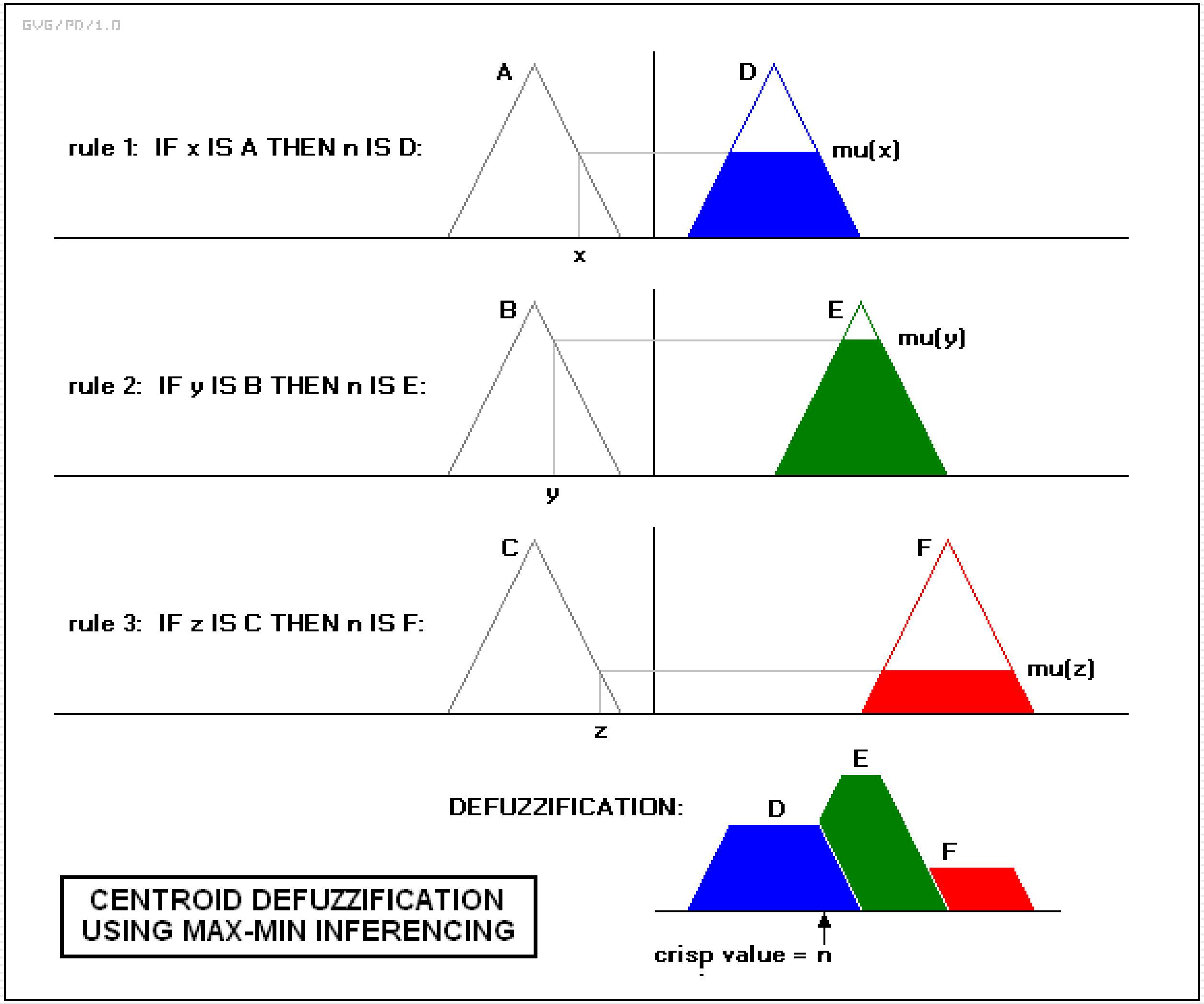
6장 퍼지: 인간의 애매함을 컴퓨터로 처리하기



출처: https://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_control_system

6장 퍼지: 적용 사례

Samsung WF8804RPA Front Load Washer

Consumer Rating: Be the first one to write a review on this product

Price Range: £444.00 - £500.00 at 8 stores

The Samsung WF8804RPA Front Load Washer has a capacity of 17.64 cu. ft., wash programs available: Delicates, Hand Wash, Wool, Wrinkle-Free.

