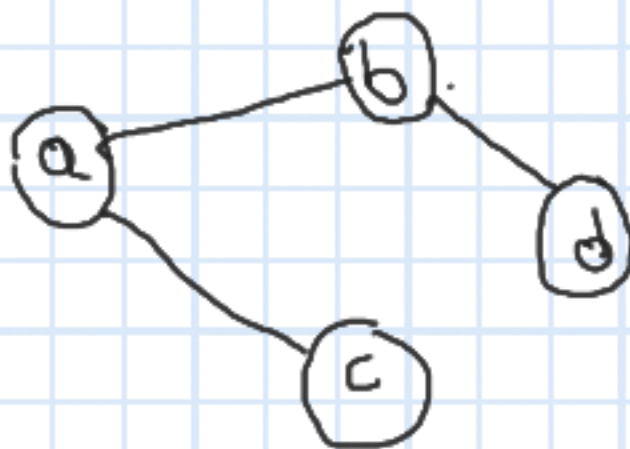
- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  es un conjunto de vértices
- $E \subseteq V \times V$  tal que  $E$  es simétrica

**Ejemplo:**

$$G_1 = (V, E)$$

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, d), (d, b)\}$$



**Definición:** Un grafo dirigido  $G$  es una pareja  $(V, E)$  donde

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

$$E \subseteq V \times V$$

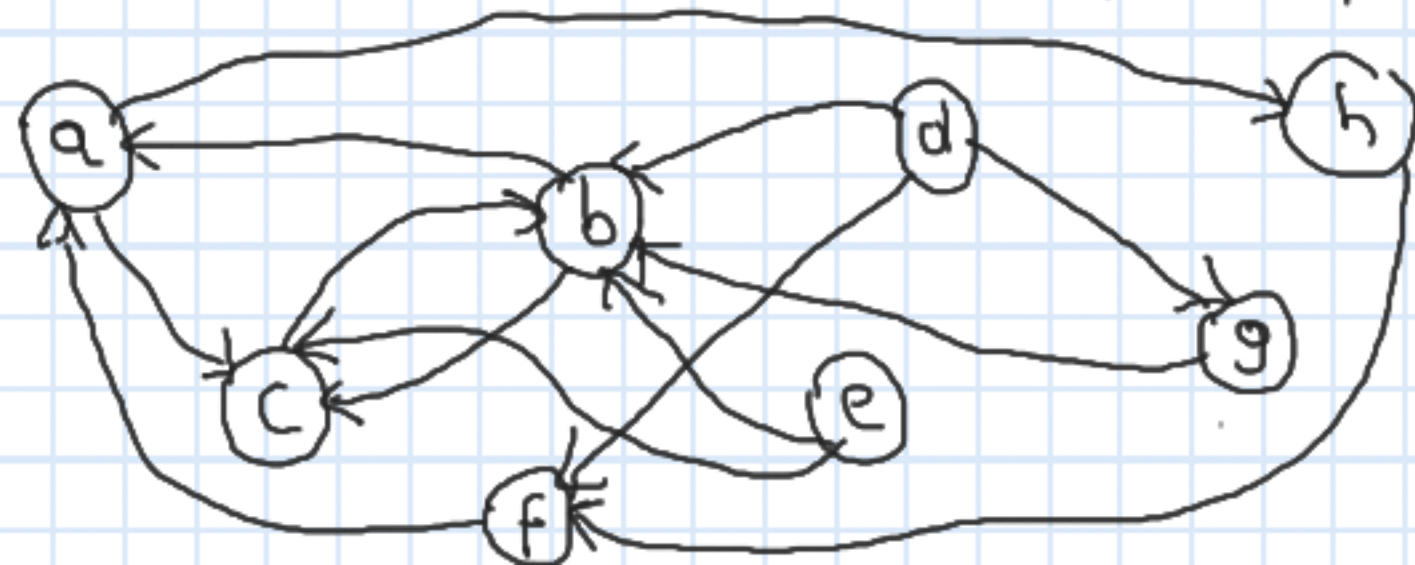
Cada  $(a, b) \in E$  es un arco que va de  $a$  hacia  $b$

**Ejemplo:**

$$G_2 = (V, E)$$

$$V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E = \{(a, c), (b, c), (c, b), (d, b), (a, h), (d, f), (d, g), (h, f), (g, b), (b, a), (e, b), (e, c), (f, a)\}$$



# grafos con peso

**Definición:** Un grafo dirigido con peso es un grafo  $G=(V,E)$  con una función de peso  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$

