



# 矩阵理论

电子科大 2023 级数院研究生课程笔记系列

作者：康豪

组织：SMS, UESTC

时间：Sep 1, 2023

版本：1.0



Live long and prosper! ——Vulcans

# 目录

<b>第 1 章 线性代数基础</b>	<b>2</b>
1.1 线性空间与子空间	2
1.2 空间分解与维数定理	2
1.3 商空间	2
1.4 线性流形与凸包	2
1.5 特征值与特征向量	2
1.6 初等矩阵和西变换	2
1.7 欧式空间上的度量	2
1.8 酉空间的分解和投影	2
1.9 Kronecker 乘积	2
1.10 习题一	2
<b>第 2 章 向量与矩阵的范数</b>	<b>3</b>
2.1 向量的范数	3
2.2 矩阵的范数	3
2.3 算子范数	3
2.4 酉不变范数	3
2.5 矩阵的测度	3
2.6 范数的应用	3
2.7 习题二	3
2.8 总结	3
<b>第 3 章 矩阵的分解</b>	<b>5</b>
3.1 矩阵的三角分解	5
3.2 矩阵的谱分解	5
3.3 Hermite 矩阵及其分解	5
3.4 矩阵的最大秩分解	5
3.5 矩阵的奇异值分解	5
3.6 习题三	5
3.7 总结	5
<b>第 4 章 特征值的估计与摄动</b>	<b>7</b>
4.1 特征值界的估计	7
4.2 Gerschgorin 圆盘定理	7
4.3 Gerschgorin 定理的推广	7
4.4 Hermite 矩阵特征值的变分特征	7
4.5 摄动定理	7
4.6 习题四	7
4.7 总结	7
<b>第 5 章 矩阵分析</b>	<b>9</b>
5.1 矩阵序列与矩阵级数	9
5.2 矩阵函数	9

5.3	矩阵的微分和积分 . . . . .	9
5.4	一阶线性常系数微分方程组 . . . . .	9
5.5	习题五 . . . . .	9
5.6	总结 . . . . .	9
<b>第 6 章</b>	<b>广义逆矩阵</b>	<b>10</b>
6.1	矩阵的单边逆 . . . . .	10
6.2	广义逆矩阵 $A^-$ . . . . .	10
6.3	自反广义逆矩阵 $A_r^-$ . . . . .	10
6.4	$A^-$ 的计算方法 . . . . .	10
6.5	M-P 广义逆矩阵 $A^\dagger$ . . . . .	10
6.6	$A^\dagger$ 的计算方法 . . . . .	10
6.7	广义逆矩阵的应用 . . . . .	10
6.8	习题六 . . . . .	10
6.9	总结 . . . . .	10
<b>第 7 章</b>	<b>非负矩阵理论</b>	<b>11</b>
7.1	非负矩阵的基本不等式 . . . . .	11
7.2	正矩阵 . . . . .	11
7.3	非负矩阵和不可约非负矩阵 . . . . .	11
7.4	素矩阵 . . . . .	11
7.5	随机矩阵 . . . . .	11
7.6	习题七 . . . . .	11
7.7	总结 . . . . .	11
<b>附录 A</b>		<b>12</b>

# 前言

矩阵理论是数学的一个重要分支，在多种工程学科中有极其重要的应用。本门课程以电子科技大学《矩阵理论》为主要参考教材，同时参考了 R.A.Horn, C.R.Johnson 等学者所著的经典教材 *Matrix Analysis* 等书籍，本笔记是由作者根据教学内容编写。

笔记的 LaTeX 模板来自 *ElegantLatex* 团队编写的作品 *elegantbook*，该系列风格优雅、功能齐全，被各类讲义、笔记编著者广泛采纳，实为佳作。

封面图片为船底座大星云，图片来自 NASA 官网。

# 第 1 章 线性代数基础

本章主要介绍课程中需要用到的线性代数基础知识。

## 1.1 线性空间与子空间

定义 1.1 (线性空间的定义)



定义 1.2 (线性空间的基与维数)