Product Details and Features

Product MPN	
MPN	WF8804RP
Key Features	
Weight Capacity	7.99 Kg
Washer Type ?	Washer
Load Type ?	Front Load
Wash	
Wash Presets	14 Wash Presets, including: Delicates, Hand Wash, Wo
Extra Settings ?	Mini Load
Spin Speeds	max. 1400 rpm
Washing Method ?	Drum
Convenience	
Control Features ?	Dial Controls • Digital Display • End-of-Cycle Signal • Delayed Start Timer • Fuzzy Logic
Additional Features	Child Safe

r • Fuzzy Logic

6장 퍼지: 인간의 애매함을 컴퓨터로 처리하기

- **학습 목표**
  - 체험해 봅시다: Ex3_퍼지 추론.xlsm
    에어컨 제어하기
  - 퍼지의 개념
  - 퍼지 추론
  - 퍼지 제어

⊙ 체험해 봅시다: 퍼지 추론에 의한 에어컨 제어

- 에어컨 제어에 대한 퍼지 추론 시뮬레이션.
- 온도, 습도, 방의 밀폐 정도, 이 세가지 요소에 대해 그것들의 측정값을 기초로 적절한 에어컨 제어값을 구하는 문제.
- 세 가지 요소만으로 엄밀하게 수치 계산으로 제어하려면, 각 요소가 취할 수 있는 모든 패턴 조합에 상응하는 제어를 가정하지 않으면 안 되기 때문에 매우 번거로움.
- 그러나 퍼지 추론이라면 온도가 높거나 습도가 낮다는 감각적인 표현만으로 적절한 에어컨 제어값을 나타낼 수 있음.

⊙ 체험해 봅시다: 애매한 조건으로 목푯값 유지하기

- 퍼지 추론을 더욱 효율화하는 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어 시뮬레이션.
- 퍼지 제어에서 처리하는 사례는 수치 제어와는 달리, 감각적인 보정을 가정하고 있음.
- 편차(목푯값과의 차이)와 편차의 변동을 세로, 가로로 배열한 행렬인 제어 규칙표에 기초하여 수행.
- 이런 어림짐작 같은 제어에서도 안정적인 목푯값을 유지할 수 있다는 것을 실감하는 것이 목표.
- 목푯값에 수렴하는 편차 그래프를 봄으로써 충분히 그 진가를 이해할 수 있음.

6.1 퍼지의 개념

- 이 절에서는 퍼지(Fuzzy)의 기본 개념으로 다음과 같은 것들에 대하여 중점적으로 소개.

  - ✓ **퍼지 집합**
  - ✓ **소속 함수**
  - ✓ **퍼지 척도**

6.1.1 퍼지 집합의 개념

- 퍼지에서는 현상 자체의 애매성과 주관적인 표현을 다루기 위하여 집합을 확장해서 생각.
- 일반 집합은 '어떤 조건들을 만족하는 것들의 모임'으로 정의되며 다음과 같이 수식화됨.

A = { x|x 에 대한 조건 }

예	짝수의 집합	$B = \{ x \mid mod(x,2) = 0 \}$
	홀수의 집합	$C = \{ x \mid mod(x,2) = 1 \}$

- 집합의 요소는 이산적인 것도 있고 연속적인 것도 있음. 그러나 어떤 요소가 집합에 포함되는지 아닌지를 생각해 보면, 한 요소는 **반드시 둘 중의 하나(포함, 포함되지 않음)로만 결정**.

6.1.1 퍼지 집합의 개념

- 집합 A는 요소 x에 대하여 다음의 식 3-1과 같이 정의될 수 있음.
- 여기서 $X_A(x)$는 인수 x가 집합 A의 요소이면 1, 그렇지 않으면 0을 돌려주는 함수.

식 3-1

$$A = \{ x \mid X_A(x) = 1 \}$$

$$X_A(x) \rightarrow \{0,1\}^{*1} \quad X_A(x) = 1 \ (x \in A) \quad \text{or} \quad X_A(x) = 0 \ (x \notin A)$$

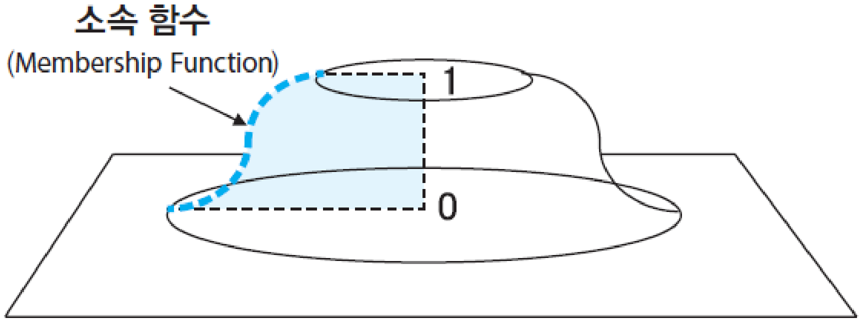
- 이런 집합은 경계가 확실히 구분되어 있다는 의미에서 **크리스프 (crisp) 집합**이라고 함.

6.1.1 퍼지 집합의 개념

- 그럼 앞의 식 3-1에서 억지로 0과 1 사이의 값도 취할 수 있는 함수를 사용하면 어떻게 될까?
- 이것은 경계가 모호한 집합을 나타낸다고 생각할 수 있다. 즉, 값이 1에 가까우면 집합의 안쪽에 가깝고, 0에 가까우면 바깥쪽에 가깝다고 생각할 수 있음.
- 이러한 생각으로부터 **경계가 모호한 집합을 정의한 것이 퍼지 집합**.