**Ejemplo:**

$$G=(V,E)$$

$$V=\{a,b,c,d,e\}$$

$$E=\{(a,b), (a,e), (b,c), (c,a), (c,b), (e,d)\}$$

$$f((a,b)) = 4$$

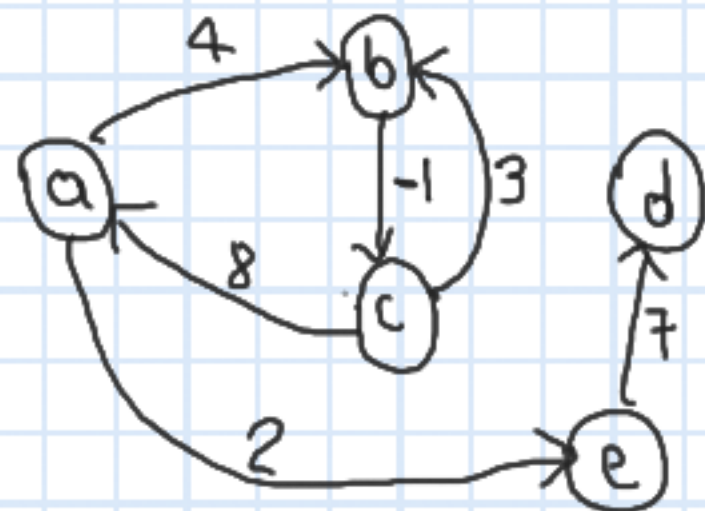
$$f((a,e)) = 2$$

$$f((b,c)) = -1$$

$$f((c,a)) = 8$$

$$f((c,b)) = 3$$

$$f((e,d)) = 7$$



$$G_2=(V,E)$$

$$V=\{1,2,4,5,6,7,9\}$$

$$E=\{(1,2), (1,4), (2,1), (2,9), (4,5), (4,9), (9,1), (6,4), (6,7), (7,4)\}$$

$$f((1,2)) = 8$$

$$f((1,4)) = 2$$

$$f((2,1)) = 1$$

$$f((7,4)) = 11$$

$$f((2,9)) = 1$$

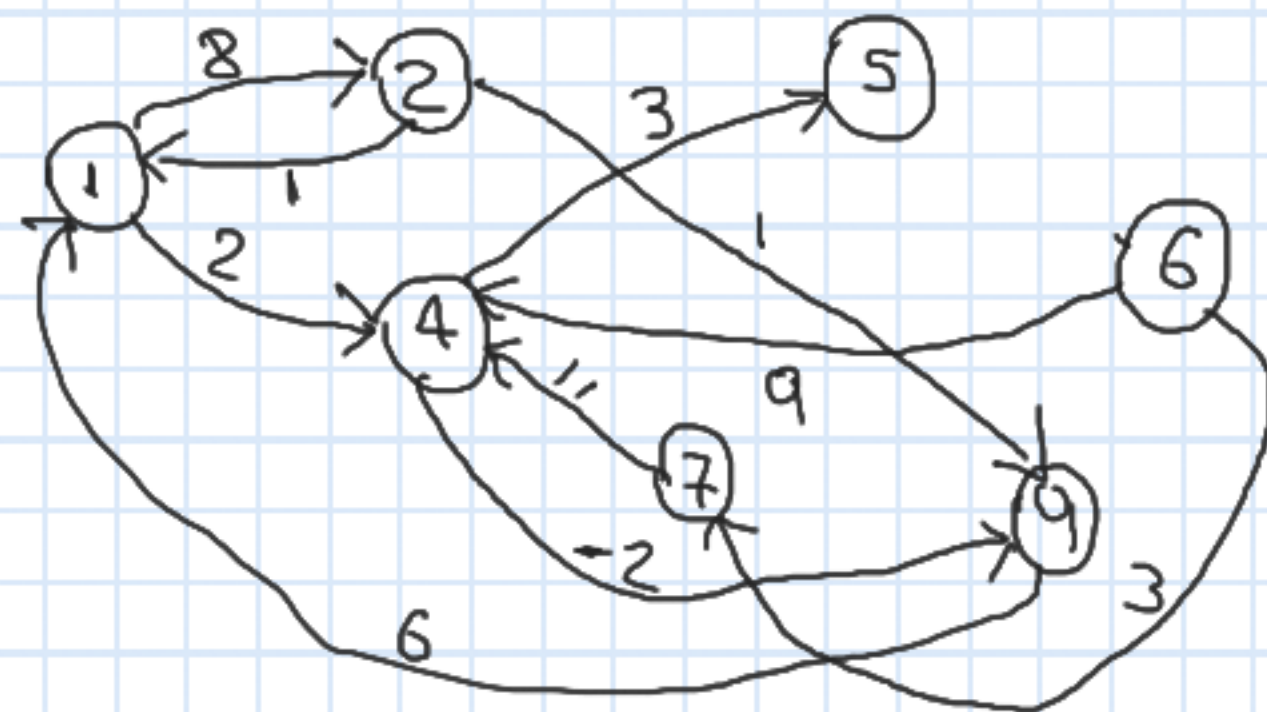
$$f((4,5)) = 3$$

$$f((4,9)) = -2$$

$$f((9,1)) = 6$$

$$f((6,4)) = 9$$

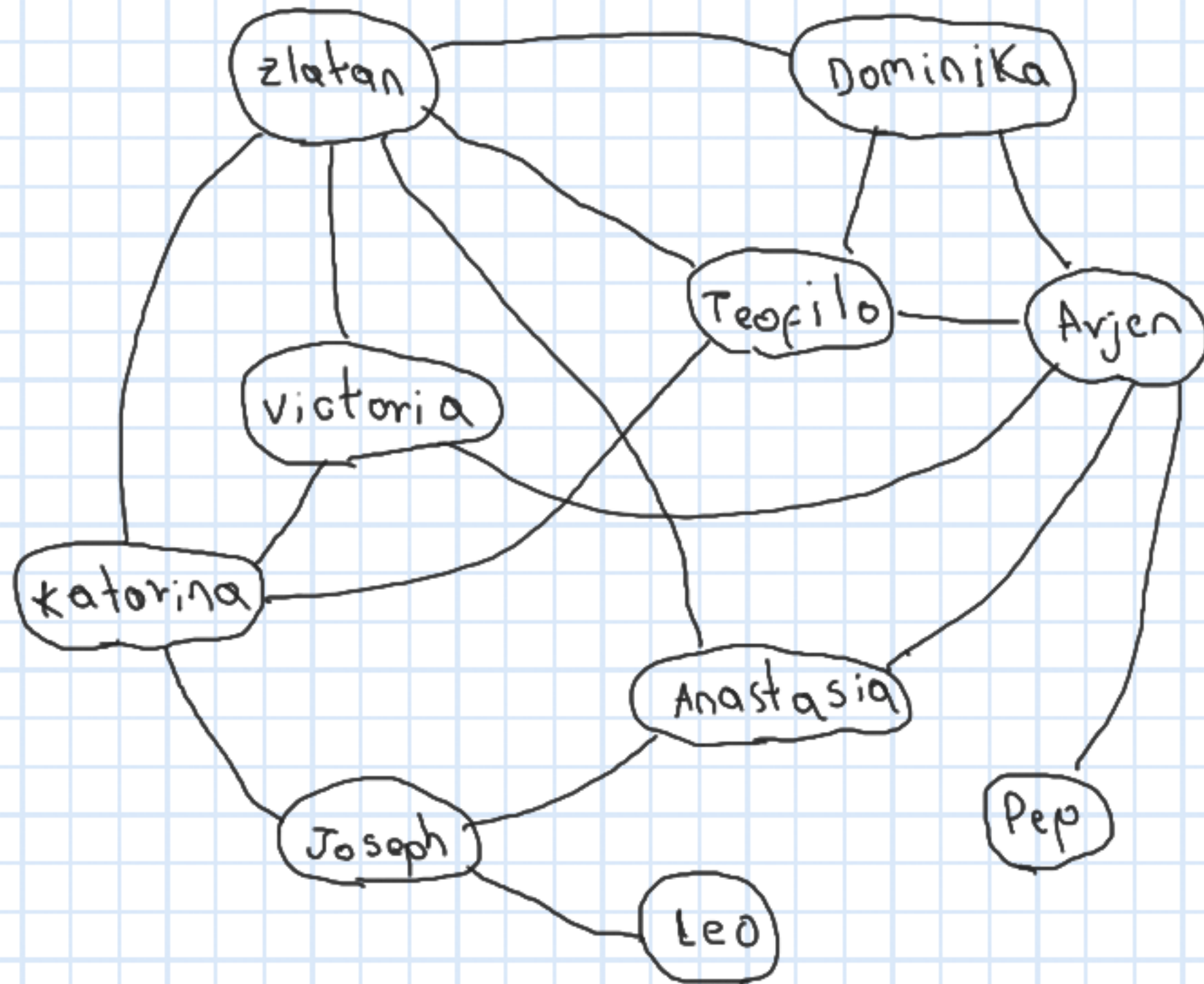
$$f((6,7)) = 3$$



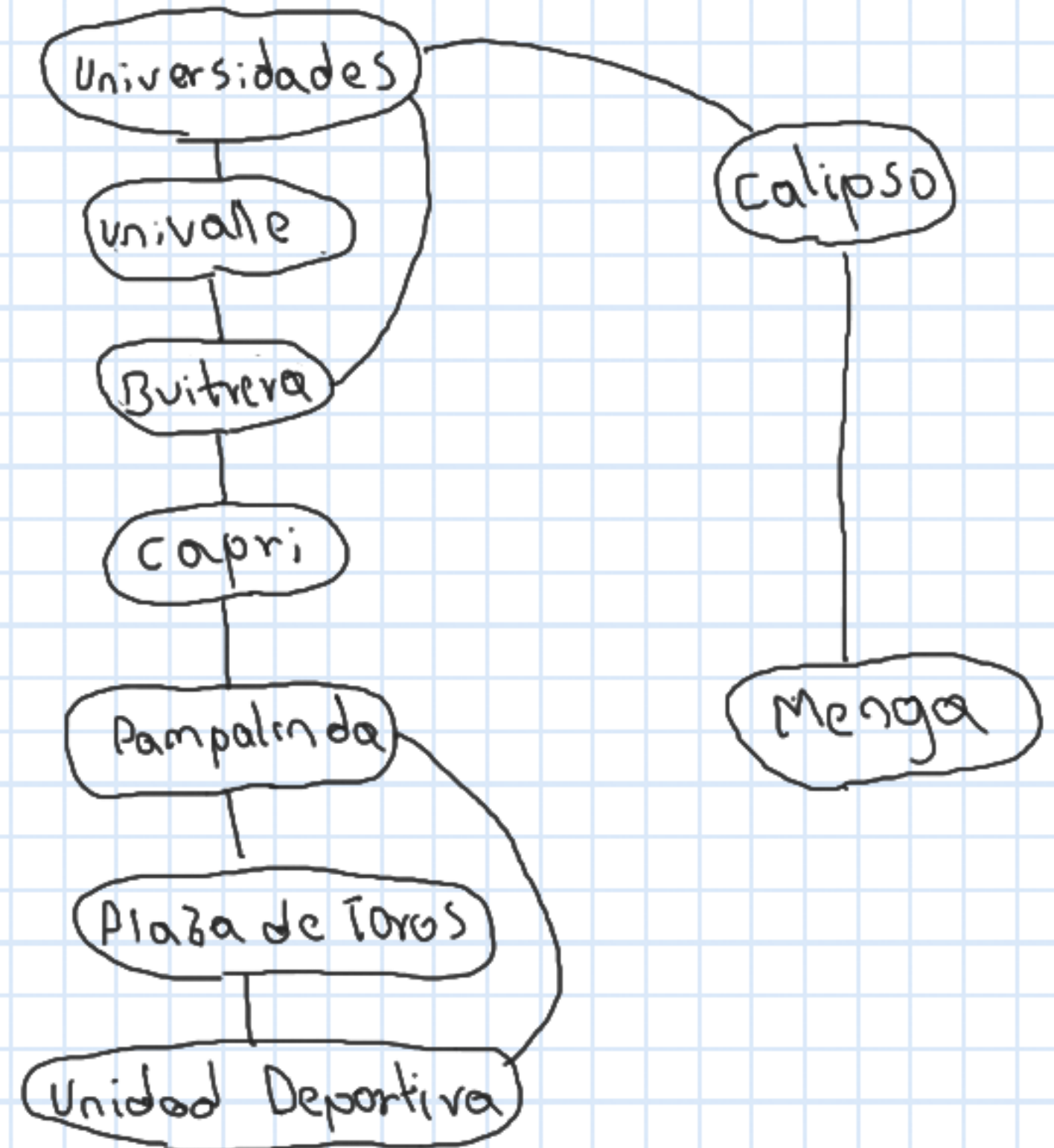


# Ejemplos Grafos

Ejemplo 1: Amigos en el carelibro:

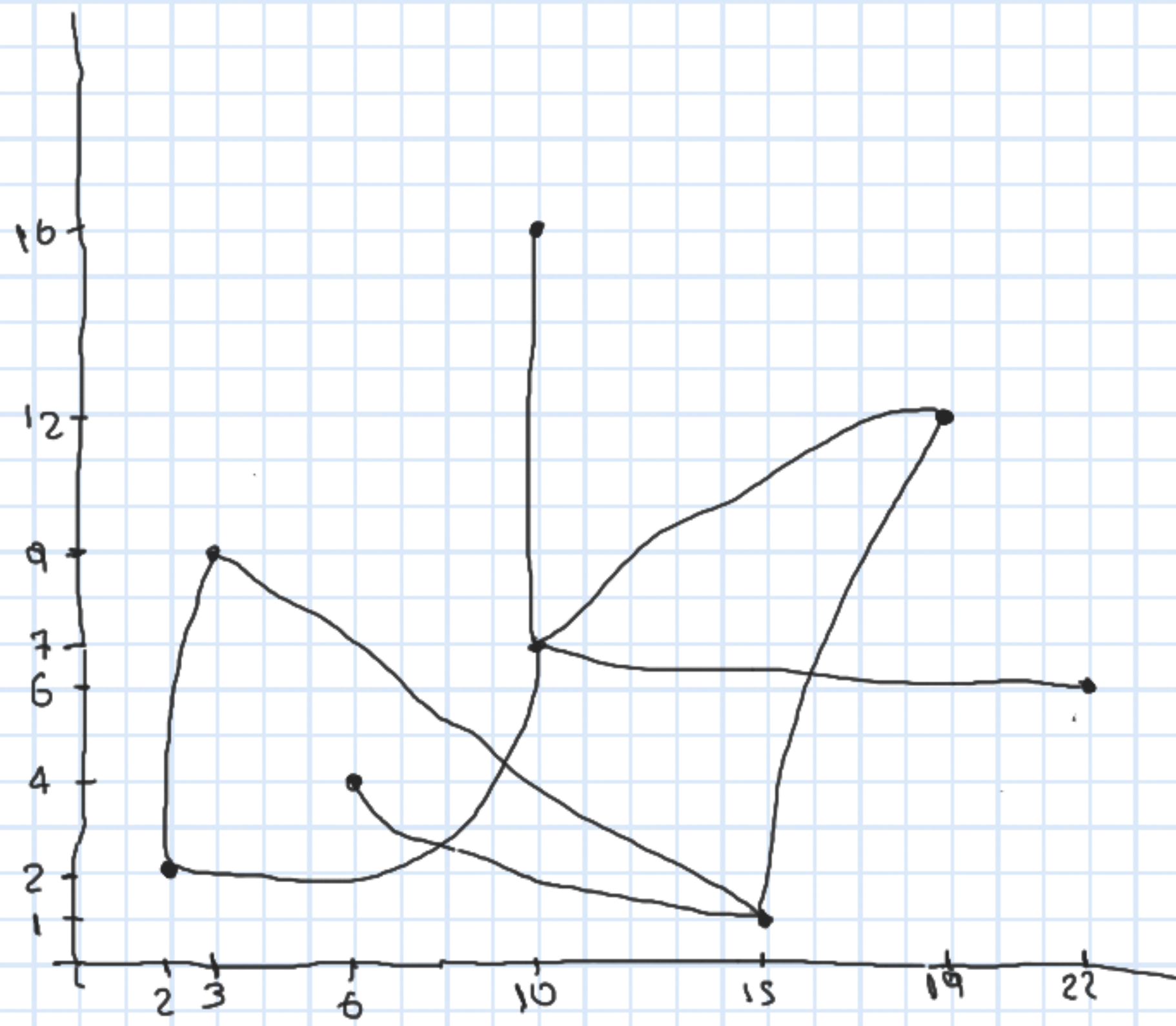


Ejemplo 2: Rutas del M10

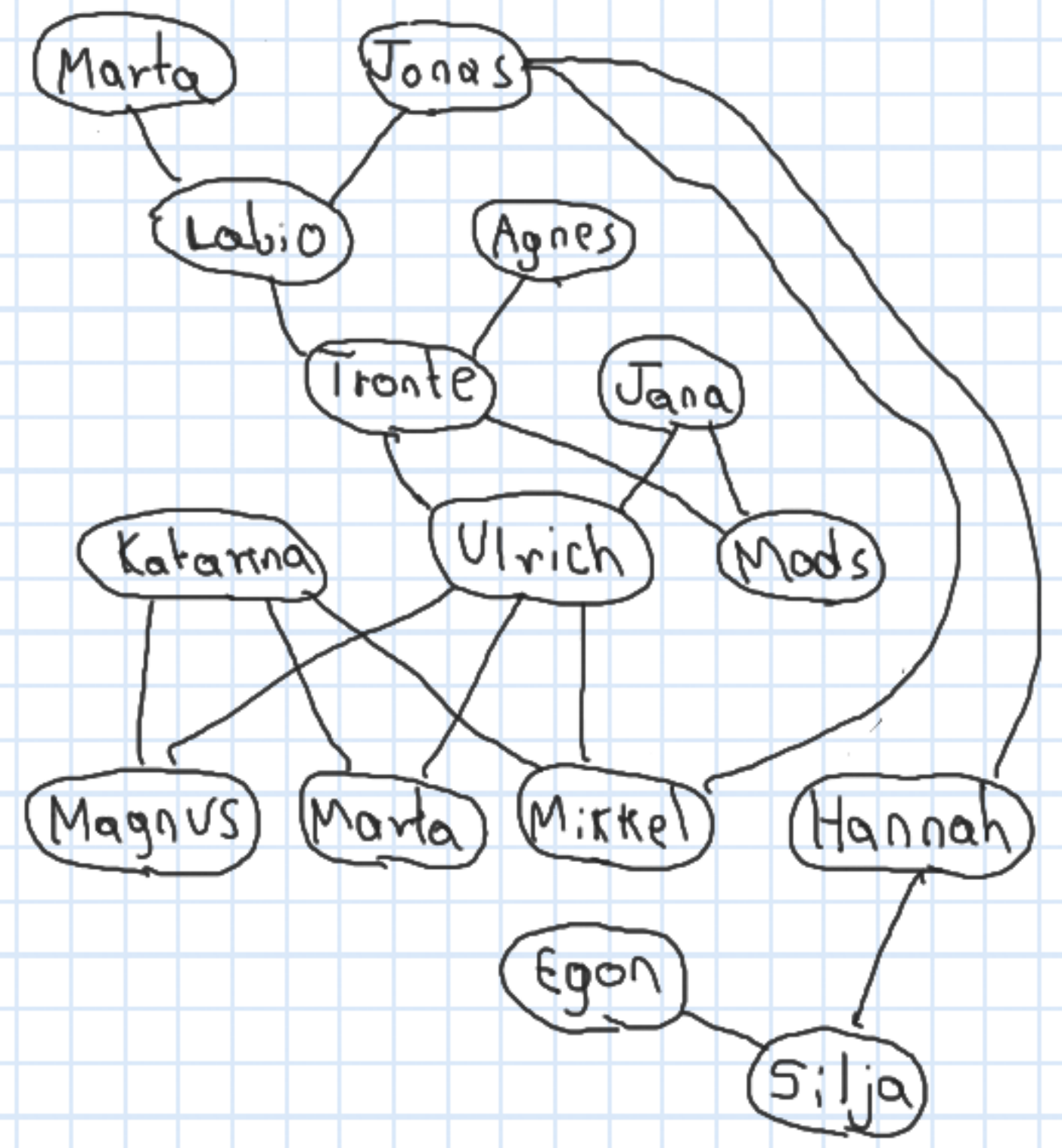


# Ejemplos Grafos

Ejemplo 3: Redes



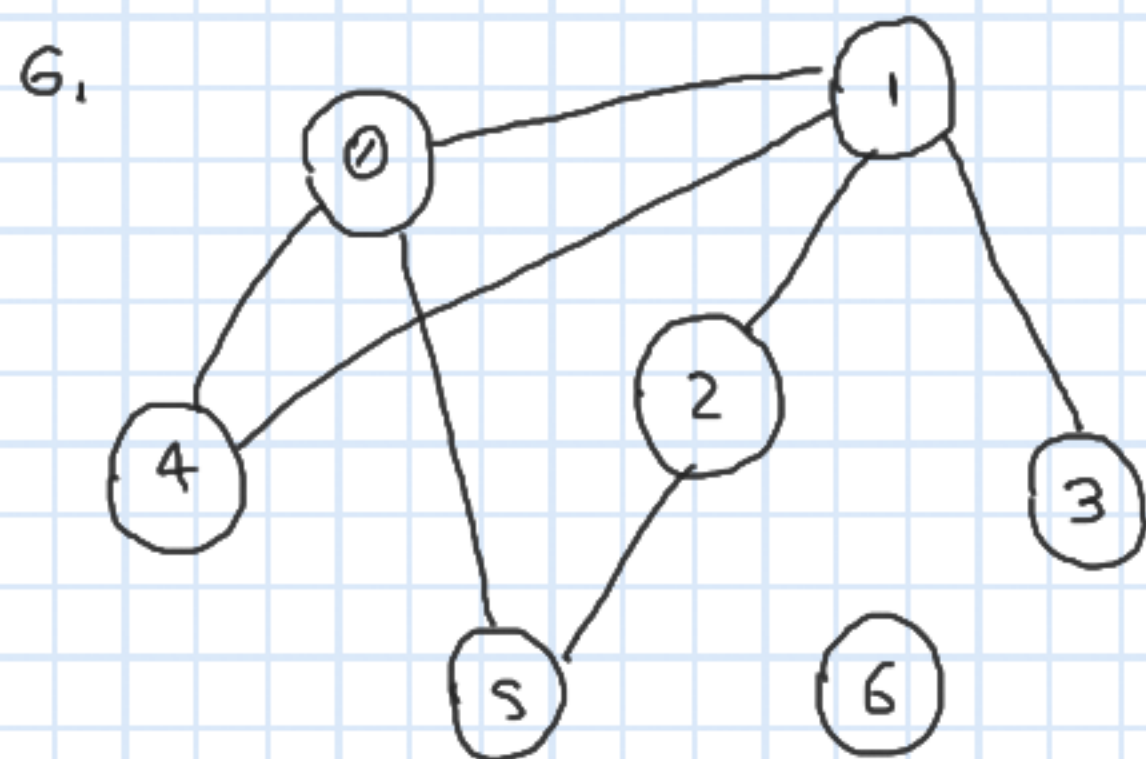
Ejemplo 4: Árbol Genealógico



# Representaciones Grafos

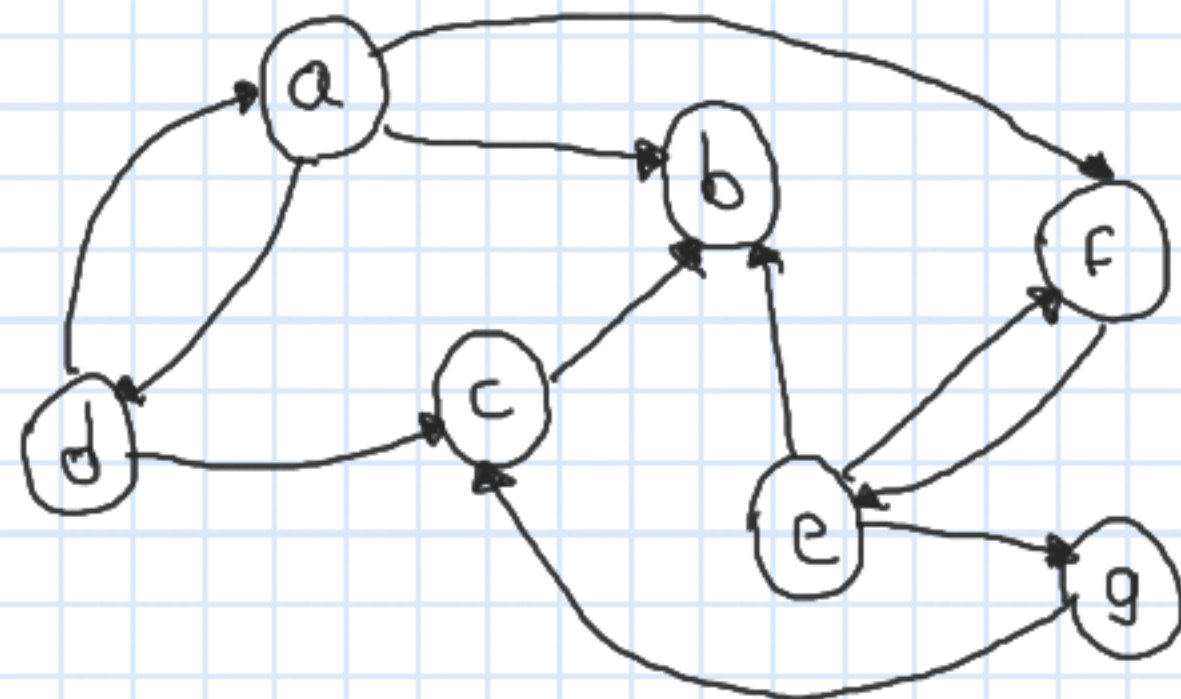
## Listos de Adyacencia:

El grafo se representa como una lista  $G$  de listas donde cada lista tiene los nodos adyacentes a cada nodo.