定义 1.3 (线性空间的子空间)



## 1.2 空间分解与维数定理

定理 1.1 (维数定理)



## 1.3 商空间

## 1.4 线性流形与凸包

## 1.5 特征值与特征向量

## 1.6 初等矩阵和西变换

## 1.7 欧式空间上的度量

## 1.8 酉空间的分解和投影

## 1.9 Kronecker 乘积

## 1.10 习题一

## 第 2 章 向量与矩阵的范数

。

### 2.1 向量的范数

### 2.2 矩阵的范数

### 2.3 算子范数

### 2.4 酉不变范数

### 2.5 矩阵的测度

### 2.6 范数的应用

### 2.7 习题二

### 2.8 总结

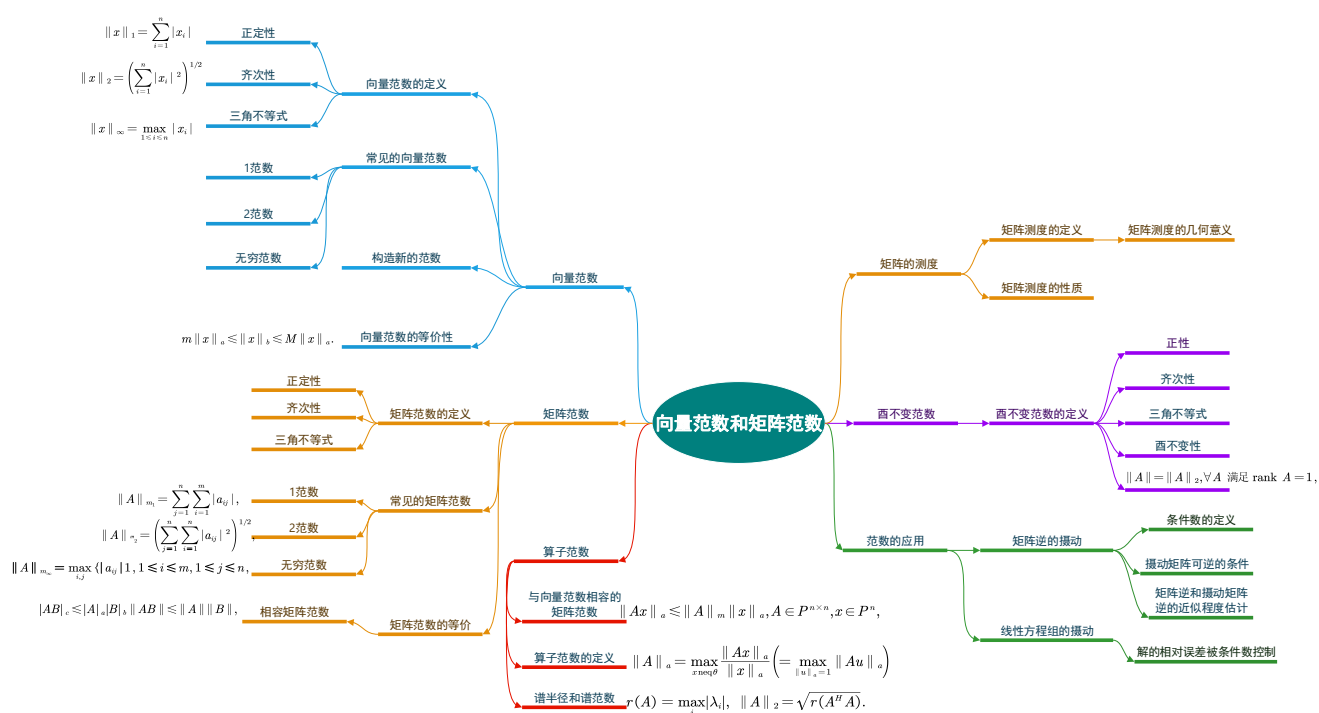


图 2.1: 第二章内容思维导图