6.1.1 퍼지 집합의 개념

퍼지 집합(Fuzzy Set) 퍼지 집합은 경계가 애매하여 '완전히 안쪽'과 '완전히 바깥쪽'과의 경계 폭이 존재한다.
이 폭을 0~1 사이의 값을 취하는 소속 함수로 보완한다.
소속 함수의 값은 집합의 안쪽일수록 1에 가깝다.



소속 함수 $0 \leqq \mu_A(x) \leqq 1$

퍼지 집합 A의 정의 $A = \{ x \mid \mu_A(x) \rightarrow [0,1] \}$

퍼지 척도의 단조성 $m(\phi) = 0$, $m(V) = 1$, $A \subseteq B \subseteq V$라면 $m(A) \leqq m(B)$

> **참고** 확률과의 차이점
>
> 주사위 던지기에서 2의 배수 또는 3의 배수가 나올 확률은 다음과 같다.
> m(2의 배수) + m(3의 배수) − m(2와 3의 배수) = 1/2 + 1/3 − 1/6 = 2/3
>
> 퍼지의 경우에는 2의 배수나 3의 배수 중 어느 쪽이 될까?
> 가능성이 높은 쪽(max)으로 한다면 2의 배수가 될 가능성이 높다.

그림 3-1 퍼지 집합(Fuzzy Set)

6.1.2 소속 함수

- 퍼지 집합의 경계가 모호한 상태, 즉 어떤 요소가 그 집합에 어느 정도 포함되는지 그 소속도를 나타내기 위해 소속 함수 (Membership Function)를 도입.
- 소속 함수는 집합의 안쪽을 1, 바깥쪽을 0으로 하고 경계에서는 그 사이 값을 취하여 안쪽에 가까울수록 1에 가까운 값을 가짐.
- 소속 함수는 퍼지 집합의 경계 형태를 나타낸다고 생각하면 됨.
- 퍼지 집합은 소속 함수 μ를 사용하여 다음과 같이 정의.

식 3-2

$$A = \{ x \mid \mu_A(x) = y,\ y > 0 \}$$

$$\mu_A(x) \rightarrow [0,1]^{*2} \quad 0 < \mu_A(x) \leqq 1 \ (x \in A) \quad \text{or} \quad \mu_A(x) = 0 \ (x \notin A)$$

6.1.4 퍼지 집합의 예

- 다음과 같은 집합을 생각해 보자.

A: 성인의 집합	**A = { x| μ_A(x) = 나이가 대략 20세 이상 }**
B: 젊은이의 집합	**A = { x| μ_B(x) = 나이가 대략 15~40세 }**
C: 노인의 집합	**A = { x| μ_C(x) = 나이가 대략 65세 이상 }**
V: 전체 집합	**A = { x| 모든 나이 }**

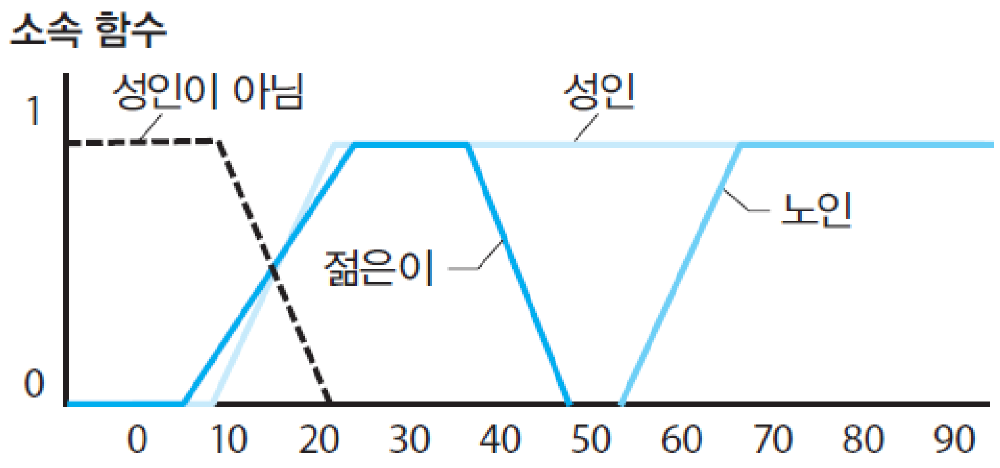


그림 3-2 **퍼지 집합 예**

6.1.4 퍼지 집합의 예

- 퍼지 집합이 아닌 '성인=연령 20세 이상'과 같은 크리스프 집합으로 생각하면 가법성까지 포함한 판단이 가능함.
- 퍼지 집합에서는 그렇지 않으며, 다음과 같은 문제도 있음.

