

微積分

Yuki M.

September 28, 2017

目次

第 1 章	はじめに	1
1.1	微積分とは?	1
1.2	講義の内容	1
1.3	目的	2
1.4	評価基準	3
1.5	日程	3
参考文献		5

第 1 章

はじめに

この資料は、微積分学の講義のための参考資料です。自分の備忘録も兼ねているのでやや冗長な表現もあるやもしれません。筆者もまだまだ勉強中であるため、理解が追いつかず根本的に誤解している箇所があるかと思います。ぜひとも、「この文章はおかしいのではないか？」等のご指摘をお待ちしております。また、誤字・脱字、および論理的な誤りがあればご一報ください。

1.1 微積分とは？

微積分は線形代数と並び現代数学の基礎として、大学など高等教育機関において広く学ばれている教養科目である。また、線形代数と同様に、自然科学・工学をはじめとした応用科学・社会科学など幅広い分野で応用されている計算ツールである。

そもそも微積分とは、簡単に言ってしまえば「変化」を捉えるための数学である。世の中の物理量（例えば、物体の速度や温度など）のほとんどは、位置や時間の変化に伴って変化する。その変化の度合いが、微かな変化の中にどれぐらいであったのかを、捉える数学が「微分」であり、変化の度合いの積み重ねから異なる位置・時間における物理量を予測する数学が「積分」である。

1.2 講義の内容

この講義においては、まず始めに表 1.1 に示すような初等関数を学ぶ。これは「変化」を捉える数学である「微積分」を学ぶ上で、大きな寄り道に思えるかもしれない。実際のところ「微分」「積分」の概念を理解することと、初等関数を理解することは、全く別の話である。しかし、これらの初等関数は、様々な現象を数式にモデル化する上で使用されるものであり、実用上において微積分と初等関数は切っても切れない関係にあることを理解してほしいため、まず始めに取り上げるものとする。

次に、微積分を学ぶ上で核となる「変化」を明確に記述するために極限と呼ばれる概念

表 1.1: 初等関数

	例
代数関数	$x^2 + x - 2$
指数関数	2^x
対数関数	$\log_2 x$
三角関数	$\sin x, \cos x, \tan x$
逆三角関数	$\arcsin x, \arccos x, \arctan x$

を取り上げる。つまり、微分とは「微かな変化」を捉えるための数学のことであったが、「“微かな”変化」とは一体どのようなものなのか、微小量と呼ばれる考え方を導入し、微分が持つ本質的な意味を探っていく。

その後、定積分と呼ばれる微小量の積み重ねによって表される計量が、微分の逆演算としての不定積分を用いて計算した結果と等しくなる微分積分学の基本定理について取り上げ、積分が表す2通りの意味を理解し、先人たちが築き上げた大きな金字塔を追体験していく。

またこの講義では、微分・積分の概念の意味を理解すると同時に、初等関数の基本的な微分・積分の計算を行っていく。具体的には、様々な初等関数のグラフの概形や極値、様々な図形の面積・体積を求めるといった問題を想定している。

その上で、実用上欠かすことができない微分方程式や級数について触れ、もし時間があれば、多変数の微分・積分の初歩的概念について取り上げることとする。

1.3 到達目標

この講義では、以下に示す項目を達成することを目的とする。

- (1) 微積分が持つ本質的な意味をつかむ。
- (2) 微積分に関する基本的な計算ができるようになる。
- (3) 微積分の知識を使い、初等関数のグラフの概形や基本的な図形の計量が求められるようになる。
- (4) 単純な微分方程式が解けるようになる。
- (*5) 各定理の主張が理解でき、その証明が追えるようになる。

(1) (2) については、受講者全員に達成してほしい目標として設定した。(3) (4) については、講義全体を通して身につけて欲しい計算力に関する目標である。(*5) については、高度な目的となるため、深くは言及しないが、論理的な思考力を身につけるため、ゼ

ひチャレンジして欲しい目標である。

1.4 評価基準

表 1.2 にこの講義の評価基準を示す。この内、筆記試験については、中間試験を実施するかどうか履修人数が確定したタイミングで話し合いたいと考えている。また、実施する場合は、中間試験と期末試験の割合の比率についても同様に話し合いたい。

表 1.2: 評価項目とその割合

評価項目	割合
講義への出席	30 %
毎回の課題	30 %
筆記試験	40 %

1.5 日程と進め方

表 1.3 にこの講義の日程を示す。原則として毎週水曜日と金曜日の 6 限 (17:40 – 19:10) に講義を行う。進め方としては、1 コマをさらに 2 つに分割して、45 分間を 1 つのブロックとし、新しい概念の説明と、それに付随する演習問題の解説を当てる予定である。毎回の課題については、小テストにするか宿題形式にするか現時点 (2017/9/28) では決定していない。宿題形式の場合は、別途 Web サービスを通して提出という形を取っていき

また、仮に中間試験を行うとすれば、11 月下旬を想定している。

表 1.3: 講義の日程とテーマ

日付	内容
10/04	初等関数の復習
10/06	
10/11	
10/13	
10/18	極限と導関数
10/20	
10/25	初等関数の微分
10/27	
11/01	
11/08	
11/10	高階導関数
11/15	
11/17	初等関数のグラフの概形と極大値・極小値
11/24	
11/29	定積分と原始関数
12/01	
12/06	初等関数の積分
12/08	
12/13	
12/15	
12/20	図形の面積・体積と広義積分
12/22	
12/27	微分方程式
01/05	
01/10	級数
01/12	
01/17	偏微分
01/19	
01/24	重積分
01/26	

参考文献

- [1] 斎藤毅, **微積分**. 東京大学出版会, 2013.
- [2] 前野昌弘, **ヴィジュアルガイド物理数学 1 変数の微積分と常微分方程式**. 東京図書, 2016.
- [3] 新井紀子, **数学は言葉**, ser. Math stories / 上野健爾, 新井紀子監修. 東京図書, 2009.
- [4] 蟹江幸博, **数学の作法**. 近代科学社, 2016.
- [5] 結城浩, **数学ガールの秘密ノート/微分を追いかけて**, ser. 数学ガール. SB クリエイティブ, 2015.
- [6] ———, **数学ガールの秘密ノート/積分を見つめて**, ser. 数学ガール. SB クリエイティブ, 2017.