

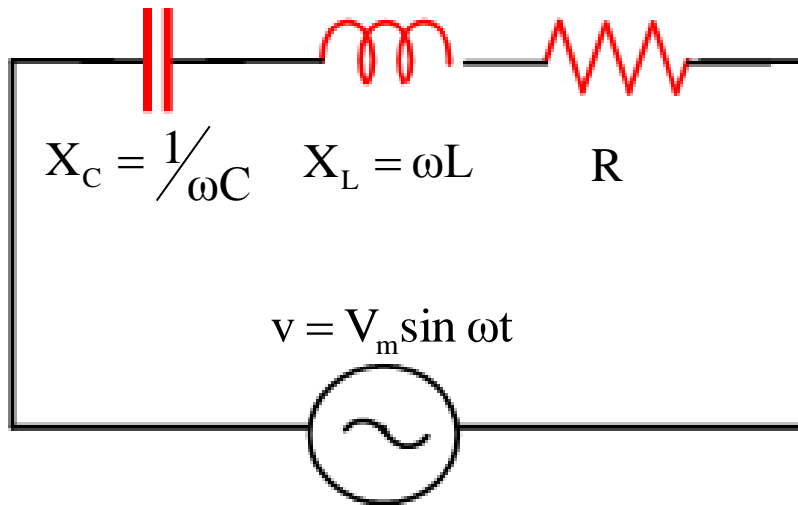
ภาพจาก http://www.photogangs.com/webboard/Uploads/monthly_02_2009/post-605-1235158681.jpg

Alternating Current ไฟฟ้ากระแสสลับ

เอ่ออาร์ กัลวานนท์

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

พิจารณาวงจรกระแสสลับ ซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ ต่อกับแบบอนุกรม ดังรูป



กระแสไฟฟ้าในวงจร คือ

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi)$$

เมื่อ ϕ เป็นมุมเฟส ระหว่าง i กับ v

กระแสที่เข้ากลุ่ม RLC เท่ากับกระแสที่ผ่าน R,L,C และเป็นเวกเตอร์เดียวกัน

$$\vec{i} = \vec{i}_R = \vec{i}_L = \vec{i}_C$$

เวกเตอร์ความต่างศักย์คร่อมกลุ่ม RLC เท่ากับ ผลบวกของเวกเตอร์ความต่างศักย์คร่อม R,L,C

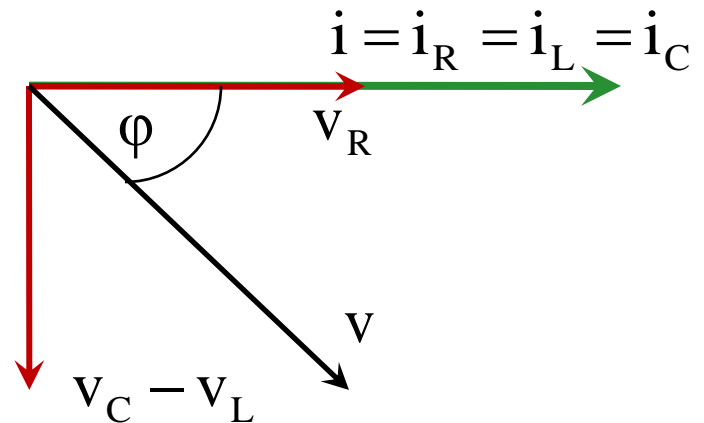
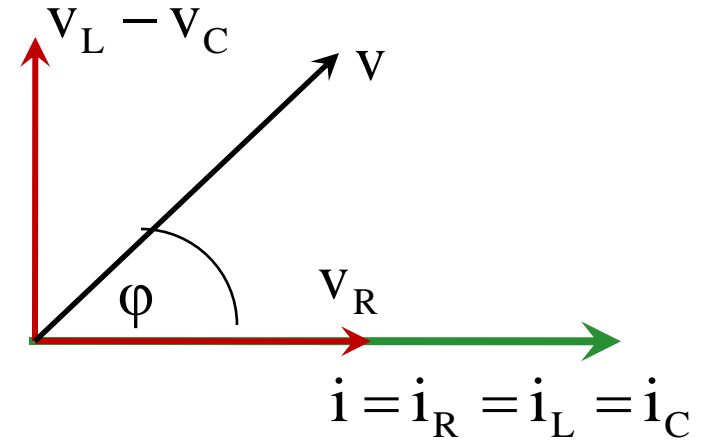
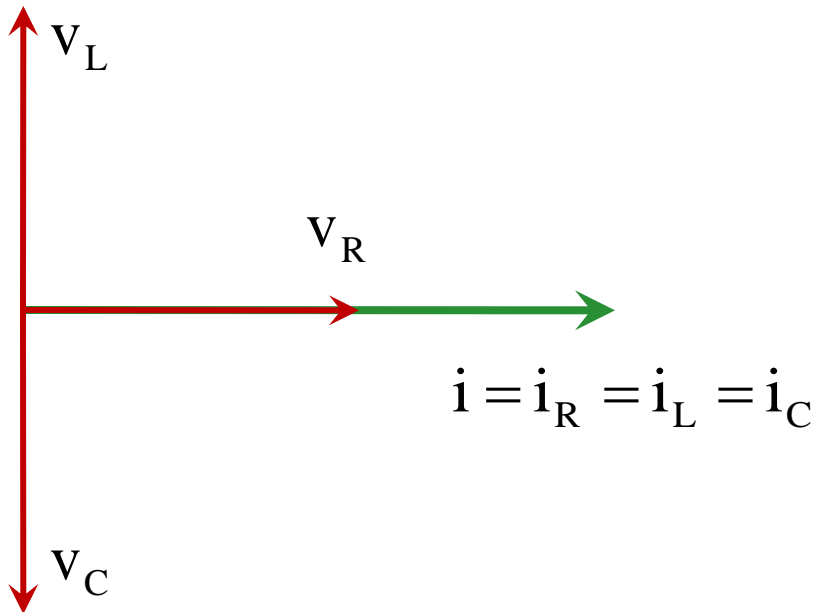
$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

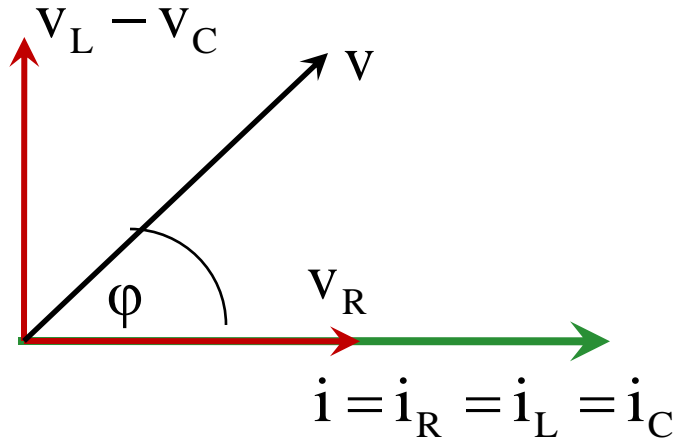
เขียนแผนภาพแสดงเฟส

$$\vec{i} = \vec{i}_R = \vec{i}_L = \vec{i}_C$$

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C$$



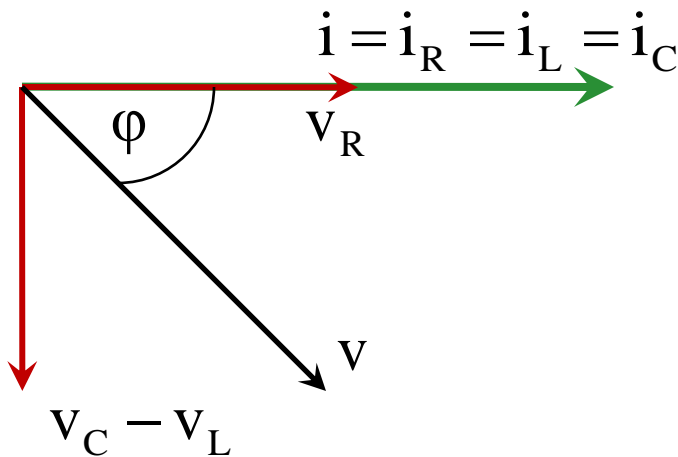
การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม



$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$v = iZ, \quad v_R = iR, \quad v_L = iX_L, \quad v_C = iX_C$$