D: 성인이 아닌 집합　$D = \{ x \mid \mu_D(x) \neq$ 나이가 대략 20세 이상 $\}$

- A와 D를 합하면 V가 되므로, m(A ∪ D) = 1이 될 것 같지만 그렇게 되지 않음. 왜냐하면 '성인이 아니다'라는 소속 함수는 '성인'의 반대이기 때문에 다음과 같이 정의되고,

$$\mu_D(x) = 1 - \mu_A(x)$$

- 앞의 그림 3-2에서 알 수 있듯이 μ_A와 μ_D를 합쳐도 15세 근처가 움푹 꺼져서 **(μ_V = 1)이 되지 않기 때문**임.

6.1.6 퍼지 집합의 연산

- 퍼지 집합의 경우에도 연산 **규칙으로 교환 법칙, 결합 법칙, 분배 법칙, 드모르간 법칙 등**이 성립.
- 즉, 다음 식에서 양변의 퍼지 척도는 동등.
  - ✓ **교환 법칙: $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$**
  - ✓ **결합 법칙: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$**
  - ✓ **분배 법칙: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,**

    $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - ✓ **이중 부정: $A = \sim\sim A$**
  - ✓ **드모르간 법칙: $\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$, $\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$**

6.1.6 퍼지 집합의 연산

- 그러나 일반 집합과는 달리, **배중 법칙**과 **모순 법칙**은 성립하지 않음.
- 이것은 소속 함수의 큰 쪽, 또는 작은 쪽 값을 취하기 때문에 배중 법칙에서는 움푹 꺼지는 부분이, 모순 법칙에서는 불룩해지는 부분이 발생할 수 있음.

- **배중 법칙:** $A \cup \sim A \neq V$(전체집합) $m(A \cup \sim A) \neq 1$
- **모순 법칙:** $A \cap \sim A \neq \phi$(공집합) $m(A \cap \sim A) \neq 0$

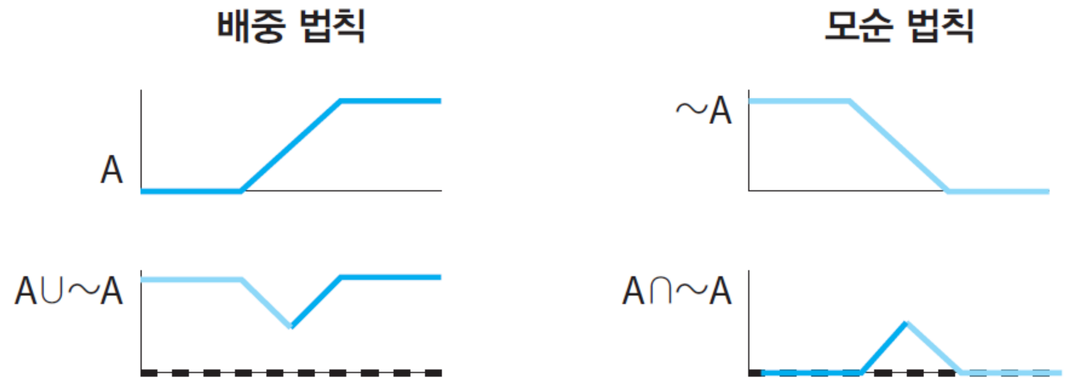


그림 3-4 배중 법칙과 모순 법칙

6.2 퍼지 추론

- 추론이라고 말하면 삼단논법을 떠올리는 사람도 많을 것으로 생각하지만, 진위 판정만을 위한 이진논리 추론은 현실 문제에 적용하기 어려움.
- 현실 문제는 '~에 가깝다', '~처럼 보이다' 등과 같이 범위를 고려하여 판단해야 함.
- 퍼지 추론은 이런 추론을 가능하게 하는 기술로, 최초에 고안한 사람의 이름을 따서 **맘다니(Mamdani) 추론**이라고도 함.

6.2.1 퍼지 추론의 개념

- 개념은 이진 논리 추론의 **긍정식(Modus Ponens)**을 다음과 같이 확장한 형태.

식 3-7

$((p \rightarrow q)\ \&\ p') \rightarrow q'$ (p에 가까우면 q에 가깝다)

- $p \rightarrow q$ 부분을 퍼지 규칙이라고 하며, p와 q는 모두 퍼지 집합(또는 애매한 용어)을 나타냄.
- **p'**는 **현실의 관측 값** 또는 **퍼지 집합**도 될 수 있다. **q'**는 **결론**을 나타내는 퍼지 집합으로 최종 결과는 하나의 수치 값으로 변환됨.

6.2.2 퍼지 추론의 순서

- 퍼지 추론은 다음과 같은 순서로 실행.
  1) 퍼지 규칙을 정의 -> 형식: IF (조건부) THEN (결론부)
  2) 규칙에 나타나는 개념(애매한 용어)의 소속 함수를 정의.
  3) 각 규칙의 조건부에 대한 각 개념의 관측값에 대해 각 개념의 교집합을 구함(각 개념척도의 최솟값).
  4) 결론부의 개념에 상응하는 소속 함수에 대하여 조건부 척도의 최솟값으로 수평 절단 기법을 수행.
  5) 2)의 각 규칙에 대하여 3), 4)를 수행하여 각 규칙 결론부의 잘려진 소속 함수 결과의 합집합(최댓값)을 구함.
  6) 5)가 결과의 척도를 나타내는 새로운 소속 함수가 되며, 이 함수의 무게 중심으로 **비퍼지화(defuzzification)**를 수행.