$G_1 = [ [4, 5, 1], \#0 \quad [0, 2], \#5$   
 $[0, 2, 3, 4], \#1 \quad [ ] \quad \#6$   
 $[1, 5], \#2$   
 $[1], \#3$   
 $[0, 1], \#4$

$G_2$

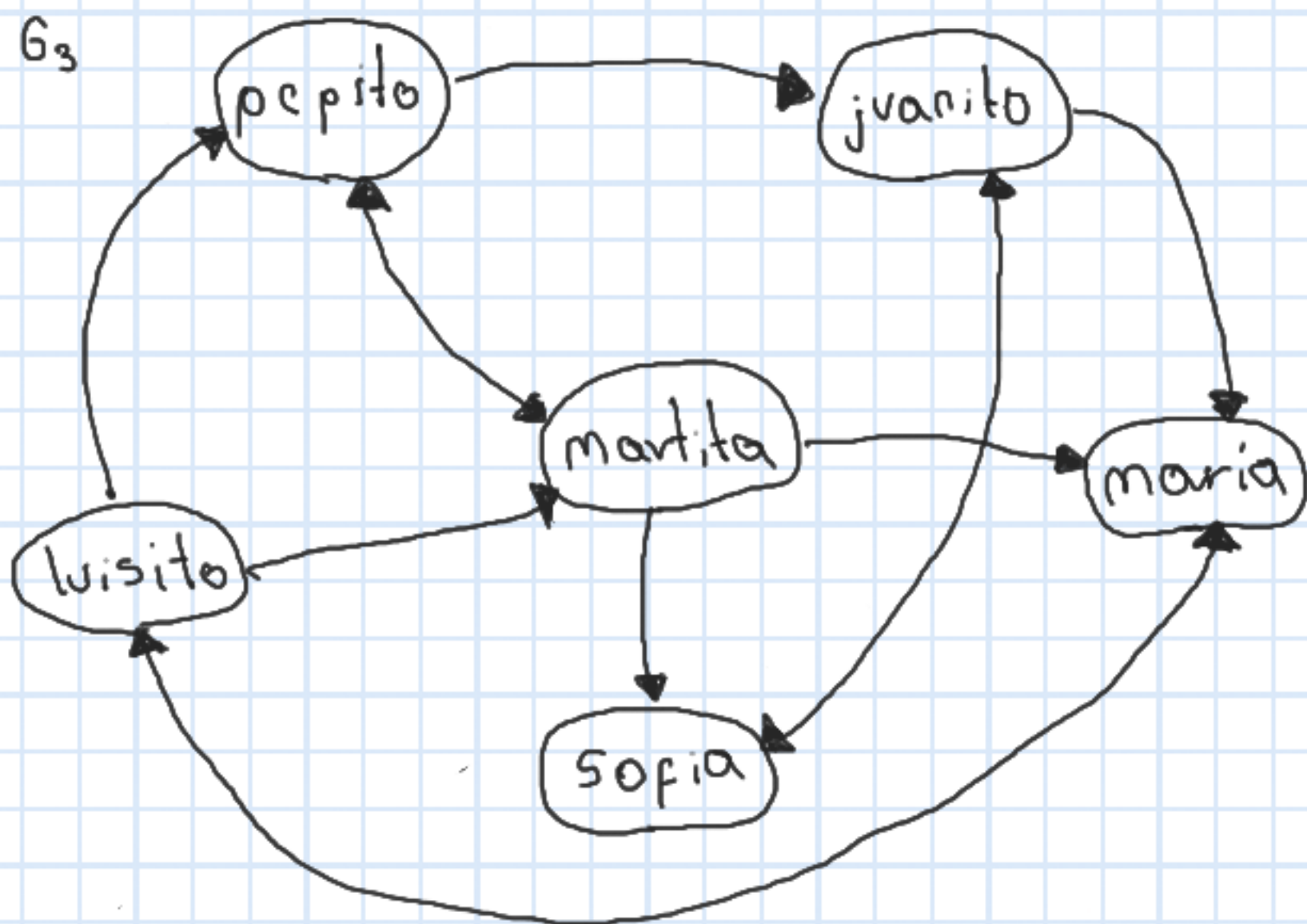


$G_2 = [ [1, 3, 5], \#a \quad id = \{ a \rightarrow 0,$   
 $[ ], \#b \quad b \rightarrow 1,$   
 $[1], \#c \quad c \rightarrow 2,$   
 $[0, 2], \#d \quad d \rightarrow 3,$   
 $[1, 5, 6], \#e \quad e \rightarrow 4,$   
 $[4], \#f \quad f \rightarrow 5,$   
 $[2], \#g \quad g \rightarrow 6$   
 $] ]$



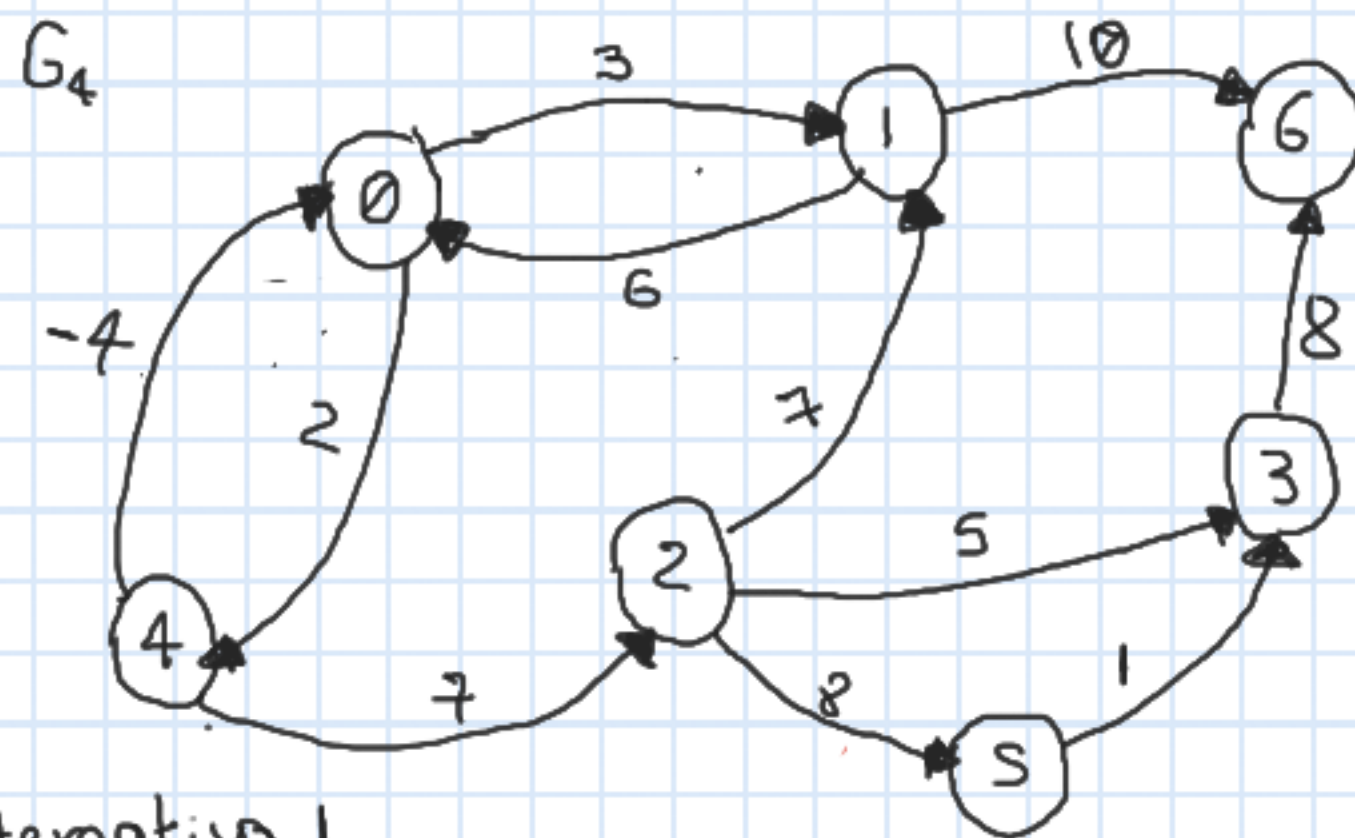
# Representaciones Grafos

Listos de Adyacencia:



id = { pepito  $\rightarrow$  0,  
luisito  $\rightarrow$  1,  
martita  $\rightarrow$  2,  
juanito  $\rightarrow$  3,  
maria  $\rightarrow$  4,  
sofia  $\rightarrow$  5 }

$G_3 = [ [2, 3], [1], [0, 2, 4], [3], [0, 4, 5], [4, 5] ]$



Alternativa 1

$G = [ [1, 4], [0, 6], [1, 3, 5], [6], [0, 2], [3], [] ]$   
 $w = [ [3, 2], [6, 10], [7, 5, 8], [8], [-4, 7], [1], [] ]$