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_L - V_C}{V_R}\right)$$



$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2}$$

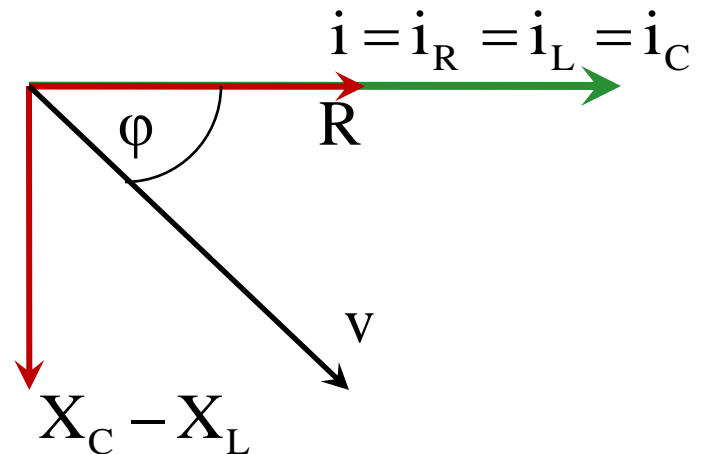
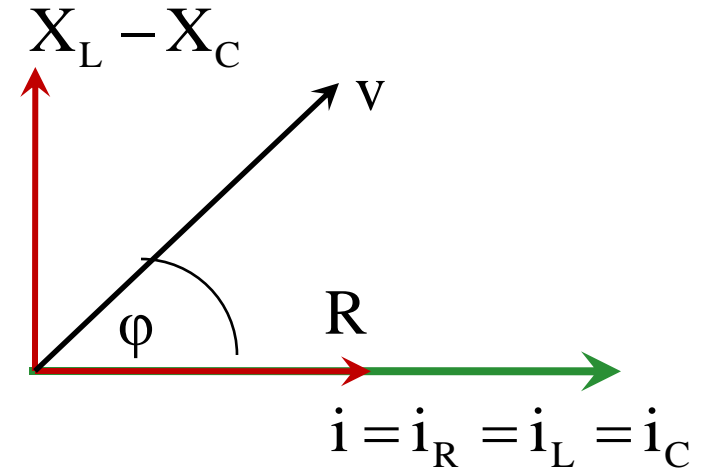
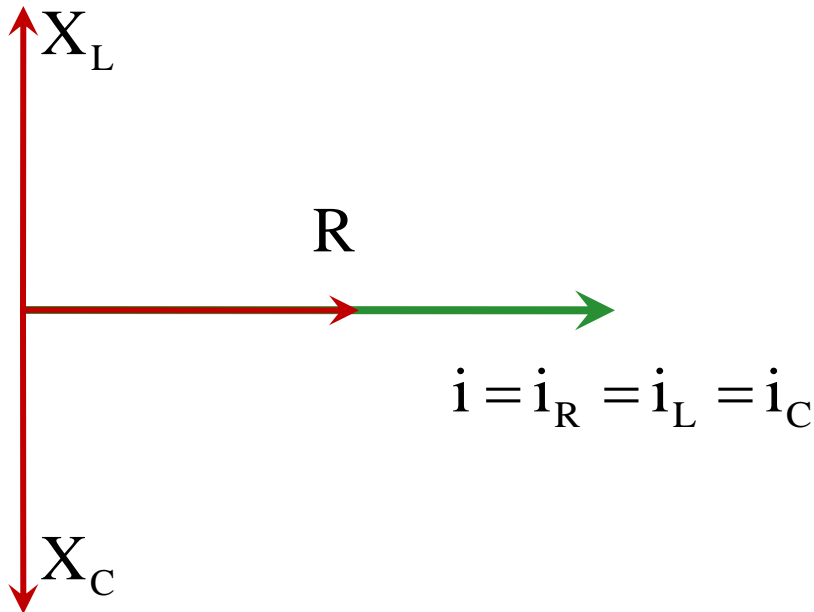
$$v = iZ, \quad v_R = iR, \quad v_L = iX_L, \quad v_C = iX_C$$

$$\tan\phi = \frac{V_C - V_L}{V_R} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_C - V_L}{V_R}\right)$$

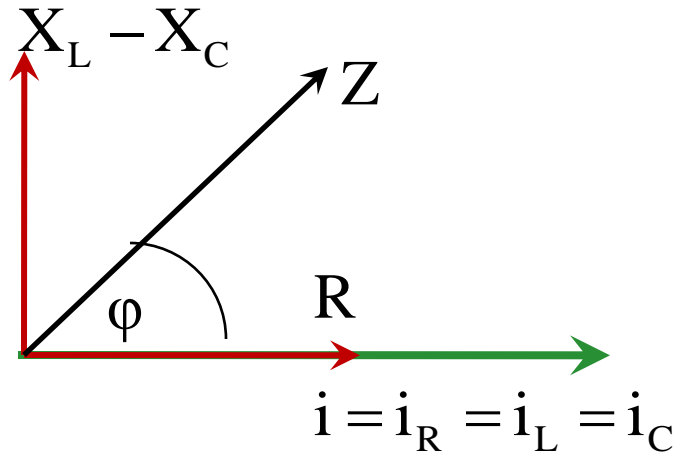
การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

เขียนแผนภาพแสดงเฟส

$$V = iZ, \quad V_R = iR, \quad V_L = iX_L, \quad V_C = iX_C$$



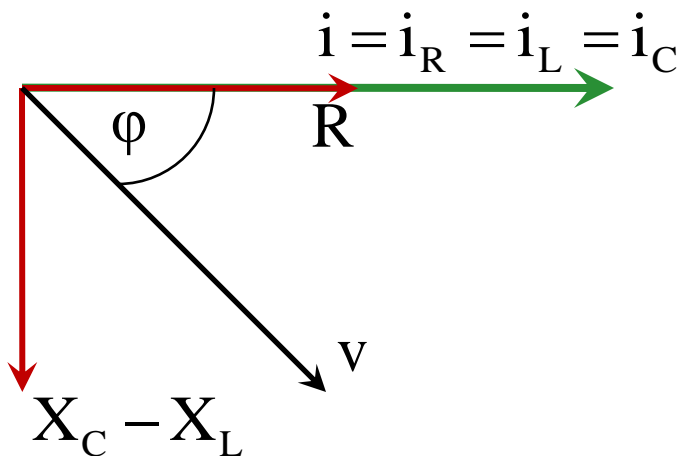
การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$v = iZ, \quad v_R = iR, \quad v_L = iX_L, \quad v_C = iX_C$$

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

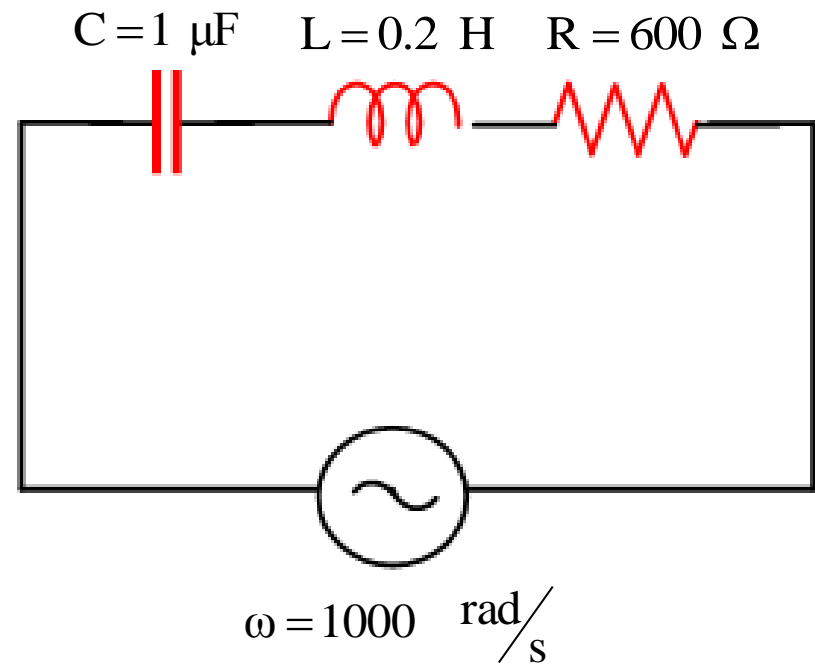
$$v = iZ, \quad v_R = iR, \quad v_L = iX_L, \quad v_C = iX_C$$

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

ตัวอย่าง จากรูปวงจรไฟฟ้ากระแสสลับวงหนึ่ง ถ้าวงจรนี้มีกระแสไฟฟ้าไหล 0.1 แอมแปร์ จงคำนวณหา

1. ความต้านทานเชิงเหนี่ยวนำ
2. ความต้านทานแห่งการจุ
3. ความต้านทานเชิงซ้อน
4. ความต่างศักย์ของตัวต้านทาน
5. ความต่างศักย์ของตัวเหนี่ยวนำ
6. ความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุ
7. ความต่างศักย์รวมทั้งหมด
8. มุมเฟสระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