6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예

- **첫 번째 시뮬레이션에서 체험한 에어컨 제어의 예를 자세히 살펴봄.**
- 퍼지 규칙은 '몹시 추우면 많이 따뜻하게 하라', '무더우면 약간 차게 하라'와 같은 직감적인 표현으로 서술.
- 여기서는 조건부에 '온도가 높다/낮다', '습도가 높다/낮다', '방의 밀폐 정도가 높다/낮다'의 3가지 파라미터를 사용.
- 각 파라미터에는 '높다/낮다'라는 표현에 대한 소속 함수를 정의.
- 또 결론부에는 에어컨 제어에 대한 표현으로 '강냉(強冷) / 약냉(弱冷) / 약난(弱暖) / 강난(強暖)'이라는 4가지 단어를 사용하고 각각에 대한 에어컨 제어값을 x축으로 하여 소속 함수를 정의.

6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예

퍼지 규칙

IF (Cond-11, Cond-12, ⋯ , Cond-1j, Cond-1n) THEN Action-1

:

IF (Cond-i1, Cond-i2, ⋯ , Cond-ij, Cond-in) THEN Action-i

:

IF $\underbrace{\text{(Cond-m1, Cond-m2, ⋯ , Cond-mj, Cond-mn)}}_{\text{조건부}}$ THEN $\underbrace{\text{Action-m}}_{\text{결론부}}$

개념적으로는

$$\bigvee_{i=1}^{m} \text{Action-}i \qquad \left(\bigwedge_{j=1}^{n} \text{Cond}-ij\right)$$

퍼지 추론

① 각 규칙 조건부의 소속 함수에 대한 ∧(Min)으로부터 결론부 소속 함수들의 수평 절단을 수행한다.

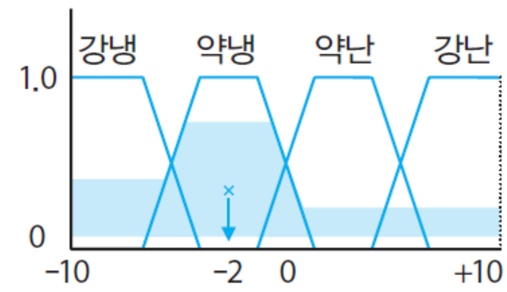
② 모든 규칙의 결론부에 대한 소속 함수 수평 절단을 수행한 후, 그 결과의 ∨(Max)에 따라 합성한다.

③ 합성 결과의 중심을 구하고, 그 중심의 수평 좌표 위치를 구한다(비퍼지화).

6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예

에어컨 제어 퍼지 규칙

R1: IF(온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 높다) THEN 약냉
R2: IF(온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 낮다) THEN 강냉
R3: IF(온도가 높고 습도가 낮을 때는 밀폐 정도에 관계없다) THEN 약냉
R4: IF(온도가 낮고 습도가 높을 때는 밀폐 정도에 관계없다) THEN 약난
R5: IF(온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 높다) THEN 약난
R6: IF(온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 낮다) THEN 강난