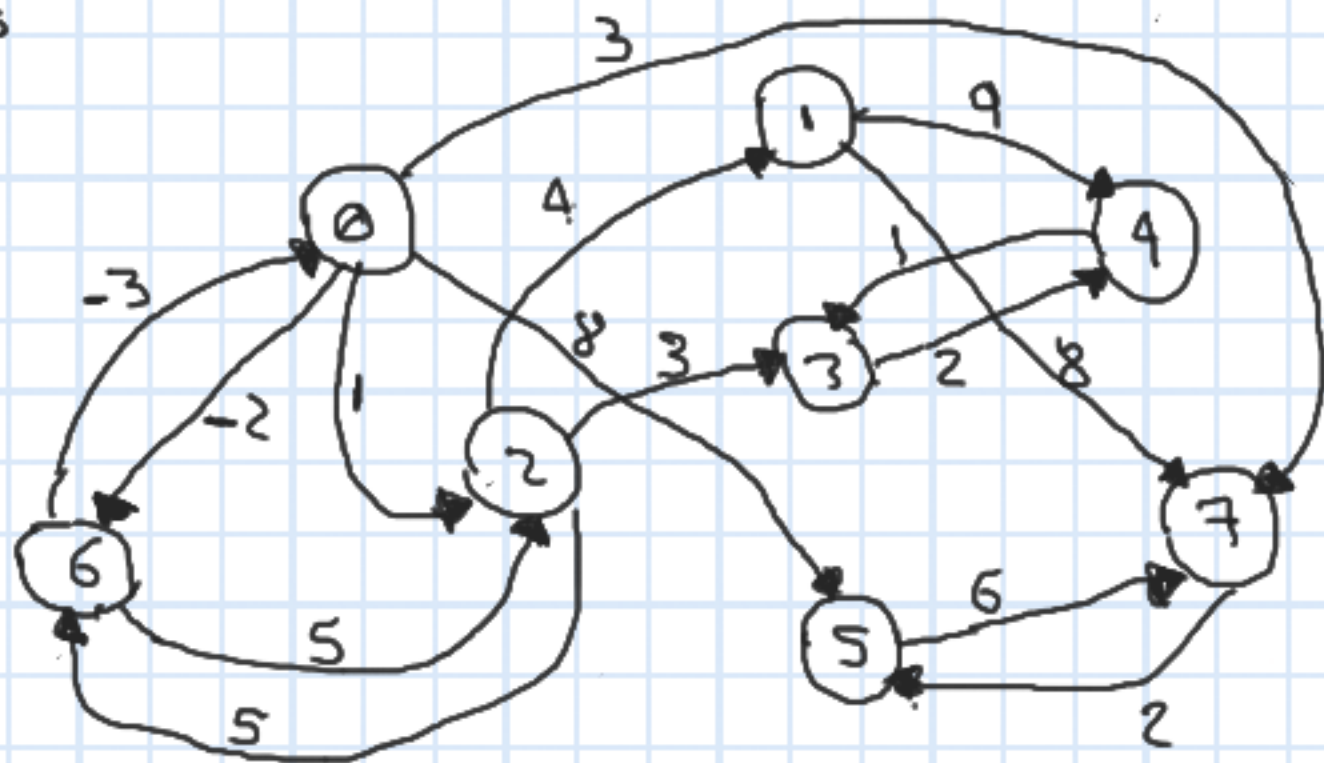
# Representaciones Grafos

## Listos de Adyacencia:

### Alternativa 2

$G = [ [(1, 3), (4, 2)], [(0, 6), (6, 10)],$   
 $[(1, 7), (3, 5), (5, 8)], [(6, 8)],$   
 $[(0, -4), (2, 7)], [(3, 1)], [] ]$

$G_s$



$G_s = [ [(7, 3), (5, 8), (2, 1), (6, -2)],$   
 $[(4, 9), (7, 8)],$   
 $[(3, 3), (6, 5), (1, 4)],$   
 $[(4, 2)], [(3, 1)], [(7, 6)], [(2, 5), (0, -3)] ]$

$[(s, 2)]$

/// ——— /// ——— /// ——— ///

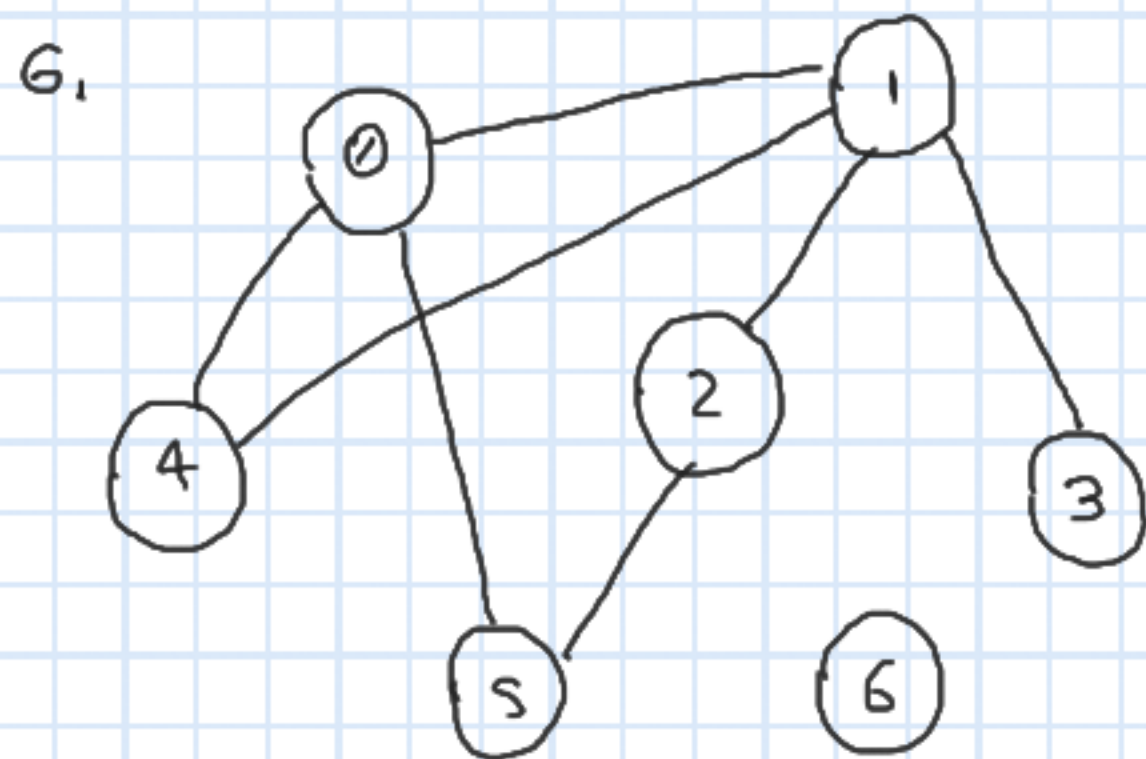
Dependiendo del lenguaje se utilizan arreglos, vectores, mapas o listas para implementar grafos con esta representación.



# Representaciones Grafos

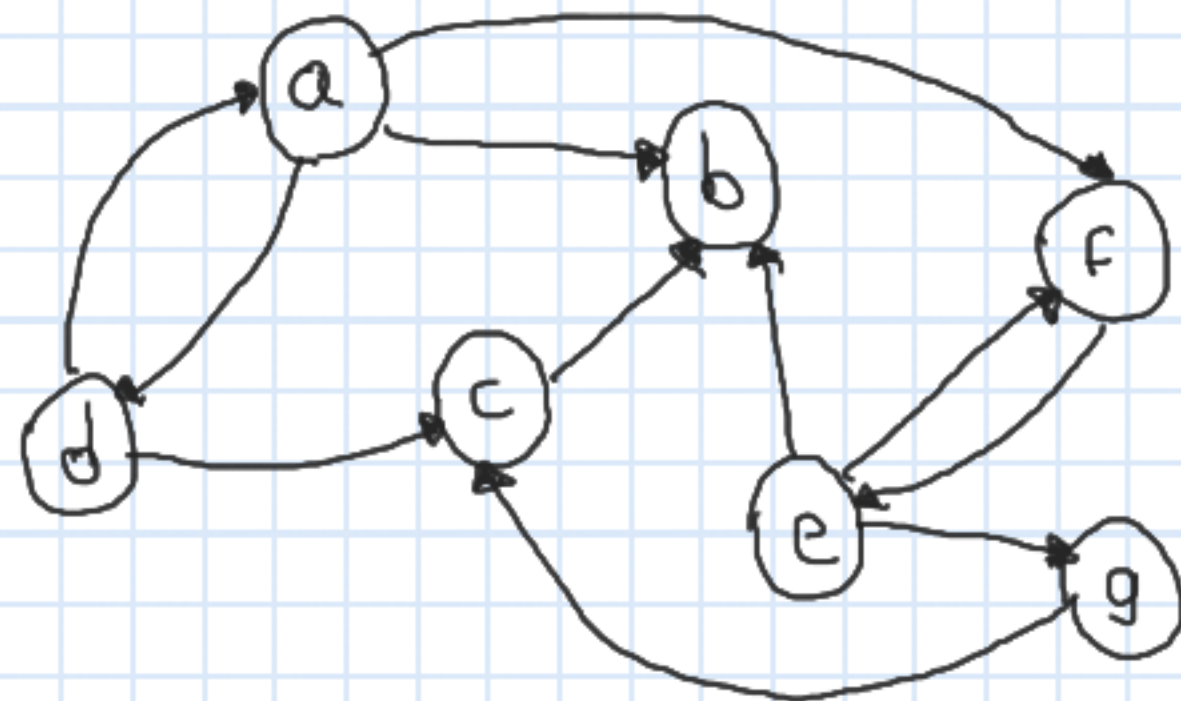
## Matriz de Adyacencia:

El grafo se representa como una matriz  $m$  de  $n \times n$  donde  $m_{ij}$  es 1 si hay una arista entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$ , 0 en caso contrario.