## 第 3 章 矩阵的分解

### 3.1 矩阵的三角分解

### 3.2 矩阵的谱分解

### 3.3 Hermite 矩阵及其分解

### 3.4 矩阵的最大秩分解

### 3.5 矩阵的奇异值分解

### 3.6 习题三

### 3.7 总结



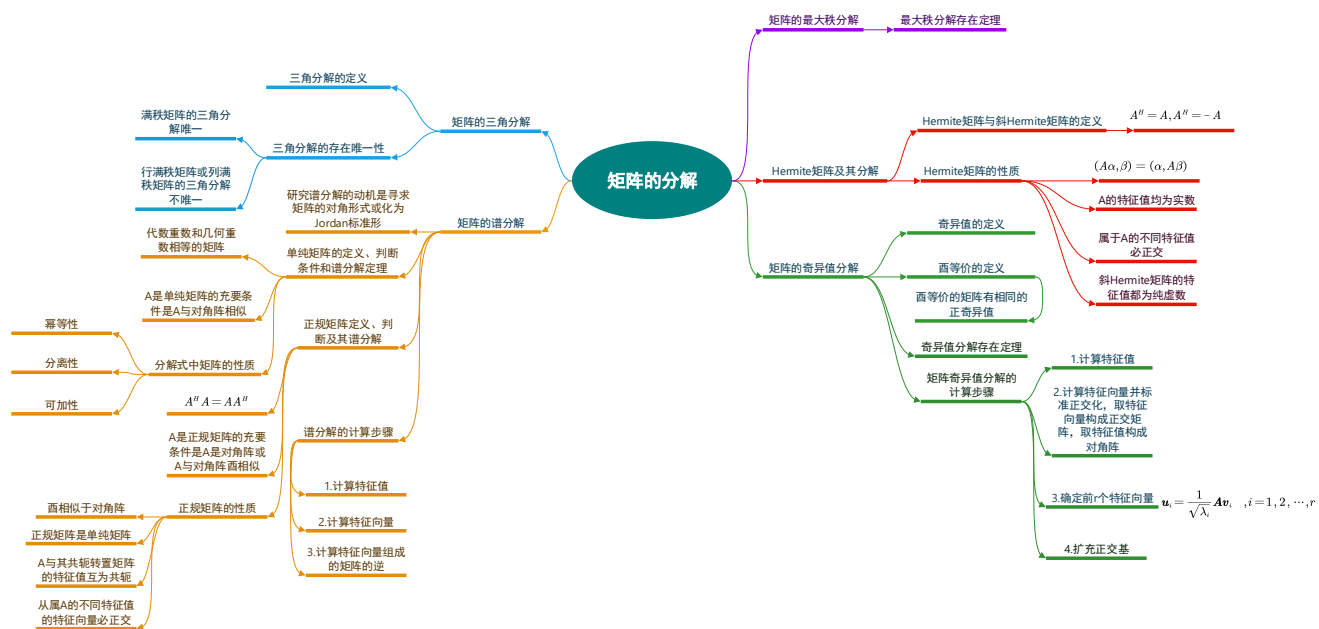


图 3.1: 第三章内容思维导图

## 第 4 章 特征值的估计与摄动

### 4.1 特征值界的估计

### 4.2 Gerschgorin 圆盘定理

### 4.3 Gerschgorin 定理的推广

### 4.4 Hermite 矩阵特征值的变分特征

### 4.5 摄动定理

### 4.6 习题四

### 4.7 总结

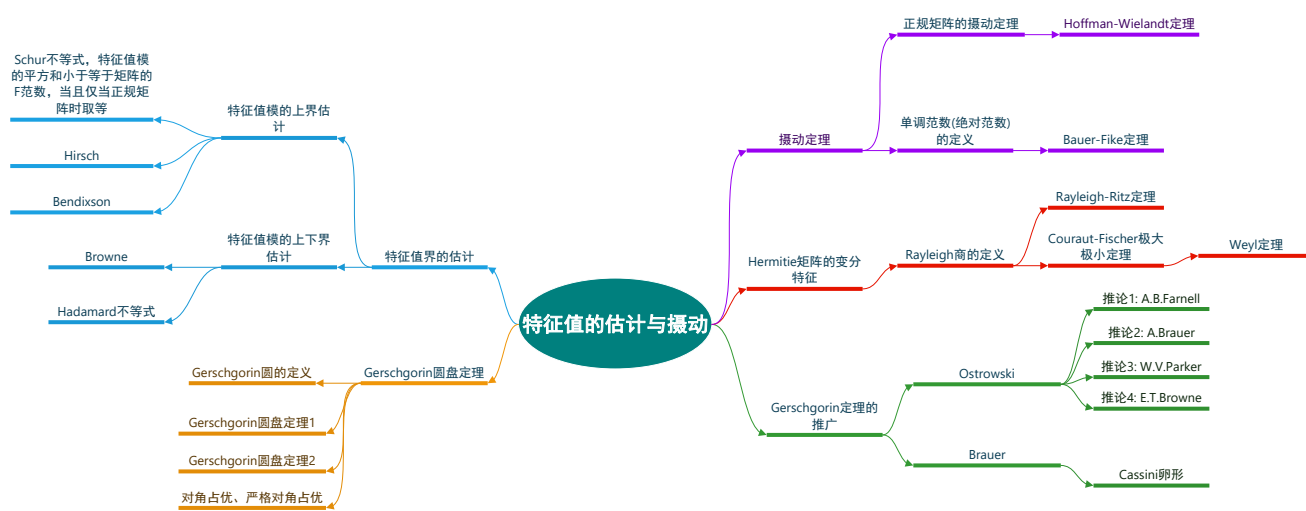


图 4.1: 第四章内容思维导图

## 第5章 矩阵分析

### 5.1 矩阵序列与矩阵级数

### 5.2 矩阵函数

### 5.3 矩阵的微分和积分

### 