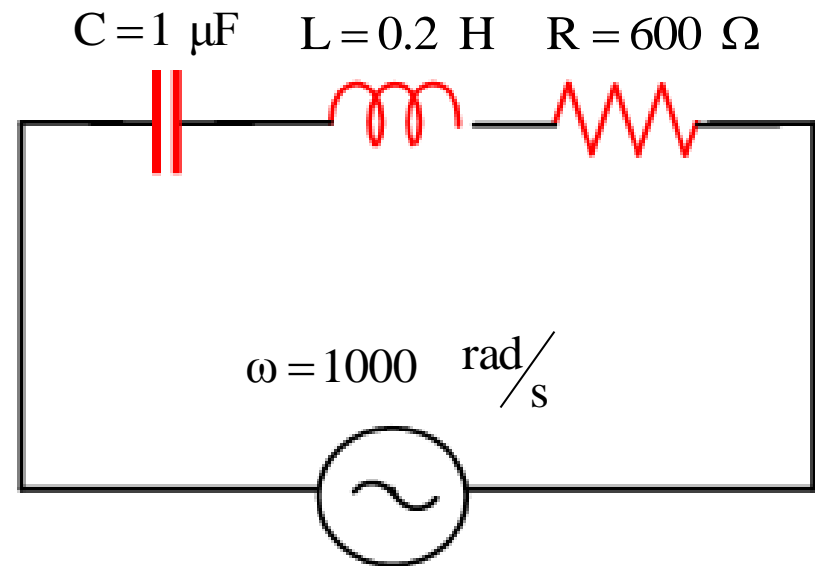
ตัวอย่าง จากรูป จงคำนวณหา

1. ความต้านทานเชิงเหนี่ยวนำ

$$X_L = \omega L = 1000 \times 0.2 = 200 \ \Omega$$

2. ความต้านทานแห่งการจุ

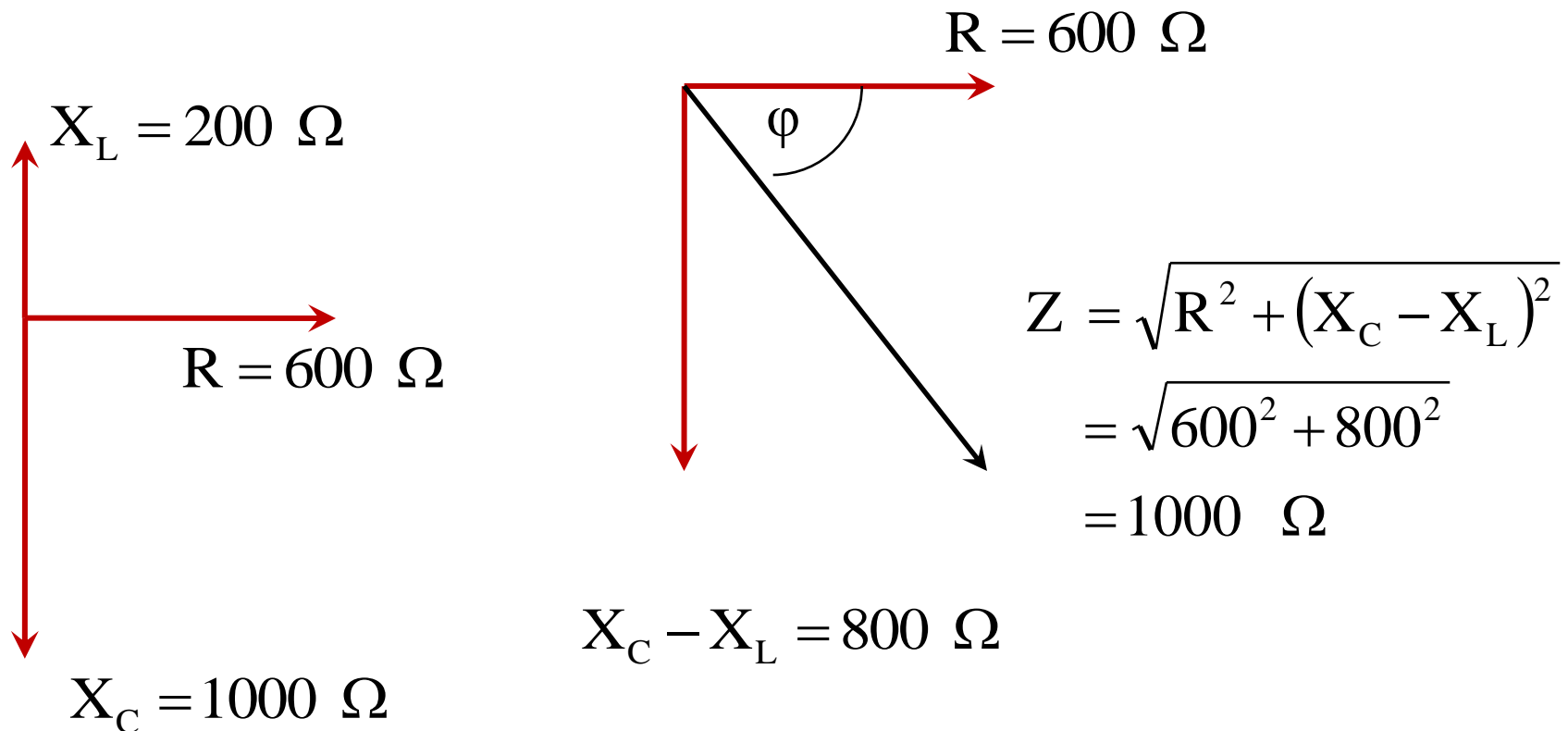
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(10^3 \times 0.1 \times 10^{-6})} = 1000 \ \Omega$$



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดงเฟส คำนวณหา

3. ความต้านทานเชิงซ้อน



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

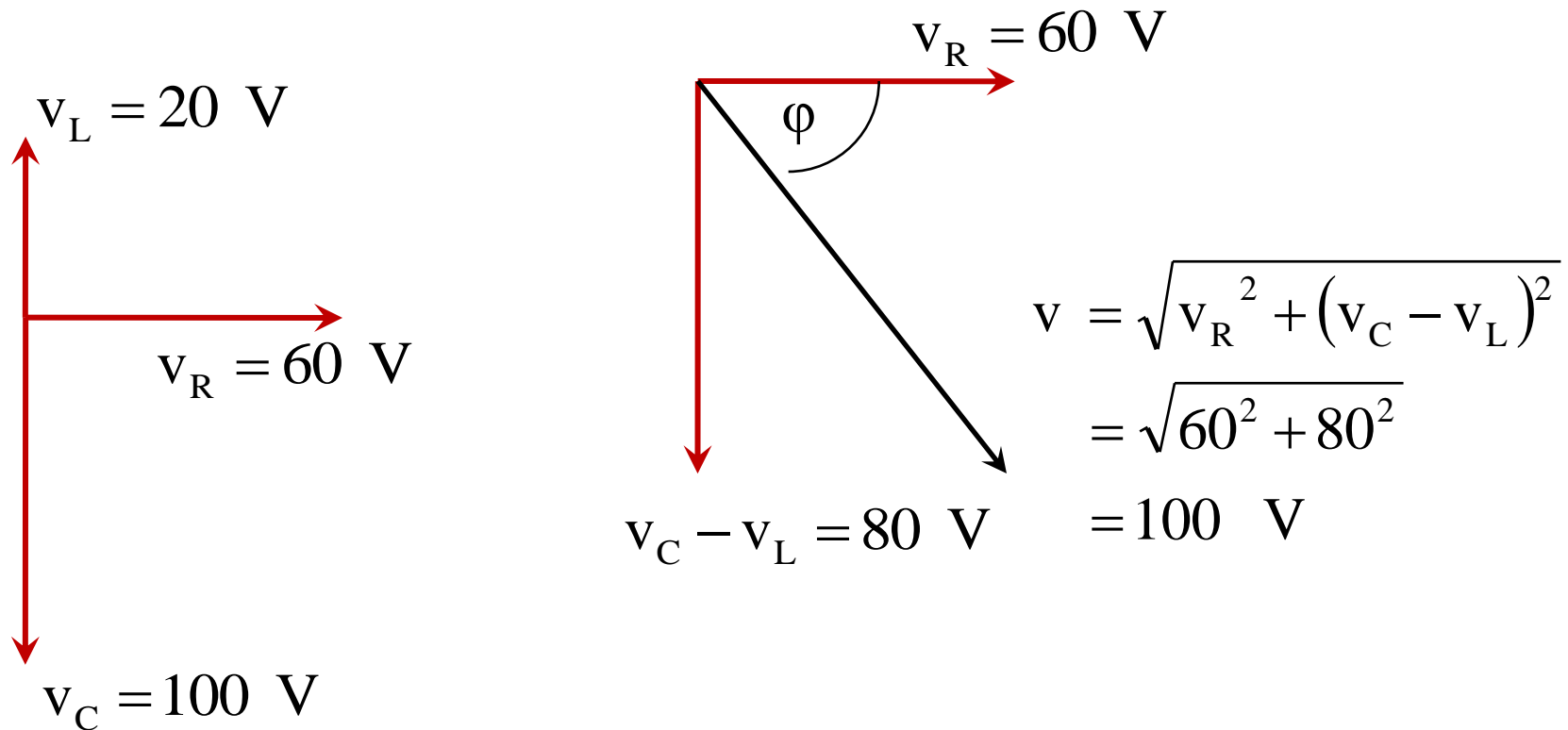
ตัวอย่าง จากโจทย์และตัวอย่างก่อนหน้านี้ สามารถคำนวณหา