$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$G_2$



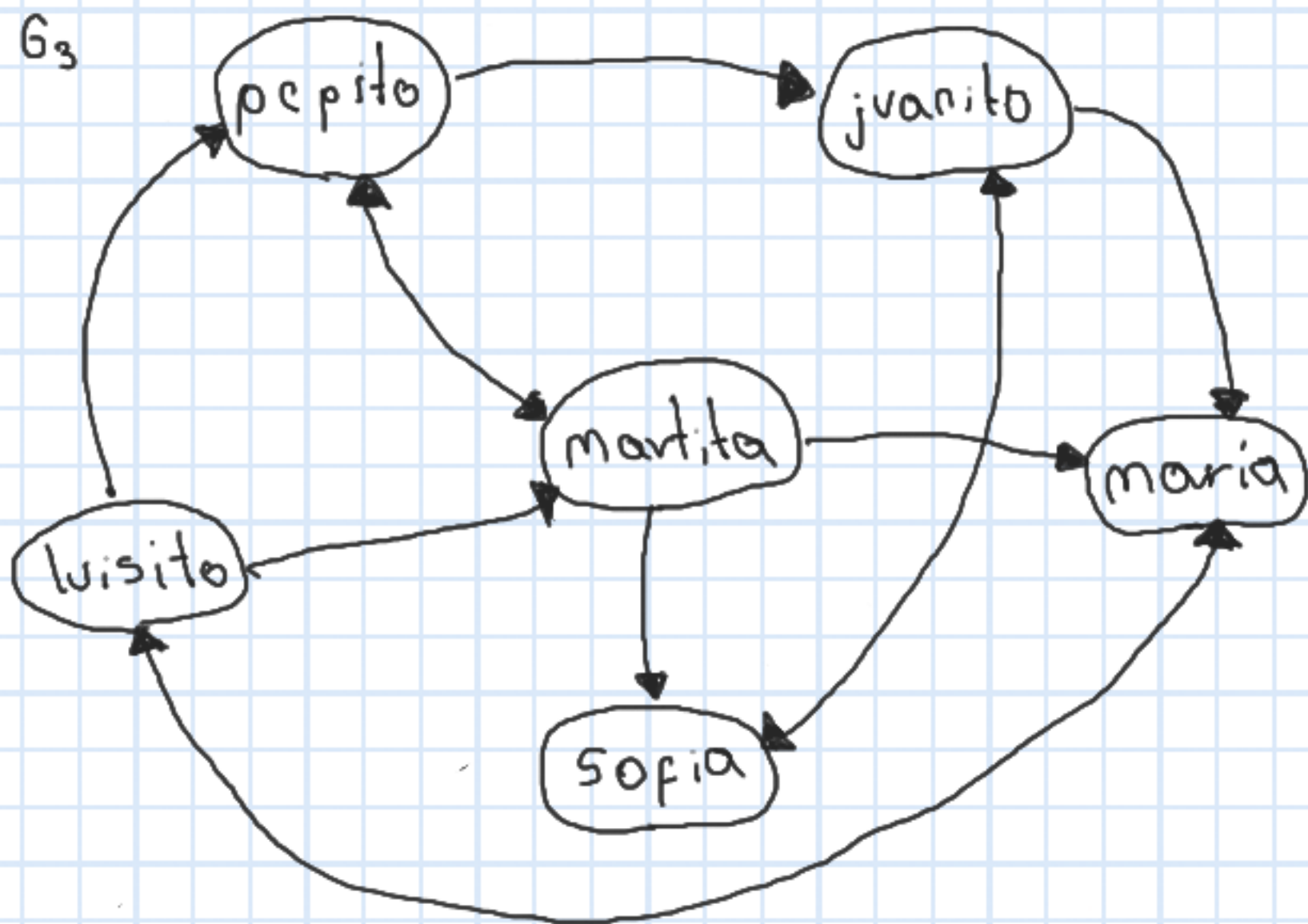
$$G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

id = { a → 0,  
b → 1,  
c → 2,  
d → 3,  
e → 4,  
f → 5,  
g → 6 }



# Representaciones Grafos

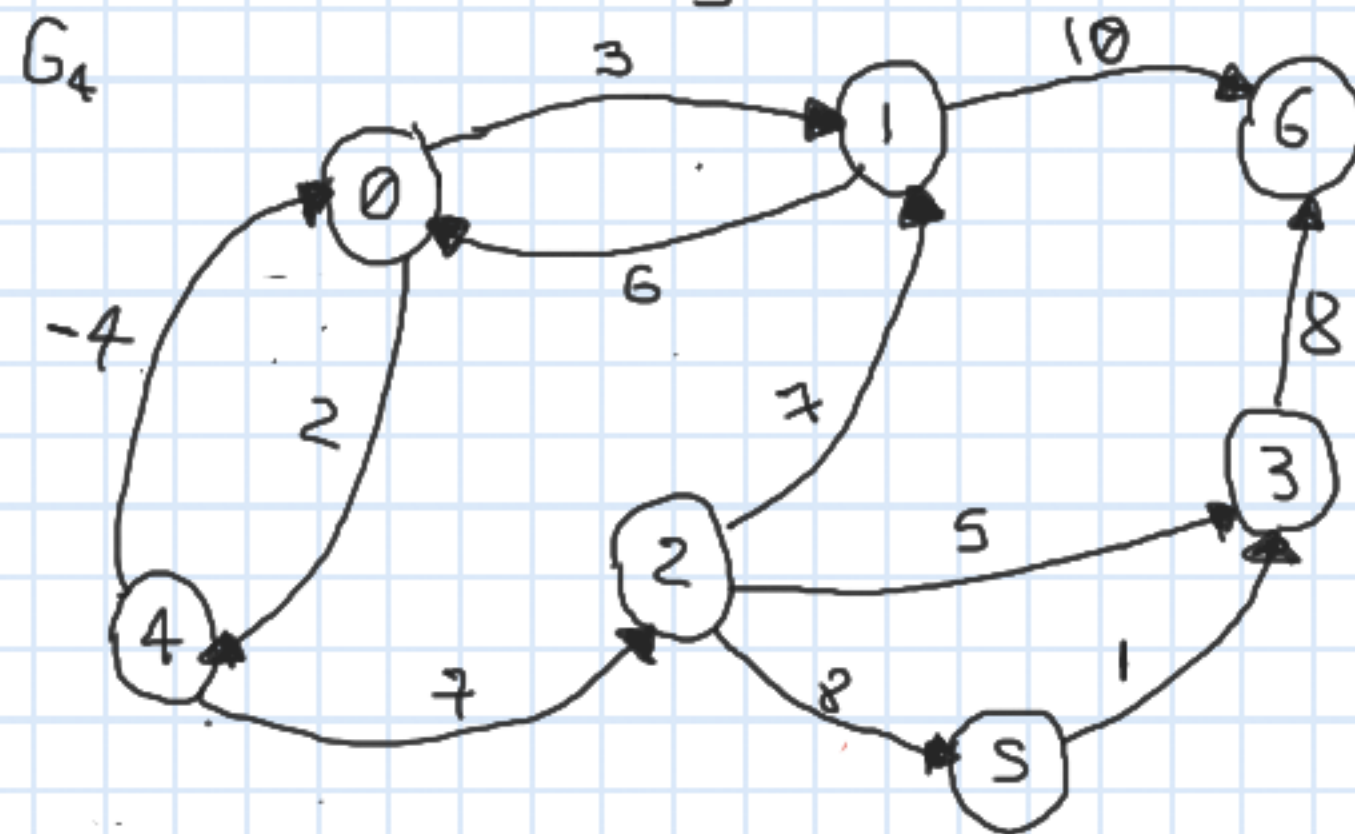
Matriz de Adyacencia:



id = {  
pepito  $\rightarrow$  0,  
luisito  $\rightarrow$  1,  
martita  $\rightarrow$  2,

juanito  $\rightarrow$  3,  
maria  $\rightarrow$  4,  
sofia  $\rightarrow$  5 }

$$G_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



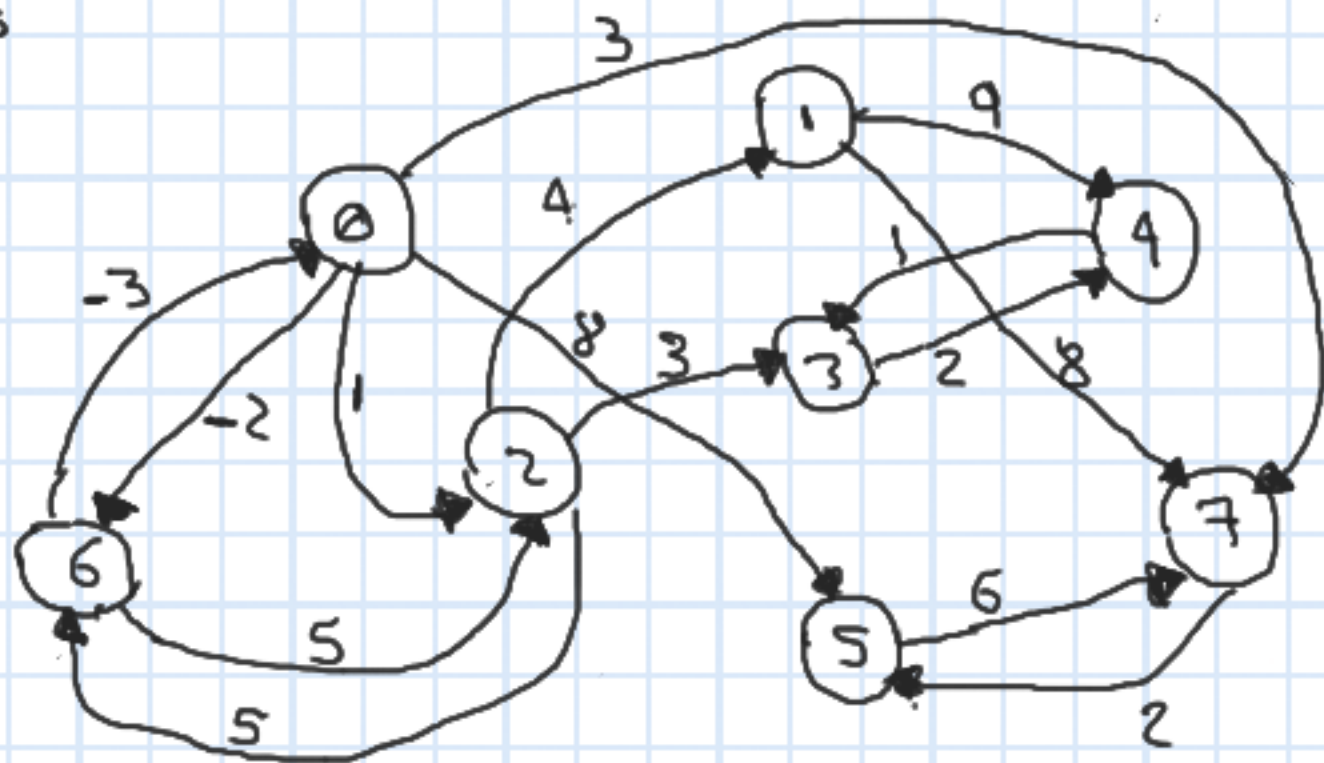
En los grafos con peso en la matriz de adyacencia se coloca el peso de la arista si existe y  $\infty$  si la arista no existe.