5.4 一阶线性常系数微分方程组

### 5.5 习题五

### 5.6 总结

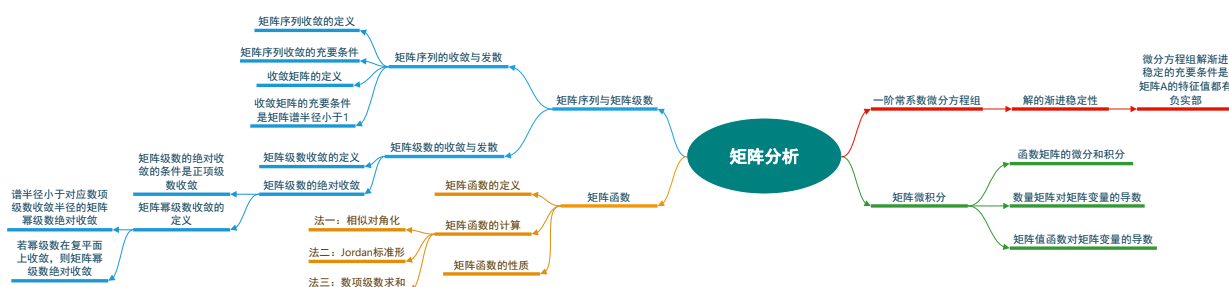


图 5.1: 第五章内容思维导图

## 第 6 章 广义逆矩阵

### 6.1 矩阵的单边逆

### 6.2 广义逆矩阵 $A^-$

### 6.3 自反广义逆矩阵 $A_r^-$

### 6.4 $A^-$ 的计算方法

### 6.5 M-P 广义逆矩阵 $A^\dagger$

### 6.6 $A^\dagger$ 的计算方法

### 6.7 广义逆矩阵的应用

### 6.8 习题六

### 6.9 总结

## 第 7 章 非负矩阵理论

### 7.1 非负矩阵的基本不等式

### 7.2 正矩阵

### 7.3 非负矩阵和不可约非负矩阵

### 7.4 素矩阵

### 7.5 随机矩阵

### 7.6 习题七

### 7.7 总结

## 附录 A