소속 함수

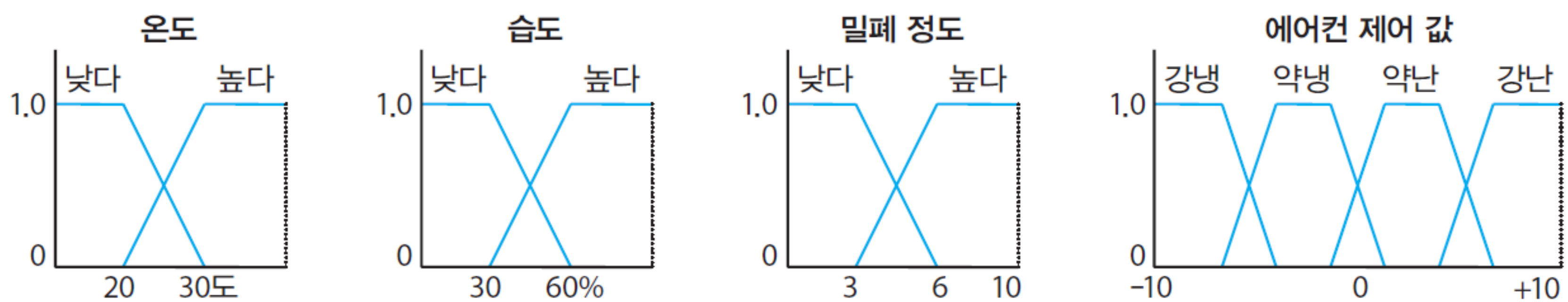


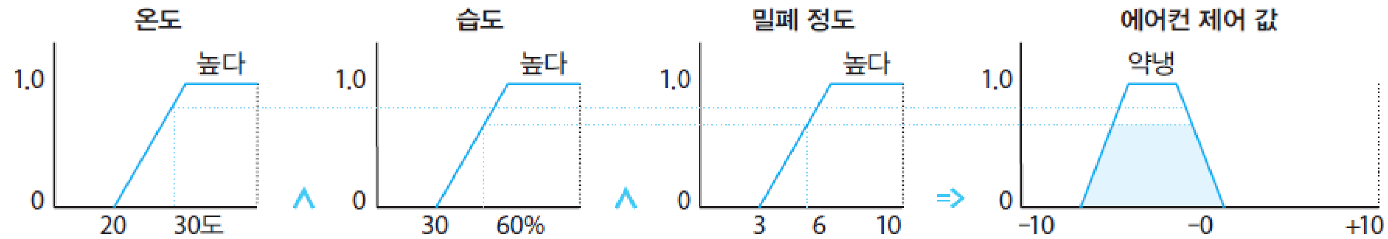
그림 3-6 **퍼지 추론**

6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예

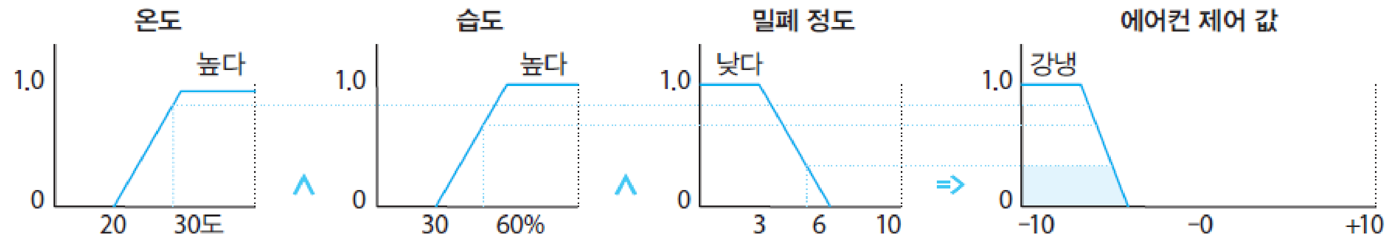
퍼지 추론

온도 28도, 습도 50%, 밀폐 정도 5의 경우

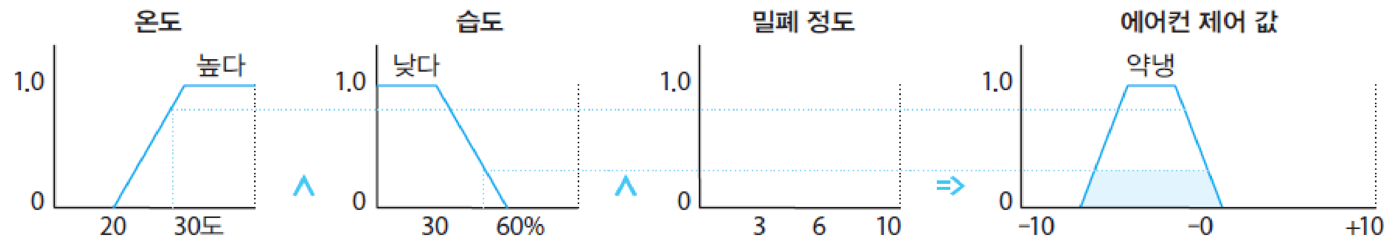
R1: 온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 높을 때에는 ‘약냉’



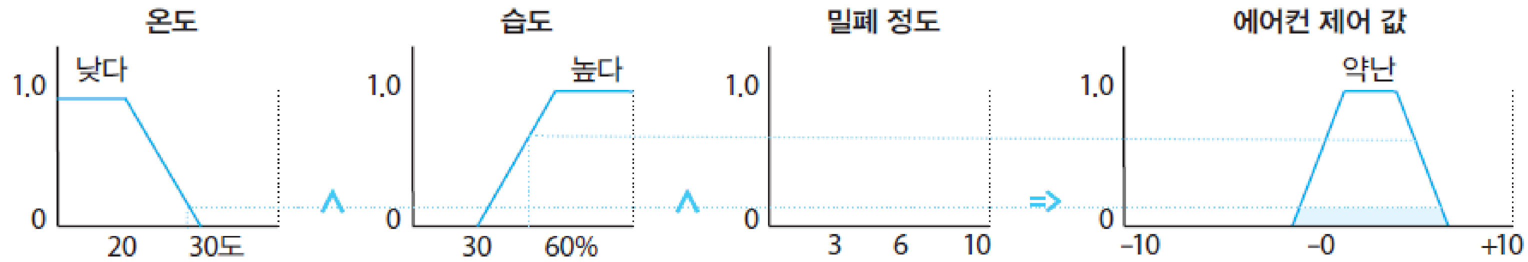
R2: 온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 낮을 때에는 ‘강냉’