# Representaciones Grafos

Matriz de Adyacencia:

$$G_4 = \begin{bmatrix} \infty & 3 & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \\ 6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 10 \\ \infty & 7 & \infty & 5 & \infty & 8 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8 \\ -4 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$G_5$



$$G_5 = \begin{bmatrix} \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 8 & -2 & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 9 & \infty & \infty & 8 \\ \infty & 4 & \infty & 3 & \infty & \infty & 5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 6 \\ -3 & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

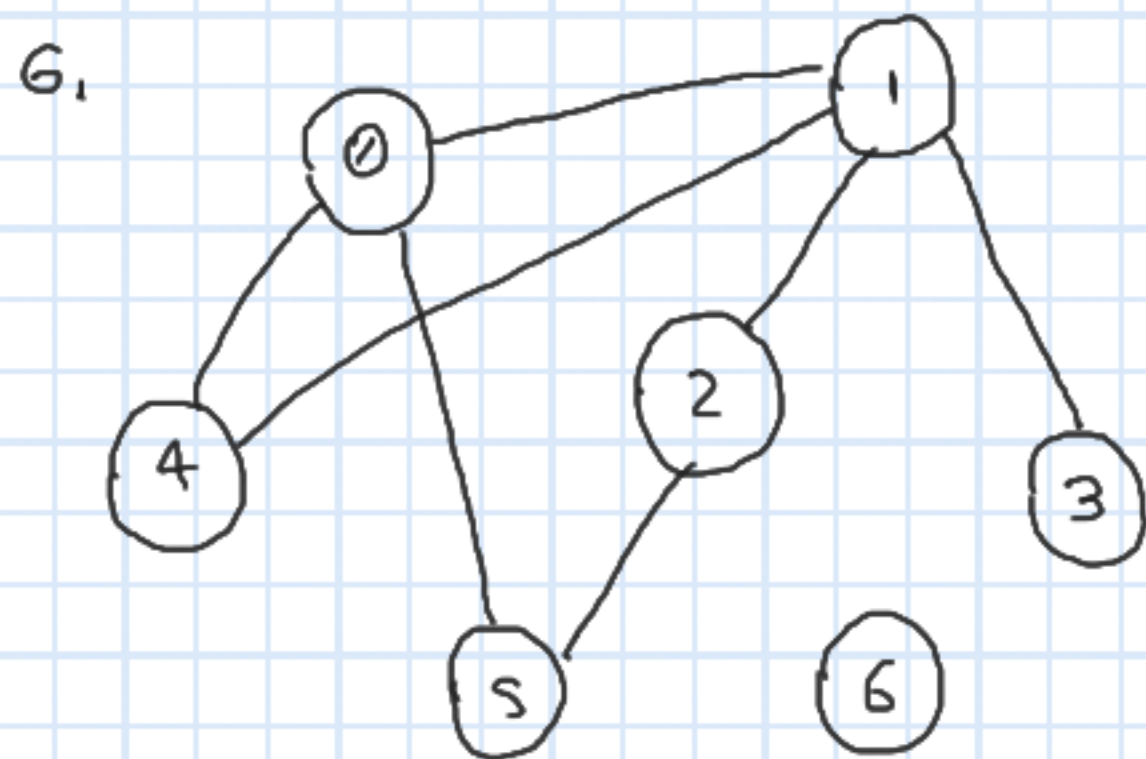
Esta representación es implementada con arreglos de arreglos, vectores de vectores o listas de listas.



# Representaciones grafos

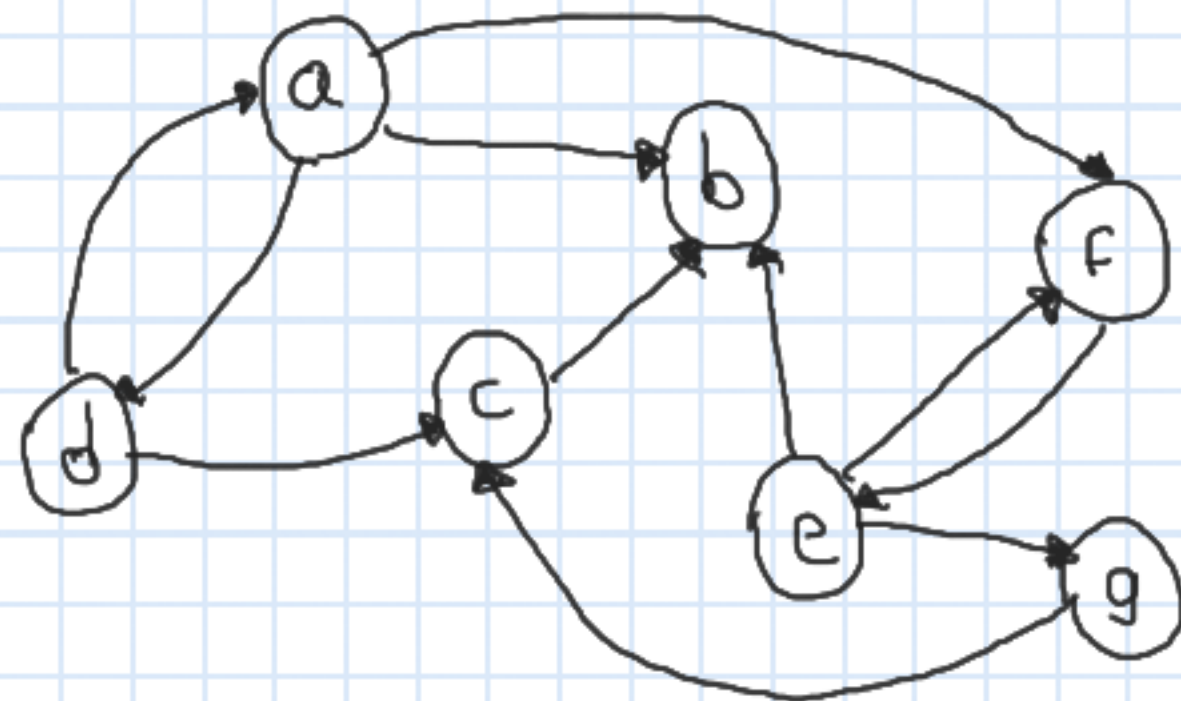
## Lista de aristas:

El grafo se representa como una lista  $G$  cuyos elementos corresponden a las aristas del grafo.



$G_1 = [(0, 1), (1, 0), (0, 4), (4, 0), (0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (2, 5), (5, 2), (1, 4), (4, 1)]$

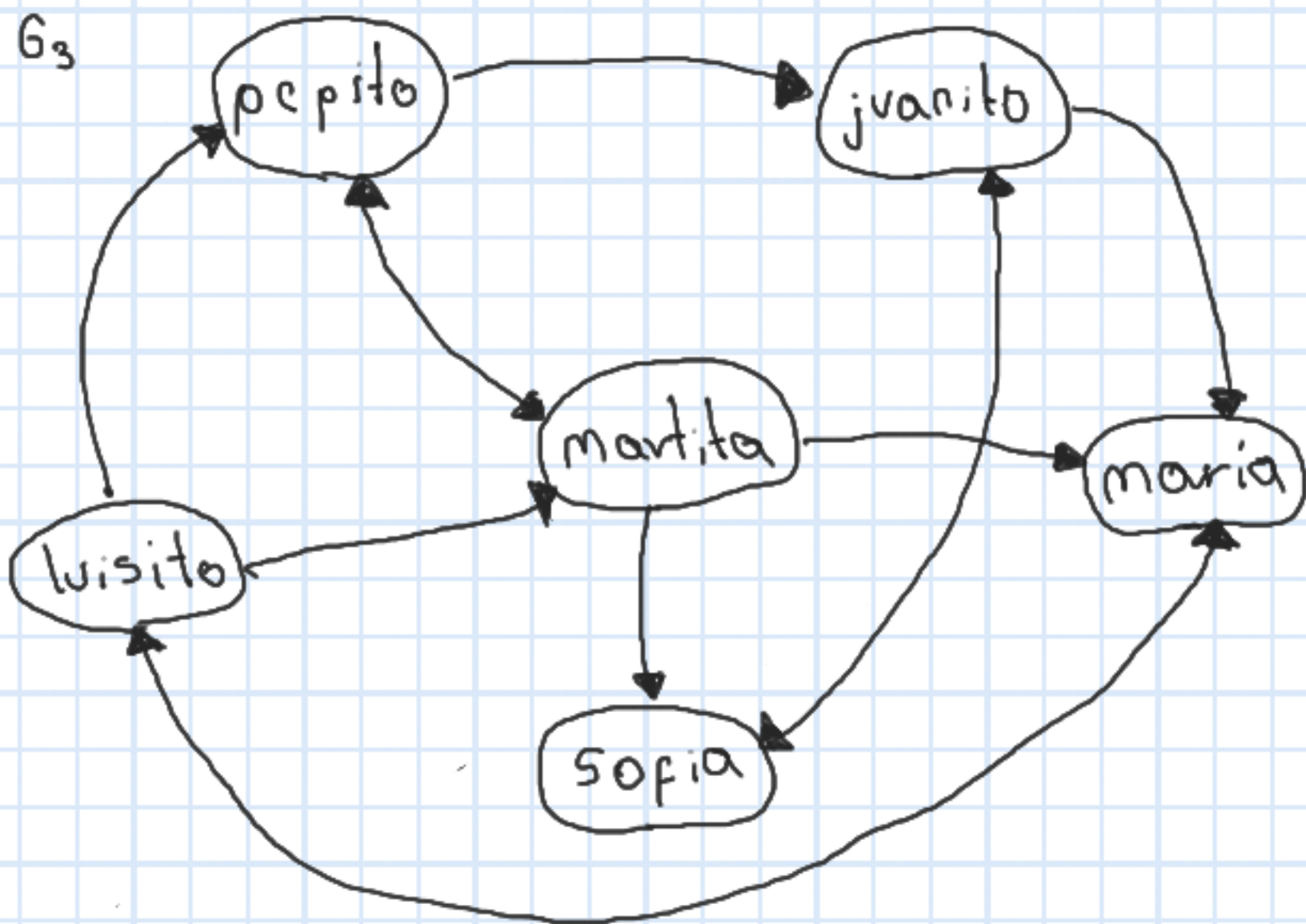
$G_2$



$G_2 = [(a, b), (a, d), (a, f), (d, a), (c, b), (e, b), (d, c), (g, c), (e, g), (f, e), (e, f)]$