4. ความต่างศักย์ของตัวต้านทาน $v_R = iR = 0.1 \times 600 = 60 \text{ V}$
5. ความต่างศักย์ของตัวเหนี่ยวนำ $v_L = iX_L = 0.1 \times 200 = 20 \text{ V}$
6. ความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุ $v_C = iX_C = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$
7. ความต่างศักย์รวมทั้งหมด $v = iZ = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$
หรือหาจากแผนภาพแสดงเฟสเซอร์

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดง คำนวณหา

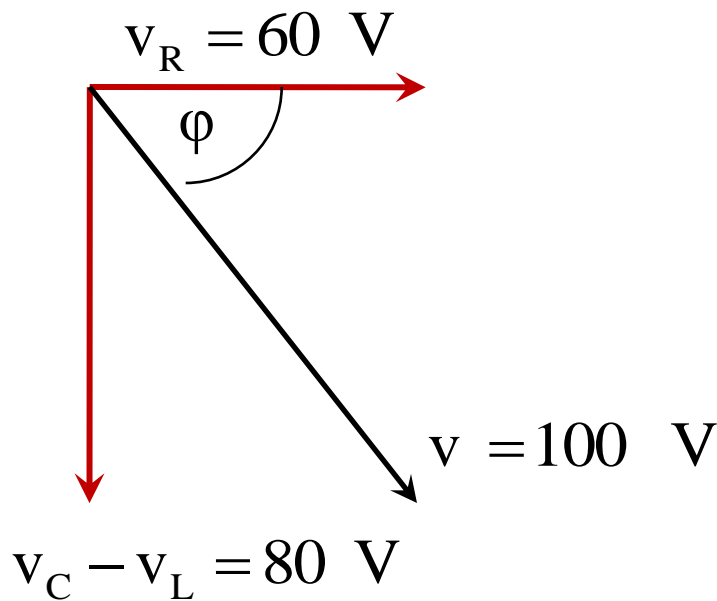
7. ความต่างศักย์รวมทั้งหมด



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

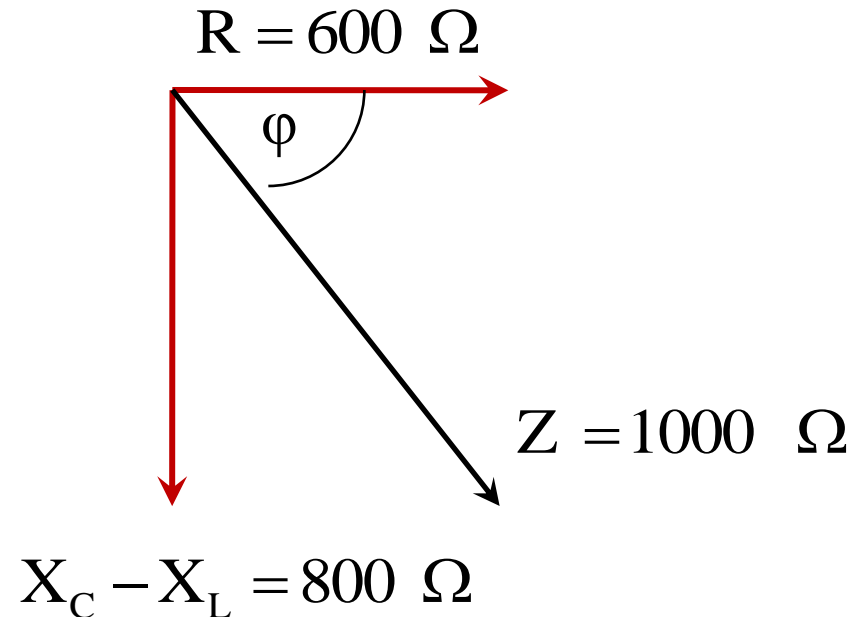
ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดงเฟส คำนวณหา

8. มุมเฟสระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์



$$\tan \phi = \frac{V_C - V_L}{V_R} = \frac{80}{60}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{8}{6} = 53.17^\circ$$



$$\tan \phi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{800}{600}$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบอนุกรม

ตัวอย่าง จากโจทย์และตัวอย่างก่อนหน้านี้ สามารถคำนวณหา

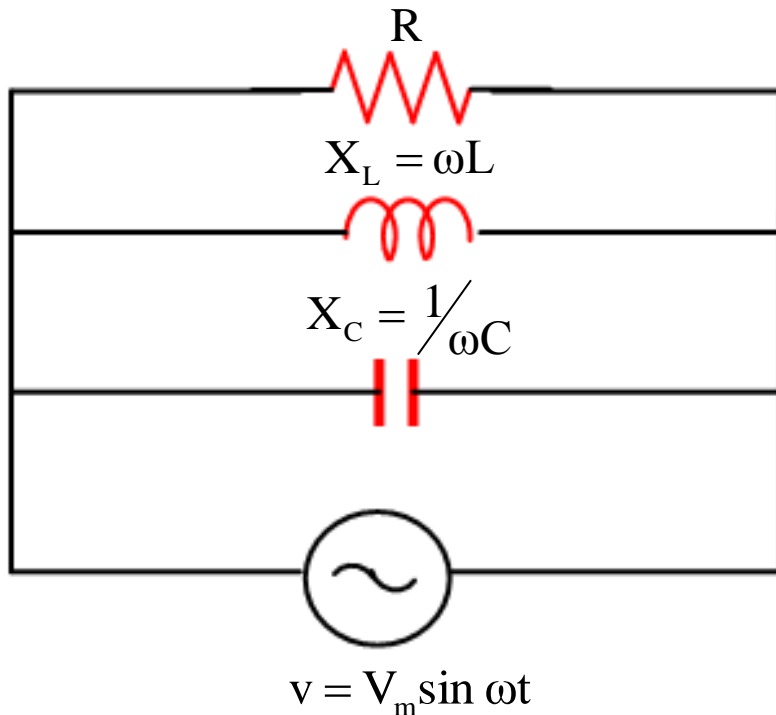
4. ความต่างศักย์ของตัวต้านทาน $v_R = iR = 0.1 \times 600 = 60 \text{ V}$
5. ความต่างศักย์ของตัวเหนี่ยวนำ $v_L = iX_L = 0.1 \times 200 = 20 \text{ V}$
6. ความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุ $v_C = iX_C = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$
7. ความต่างศักย์รวมทั้งหมด $v = iZ = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ V}$

8. มุมเฟสระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์

$$\tan \phi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{800}{600} = \frac{4}{3} \qquad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) = 53^\circ$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

พิจารณาวจรกระแสสลับ ซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ
ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ ต่อกับแบบขนาน ดังรูป



ความต่างศักย์คร่อมกลุ่ม RLC
เท่ากับความต่างศักย์คร่อม R, L, C และ
เป็นเวกเตอร์เดียวกัน

$$\vec{V} = \vec{V}_R = \vec{V}_L = \vec{V}_C$$

เวกเตอร์กระแสที่เข้ากลุ่ม RLC เท่ากับผลบวก
ของเวกเตอร์ กระแสที่ผ่าน R, L, C

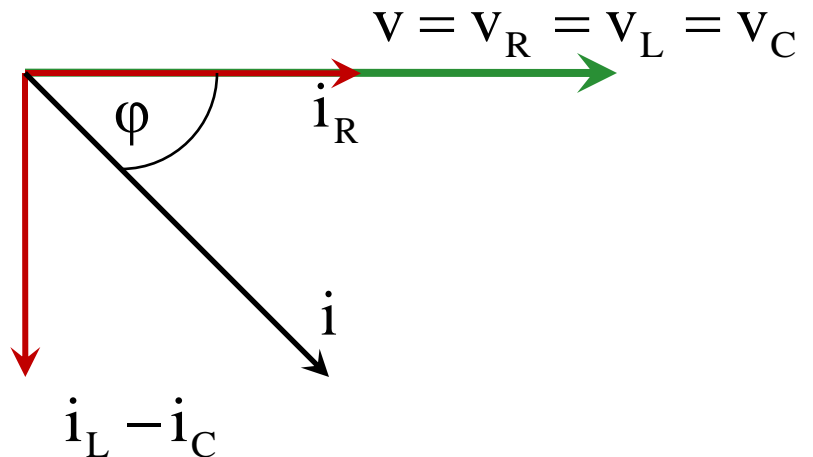
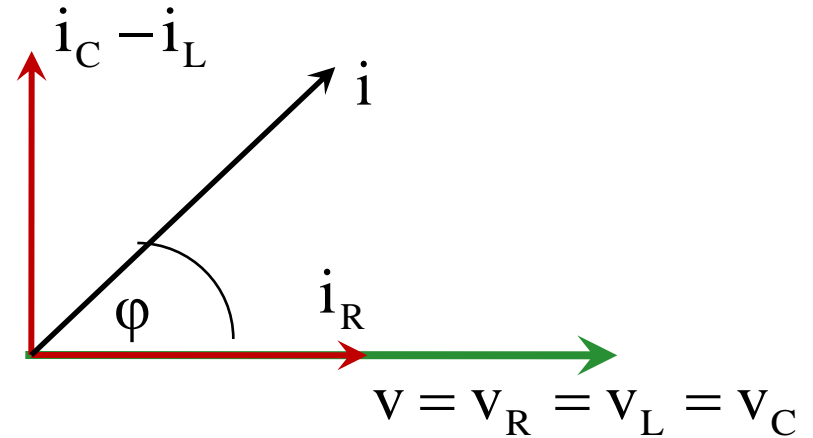
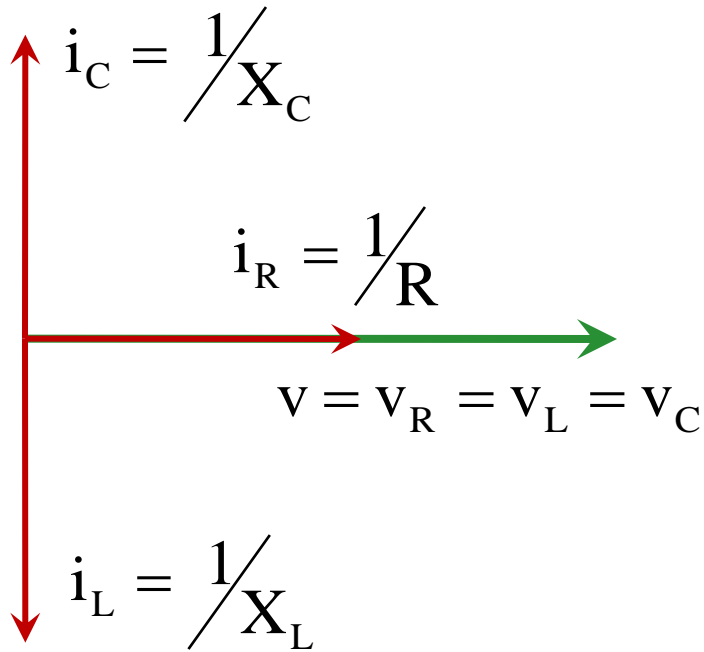
$$\vec{i} = \vec{i}_R + \vec{i}_L + \vec{i}_C$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

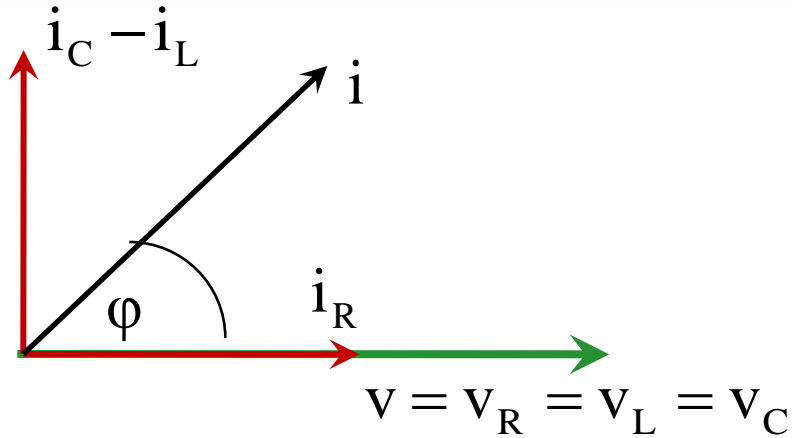
เขียนแผนภาพแสดงเฟส

$$\vec{V} = \vec{V}_R = \vec{V}_L = \vec{V}_C$$

$$\vec{i} = \vec{i}_R + \vec{i}_L + \vec{i}_C$$

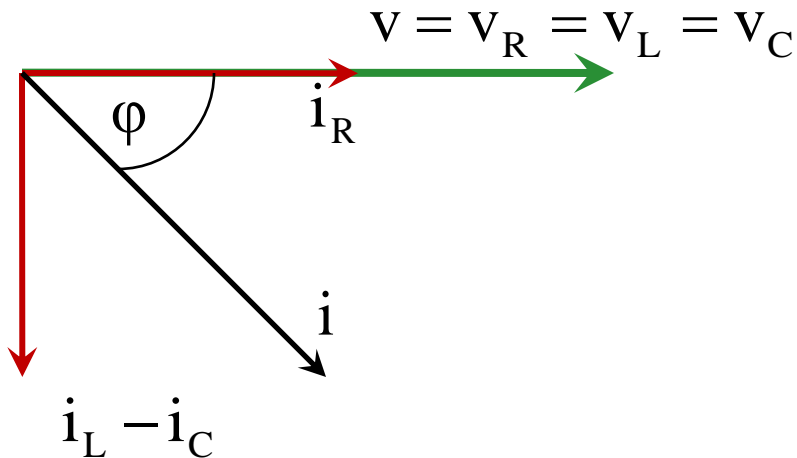


การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน



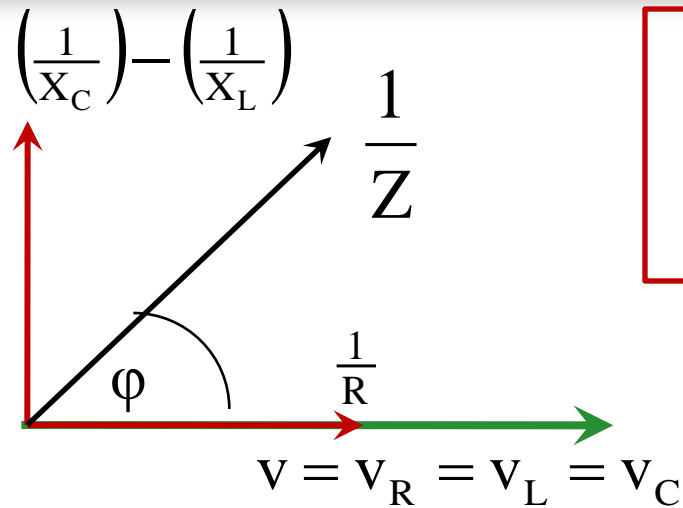
$$i = \sqrt{i_R^2 + (i_C - i_L)^2}$$
$$= \frac{V}{Z}$$

$$i_R = \frac{V}{R}, \quad i_L = \frac{V}{X_L}, \quad i_C = \frac{V}{X_C}$$



$$i = \sqrt{i_R^2 + (i_L - i_C)^2}$$
$$= \frac{V}{Z}$$

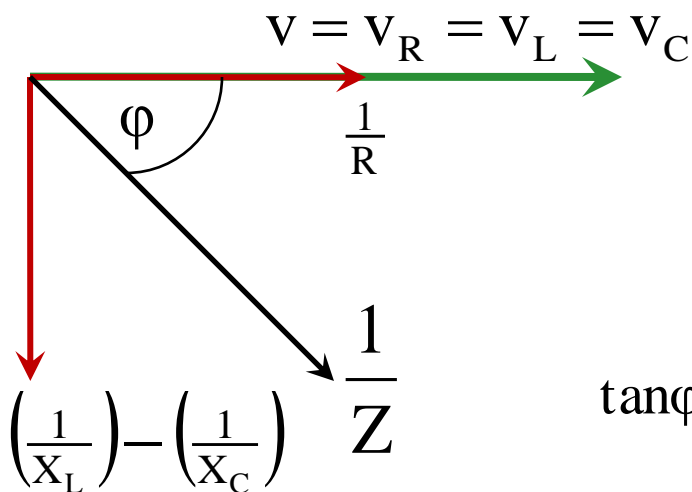
การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน



$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)}{\frac{1}{R}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)}{\frac{1}{R}} \right)$$



$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

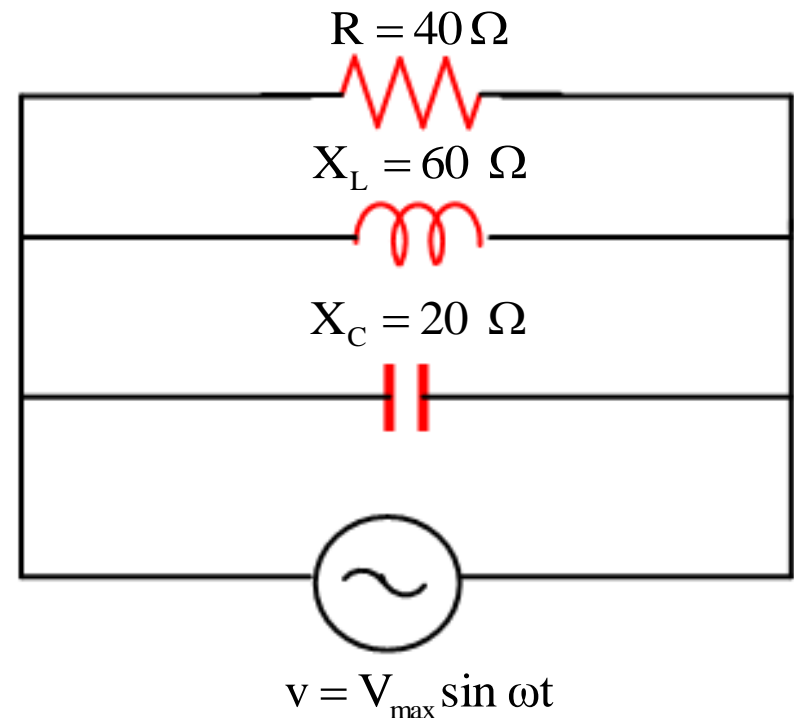
$$\tan \phi = \frac{\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)}{\frac{1}{R}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)}{\frac{1}{R}} \right)$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

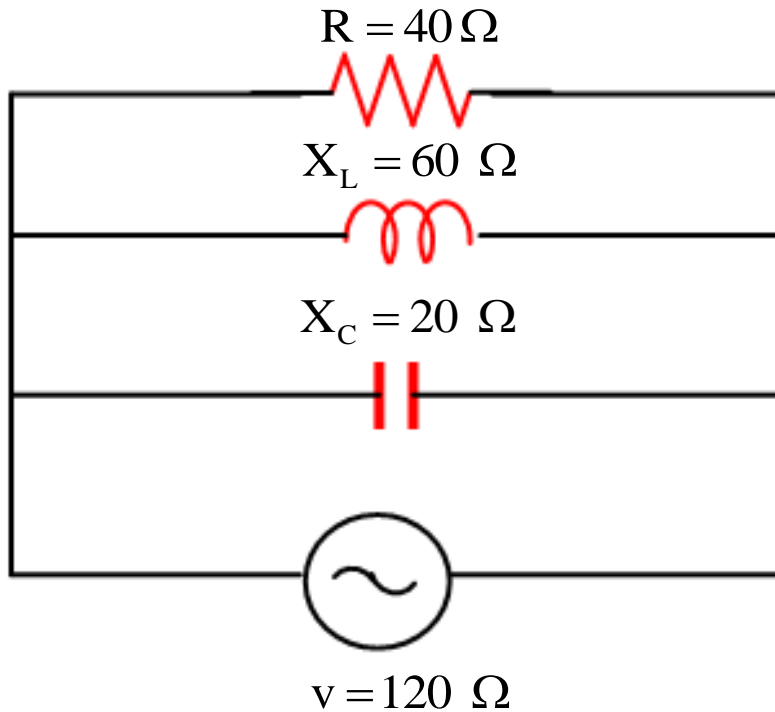
ตัวอย่าง พิจารณาวงจรกระแสสลับ ซึ่งตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุต่อกันอย่างขนานอยู่ระหว่างสองจุดซึ่งมีความต่างศักย์ไฟฟ้ากระแสสลับ 120 โวลต์ จงหา

1. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน
2. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ
3. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ
4. กระแสไฟฟ้าที่รวมในวงจร
5. ความต้านทานเชิงซ้อนของวงจร
6. มุมเฟสระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต่างศักย์



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

ตัวอย่าง จากรูป จงหา i_R, i_L, i_C



1. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

$$i_R = \frac{v}{R} = \frac{120}{40} = 3 \text{ A}$$

2. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

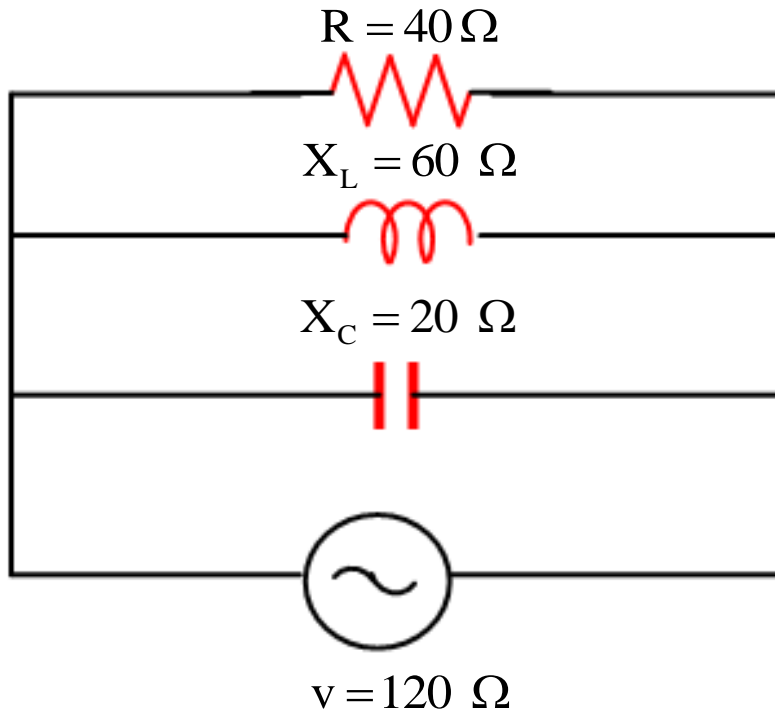
$$i_L = \frac{v}{X_L} = \frac{120}{60} = 2 \text{ A}$$

3. กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$$i_C = \frac{v}{X_C} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

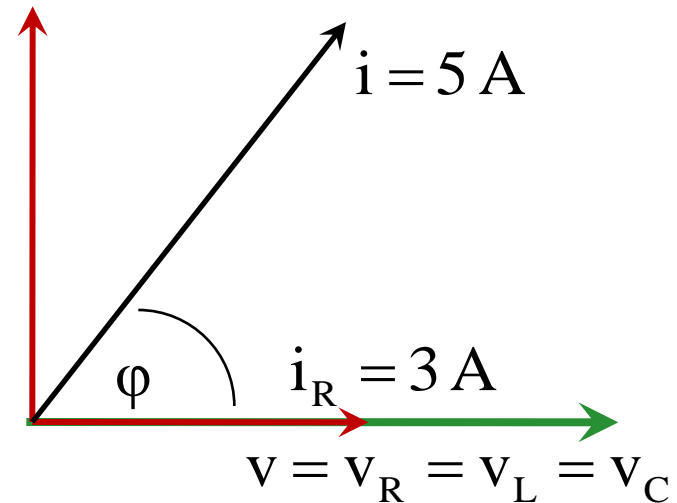
การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

ตัวอย่าง จากรูป จงหากระแสไฟฟ้าที่รวมในวงจร



$$i = \sqrt{i_R^2 + (i_C - i_L)^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ A}$$

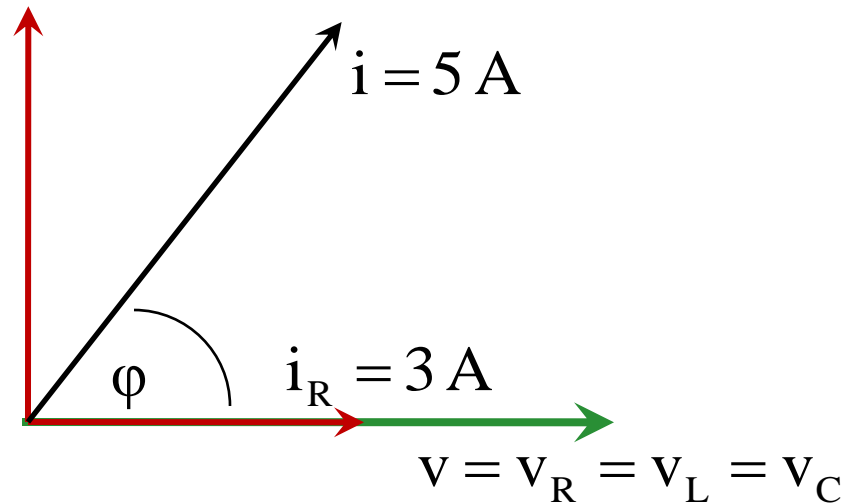
จากโจทย์พบว่า $i_R = 3 \text{ A}$, $i_L = 2 \text{ A}$
และ $i_C = 6 \text{ A}$ และ เมื่อนำมาเขียน
แผนภาพแสดงเฟส จะได้ว่า
 $i_C - i_L = 6 - 2 = 4 \text{ A}$



การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดงเฟส สามารถหาความต้านทานเชิงซ้อนของวงจรได้

$$i_C - i_L = 6 - 2 = 4 \text{ A}$$



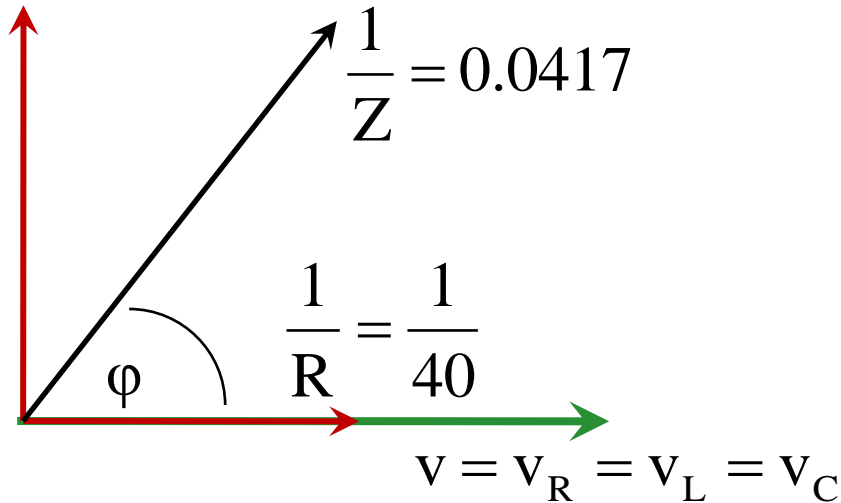
$$Z = \frac{V}{i} = \frac{120}{5} = 24 \ \Omega$$

หรือ หาจากสูตร $\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดงเฟส สามารถหาความต้านทานเชิงซ้อนของวงจรได้

$$\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{2}{60}$$



$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

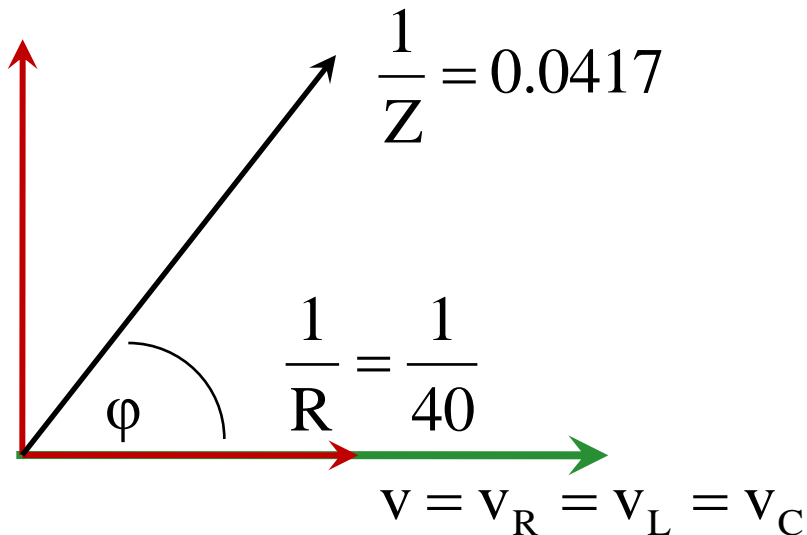
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{40}\right)^2 + \left(\frac{1}{30}\right)^2} = 0.0417$$

$$Z = 23.98 \approx 24 \, \Omega$$

การต่อตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบขนาน

ตัวอย่าง จากแผนภาพแสดงเฟส สามารถหามุมเฟสระหว่างกระแสไฟฟ้ากับ ความต่างศักย์

$$\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{2}{60}$$



$$\tan \phi = \frac{\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)}{\frac{1}{R}}$$

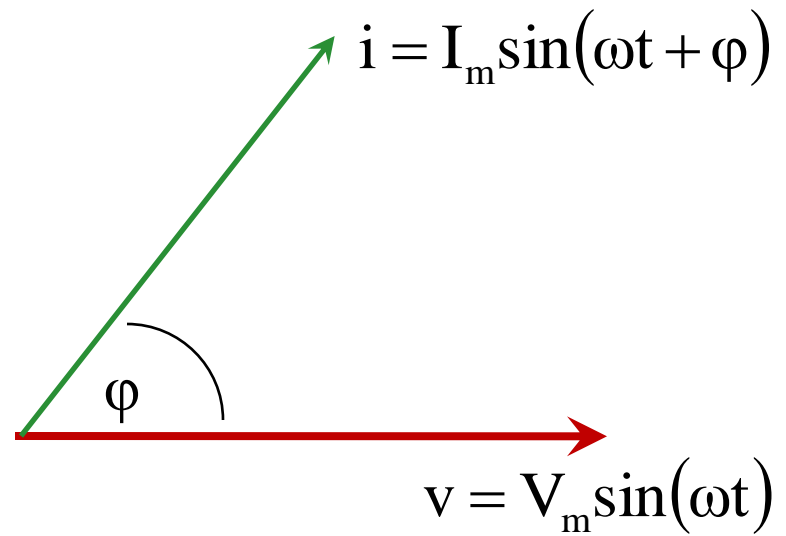
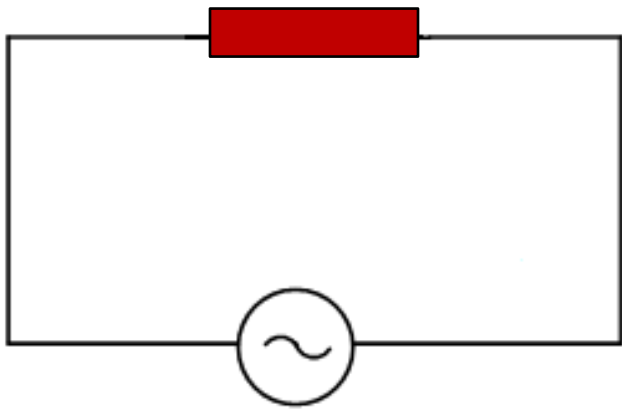
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)}{\frac{1}{R}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{1/30}{1/40} \right)$$

$$= 53.13^\circ$$

กำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ

ในวงจรกระแสสลับซึ่งประกอบไปด้วย ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ เราสามารถเขียนแผนภาพแสดงเฟสของกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ในวงจร ดังรูป



กำลังไฟฟ้าคือ

$$P = iv$$

เนื่องจากค่ากระแสไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา **ค่ากำลังไฟฟ้าจึงเป็นค่าเฉลี่ย**

$$P_{av} = I_{rms} V_{rms} \cos \phi$$

กำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ

กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย

$$P_{av} = I_{rms} V_{rms} \cos\phi$$

กำลังกัมมันต์ (Active power)

กำลังปรากฏ (Apparent power)

ตัวประกอบกำลัง (Power factor)

กำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทาน

$$P_{av} = I_R V_R \cos 0 = I_R V_R$$

กำลังไฟฟ้าที่ตัวเหนี่ยวนำ

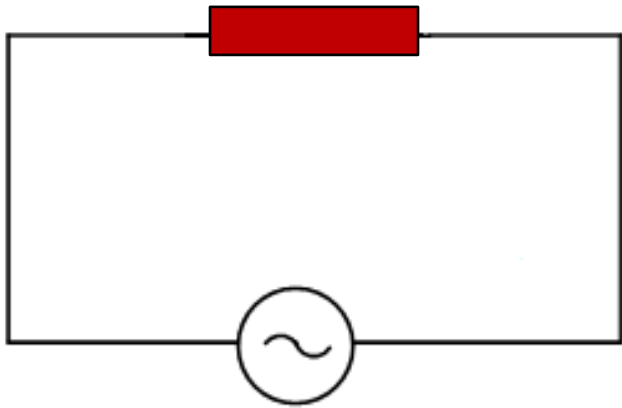
$$P_{av} = I_R V_R \cos 90 = 0$$

กำลังไฟฟ้าที่ตัวเก็บประจุ

$$P_{av} = I_R V_R \cos 90 = 0$$

กำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ

ดังนั้น ในวงจรกระแสสลับซึ่งประกอบไปด้วย ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ



A phasor diagram illustrating the relationship between current i and voltage v . A green vector labeled $i = I_m \sin(\omega t + \phi)$ points upwards and to the right. A red vector labeled $v = V_m \sin(\omega t)$ points horizontally to the right. The angle between the green vector and the red vector is labeled ϕ with a curved arrow.

กำลังไฟฟ้า คือ

$$P_{av} = I_{rms} V_{rms} \cos \phi = I_R V_R = I_R^2 R = \frac{V_R^2}{R}$$

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

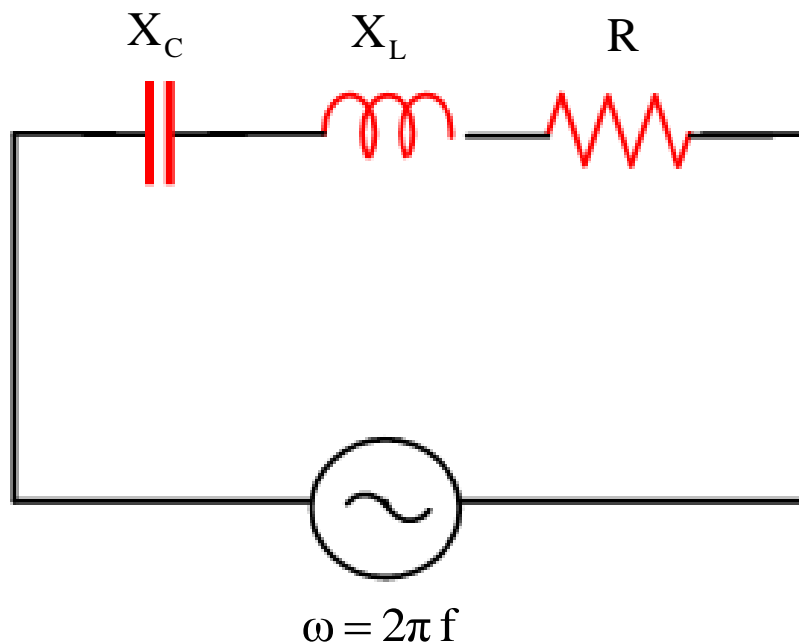
$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707 V_m$$

เรโซแนนซ์ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

เรโซแนนซ์ (resonance) คือ ปรากฏการณ์ที่มีการเสริมกันหรือหักล้าง ที่มีผลมากที่สุด เมื่อเทียบกับภาวะข้างเคียง

ในวงจรกระแสสลับนี้แบ่งออกได้ 2 ประเภท คือ

1. เรโซแนนซ์ ในวงจรที่ตัวต้านทานตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุต่ออนุกรมกัน

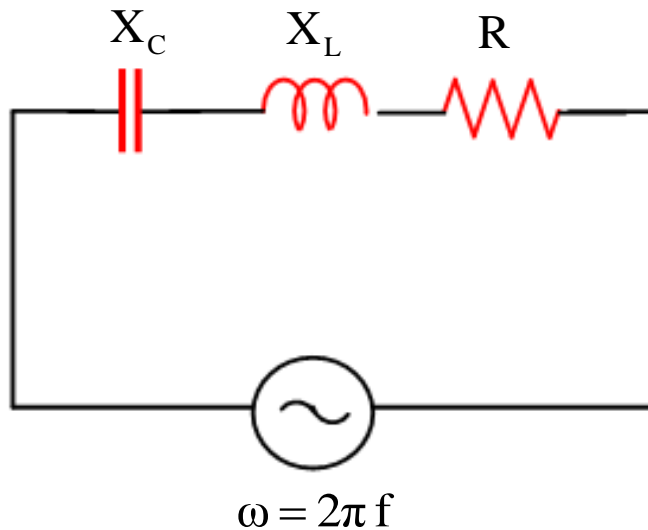


วามต้านทานเชิงซ้อน (Z) จะเปลี่ยน
ามความถี่ของไฟฟ้าที่ป้อนให้วงจร

X_L และ X_C เปลี่ยนตามความถี่

เรโซแนนซ์ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

1. เรโซแนนซ์ ในวงจรที่ตัวต้านทานตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุต่ออนุกรมกัน



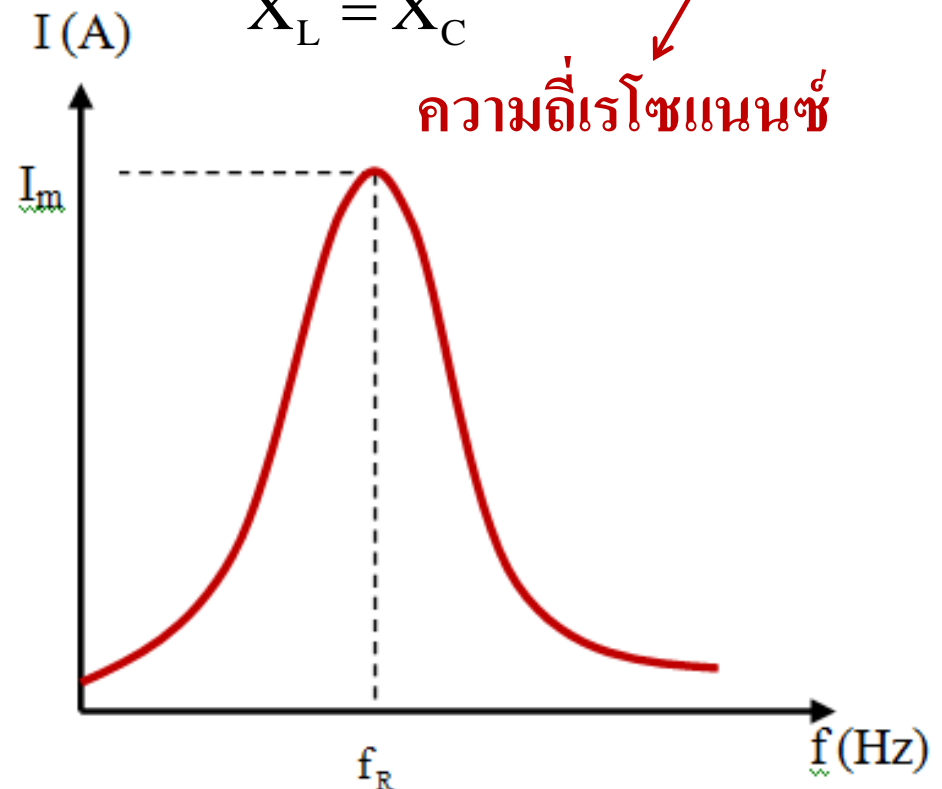
ความถี่เรโซแนนซ์

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

กระแสจะเปลี่ยนแปลงตามความถี่
กระแสจะมีค่ามากที่สุด ที่ความถี่ค่าหนึ่ง

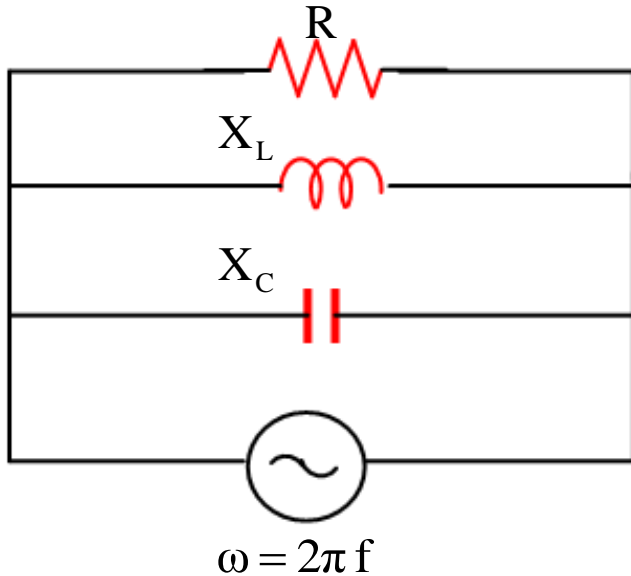
$$X_L = X_C$$

ความถี่เรโซแนนซ์



เรโซแนนซ์ ในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

2. เรโซแนนซ์ ในวงจรที่ตัวต้านทานตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุต่อขนานกัน



ความถี่เรโซแนนซ์

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

กระแสจะเปลี่ยนแปลงตามความถี่
กระแสจะมีค่าน้อยสุด ที่ความถี่ค่าหนึ่ง

$$X_L = X_C$$

ความถี่เรโซแนนซ์