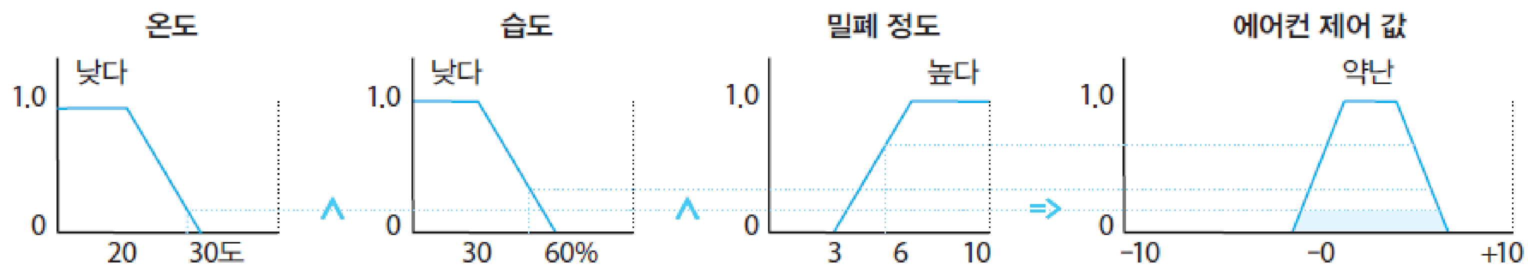
R3: 온도가 높고 습도가 낮을 때에는 밀폐 정도에 관계없이 ‘약냉’



6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예



R5: 온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 높을 때에는 '약난'



R6: 온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 낮을 때에는 '강난'

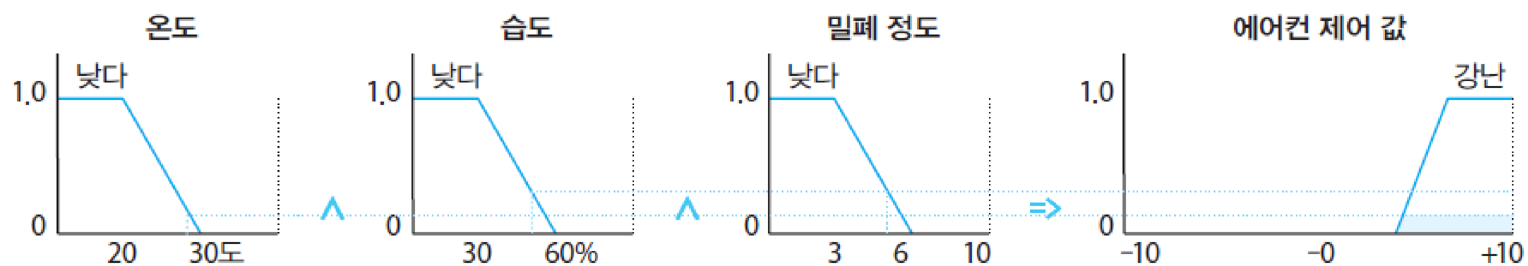


그림 3-6 퍼지 추론 (계속)

6.2.2 퍼지 추론의 구체적 예

- 퍼지 추론은 온도, 습도 밀폐 정도의 관측값에 근거하여 각 퍼지 규칙 조건부의 최소 척도를 구하고, 그 값으로 결론부의 소속 함수의 수평 절단을 수행하여 6개의 잘려진 소속 함수들의 합집합을 도출.
- 여기서는 온도 28℃, 습도 50%, 밀폐 정도 5의 경우에 대하여 퍼지 추론을 실행하고 있음.
- 최종적으로는 비퍼지화에 따라 **'에어컨 제어값을 2도 낮춤으로 하라'**는 결론을 얻음.

6.3 퍼지 제어

- **두 번째 시뮬레이션에서 체험한 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어를 자세히 살펴봄.**
- 상태를 일정하게 유지하는 것처럼 제어 문제에 퍼지를 적용하는 경우에 일반적인 퍼지 추론을 그대로 적용하면 많은 퍼지 규칙에 대하여 소속 함수를 계산해야 하기 때문에 '실시간 응답성'이 문제가 될 수 있음.
- 그래서 제어 문제의 특징을 살려 편차 e 및 변화율 ⊿e로부터 제어 응답 규칙을 규칙화하여 제어 규칙표 형태로 만듦.
- 이렇게 함으로써 **실시간 응답성이 뛰어난 제어**를 수행할 수 있음.

6.3.1 퍼지 제어의 개념

- 퍼지 규칙은 다음과 같은 형태.