# Representaciones Grafos

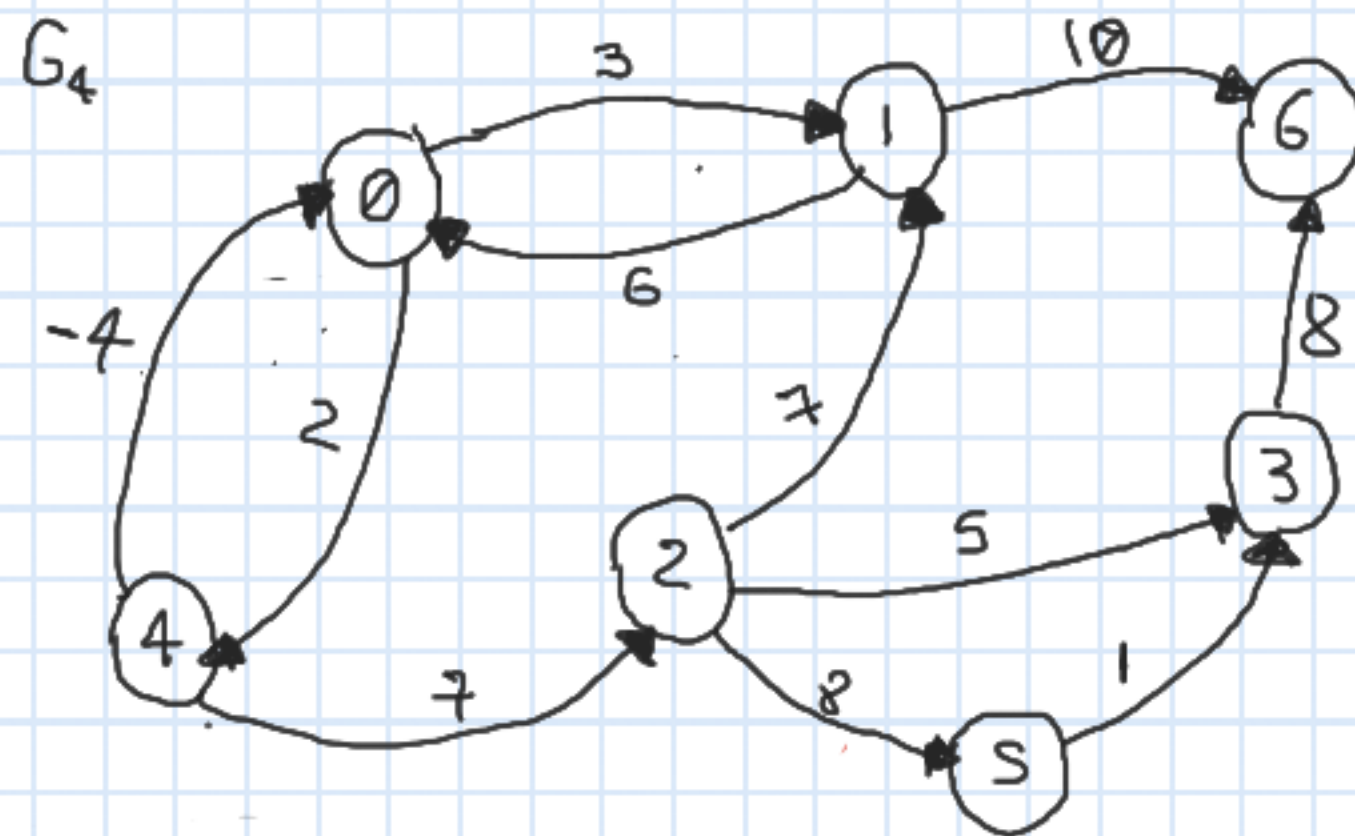
Lista de aristas:



id = {  
 pepito  $\rightarrow$  0,  
 luisito  $\rightarrow$  1,  
 martita  $\rightarrow$  2,

juanito  $\rightarrow$  3,  
 maria  $\rightarrow$  4,  
 sofia  $\rightarrow$  5 }

$G_3 = [(0, 3), (0, 2), (2, 0), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (5, 3), (2, 4), (1, 4), (1, 2), (2, 5), (1, 0)]$

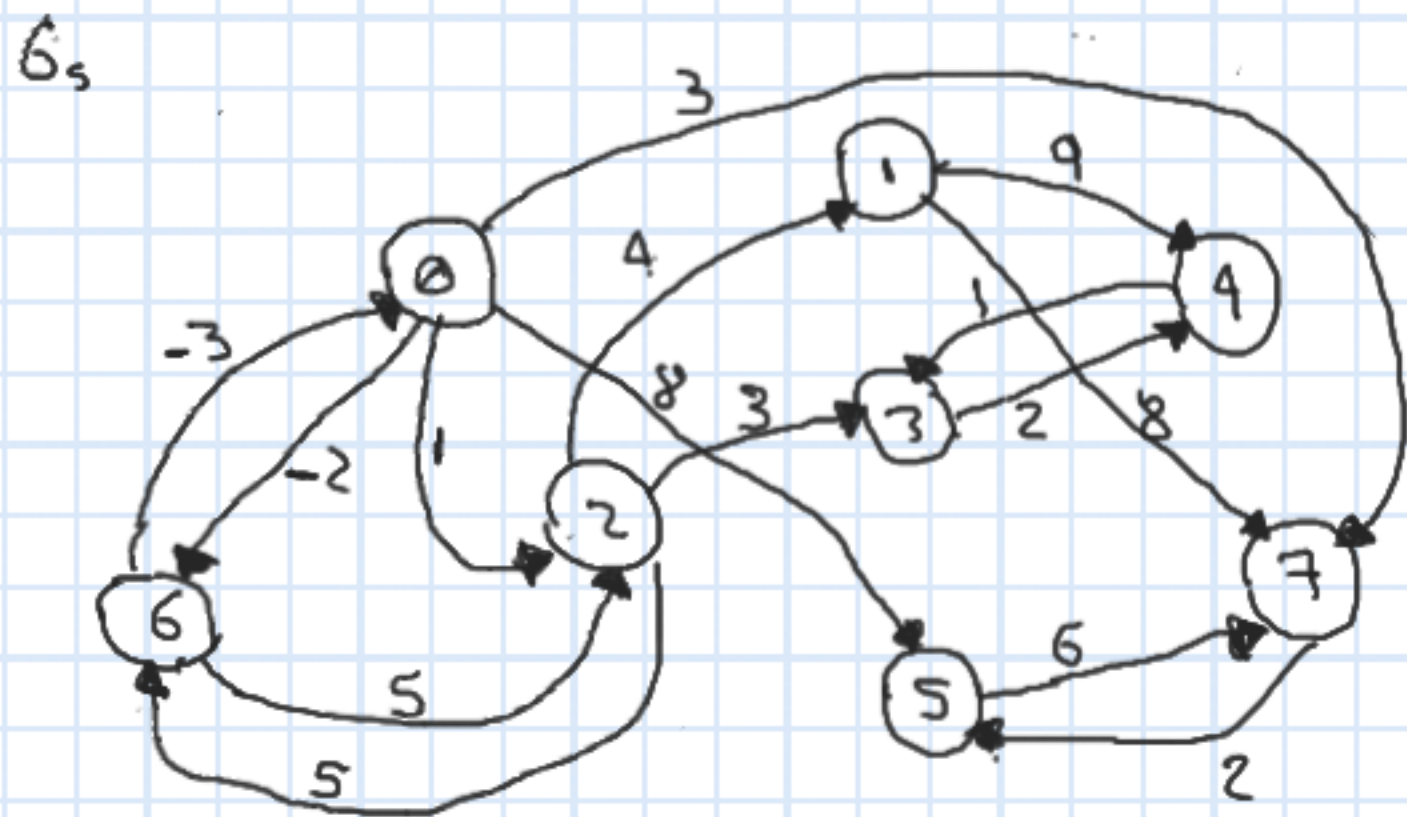


$G_4 = [(0, 1, 3), (0, 4, 2), (1, 0, 6), (1, 6, 10), (2, 1, 7), (2, 3, 5), (2, 5, 8), (3, 6, 8), (4, 2, 7), (4, 0, -4), (5, 3, 1)]$



# Representaciones Grafos

Lista de aristas



$G_s = [ (0, 1, 3), (0, 2, 1), (0, 6, -3), (0, 7, 4), (1, 4, 9),$   
 $(2, 1, 8), (2, 3, 3), (2, 6, 5), (3, 4, 2),$   
 $(4, 3, 1), (5, 7, 6), (6, 2, 5), (6, 0, -2), (7, 5, 2) ]$

Dependiendo del lenguaje se pueden utilizar arreglos, vectores o listas para implementar esta representación.

¿cuál representación es mejor?

¿cuál utilizar?