> **IF (측정값이 기댓값보다 매우 작고, 변화율이 0인 경우)**
>
> **THEN 제어 값을 양의 방향으로 크게 설정한다.**
>
> **IF (측정값이 기댓값보다 약간 크고, 변화율이 증가하는 경우)**
>
> **THEN 제어 값을 음의 방향으로 작게 설정한다.**

- 규칙에서는 '매우 작다, 약간 작다, 매우 크다'라는 **애매한 표현**으로 나타나므로 다음과 같은 기호를 사용.
  - ✓ **P: Positive(양의 방향), N: Negative(음의 방향)**
  - ✓ **B: Big(크다), M: Medium(중간), S: Small(작다)**
  - ✓ **ZO: Zero(0)**

6.3.1 퍼지 제어의 개념

- 이 기호들은 각 소속 함수를 가지며 이것들을 조합하면 규칙은 다음과 같이 표현될 수 있음.

IF (e=NB & ⊿e=ZO) THEN action(PB) … 그림 3-7의 ❶, action은 제어 수행을 나타낸다.

⋮

IF (e=NS & ⊿e=ZO) THEN action(PS) … 그림 3-7의 ⓯

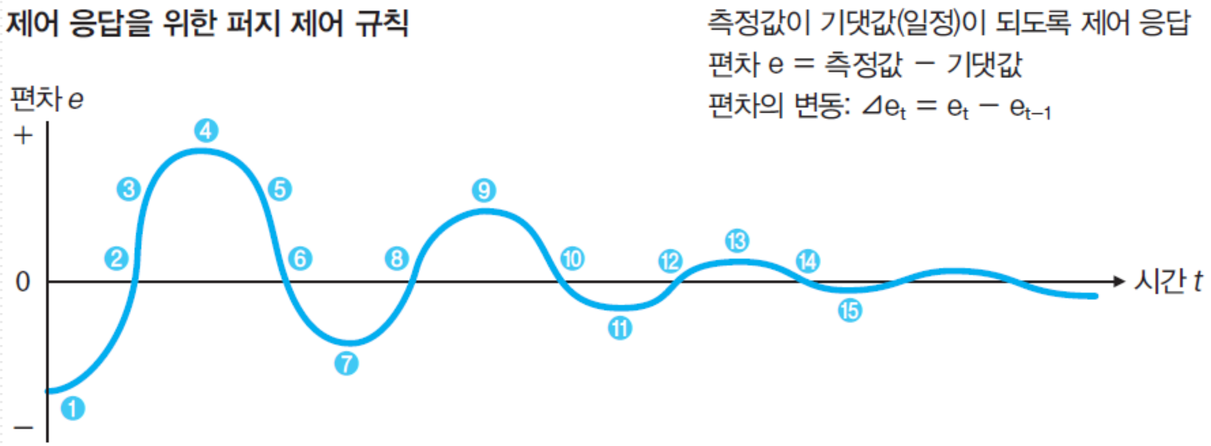


그림 3-7 퍼지 제어

6.3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

제어 규칙표 제어 규칙표 제어 응답으로는 제어 규칙표에 기초하여 e와 ⊿e로부터 제어 값 결정. 서서히 ZO에 접근하여 안정됨. ❶~⓮는 그림 3-7의 번호, ⓯는 ⓫과 같음.

⊿e / e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB				❹ NB			
PM		❺ NM		❾ NM		❸ NM	
PS				⓭ NS			
ZO	❻ PB	❿ PM	⓮ PS	ZO	⓬ NS	❽ NM	❷ NB
NS				⓫ PS			
NM				❼ PM			
NB				❶ PB			

P: Positive
N: Negative
B: Big
M: Medium
S: Small
ZO: Zero

그림 3-8 제어 규칙표

6.3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

- 시계열상에서 각 측정값(e, ⊿e)에 대하여 제어 규칙표에 해당하는 요소를 제어 규칙표로부터 얻어 기록된 대로 작업을 수행.
- 다음과 같은 순서로 실행하지만 **일반적인 퍼지 추론과 같은 번거로움은 없음**.
  ① **일정한 시간 간격으로 e와 ⊿e의 측정값을 구함.**
  ② **제어 규칙표에서 세로축, 가로축의 측정값 위치를 결정. 소속 함수의 합성은 필요 없음.**
  ③ **그 위치에 있는 요소에 따라 작업을 수행. 이것도 소속 함수의 합성은 필요 없음.**
- 이는 에어컨의 자동 온도 조절 등에도 이용될 수 있으나, **빠른 속도로 움직이는 물체의 실시간 제어가 필요한 경우**에 많이 활용.

6.3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

- 체험해 봅시다: Ex4_퍼지 제어.xlsm

  애매한 조건으로 목표치 유지하기

6.3.2 퍼지 제어 참고 동영상 및 데모 사이트

- https://www.youtube.com/watch?v=rTrxLqSk0Kc
- https://www.youtube.com/watch?v=puOLD3-abwU
- https://www.youtube.com/watch?v=AuAZ5zOP0yQ
- https://www.youtube.com/watch?v=JpNAhKT7yY4
- https://www.youtube.com/watch?v=woCdjbsjbPg
- https://www.youtube.com/watch?v=n_6p-1J551Y
- https://www.youtube.com/watch?v=rIqsJU3IDt4
- http://rorchard.github.io/FuzzyJ/FuzzyTruck.html
- http://www.intelligent-systems.info/neural_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm