

## Bài tập Chương 4. Bài 1. Cơ sở của phép đếm

### Bài tập

1. Trong một trường đại học có 18 sinh viên ngành toán và 325 sinh viên ngành tin học.
  - a) Có bao nhiêu cách chọn hai đại diện sao cho một là sinh viên toán còn người kia là sinh viên tin học?
  - b) Có bao nhiêu cách chọn một đại diện hoặc là sinh viên toán hoặc là sinh viên tin học?
2. Một toà nhà có 27 tầng, mỗi tầng có 37 văn phòng. Hỏi có bao nhiêu văn phòng trong toà nhà đó?
3. Một phiếu trắc nghiệm đa lựa chọn gồm mười câu hỏi. Mỗi câu hỏi có bốn phương án trả lời.
  - a) Có bao nhiêu cách điền một phiếu trắc nghiệm nếu mọi câu hỏi đều được trả lời?
  - b) Có bao nhiêu cách điền một phiếu trắc nghiệm nếu có thể bỏ trống câu trả lời?
4. Một mẫu áo sơ mi đặc biệt có 12 màu, được thiết kế có kiểu cho nam và có kiểu cho nữ, có ba cỡ cho mỗi giới. Hỏi có bao nhiêu loại khác nhau của mẫu áo này?
5. Từ New York tới Denver có sáu hãng hàng không và có bảy hãng bay từ Denver đến San Francisco. Hỏi có bao nhiêu khả năng khác nhau để bay từ New York đến San Francisco qua Denver, khi phải chọn một hãng để bay tới Denver và chọn một hãng để tiếp tục bay tới San Francisco?
6. Từ Boston tới Detroit có bốn đường cao tốc và có sáu đường từ Detroit tới Los Angeles. Hỏi có bao nhiêu đường cao tốc nối Boston với Los Angeles qua Detroit?

7. Có bao nhiêu người có họ tên viết tắt bằng ba chữ cái khác nhau?
8. Có bao nhiêu người có họ tên viết tắt bằng ba chữ cái khác nhau, trong đó không chữ cái nào được lặp lại?
9. Có bao nhiêu người có họ tên viết tắt bằng ba chữ cái khác nhau, trong đó có chữ cái đầu tiên là chữ A?
10. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 8?
11. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 10 và có bit đầu tiên và bit cuối cùng là 1?
12. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 6 hoặc ít hơn?
13. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài không vượt quá  $n$  và chứa toàn bit 1, trong đó  $n$  là một số nguyên dương?
14. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài không vượt quá  $n$ , bắt đầu và kết thúc bằng bit 1, trong đó  $n$  là một số nguyên dương?
15. Có bao nhiêu xâu các chữ cái thường có độ dài bằng 4 hoặc ít hơn?
16. Có bao nhiêu xâu các chữ cái thường có độ dài bằng 4 và chứa chữ cái x?
17. Có bao nhiêu xâu gồm năm ký tự ASCII chứa ký tự @ ít nhất một lần. (Chú ý: Có 128 ký tự ASCII khác nhau).
18. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 1000
  - a) chia hết cho 7?
  - b) chia hết cho 7 nhưng không chia hết cho 11?
  - c) chia hết cả cho 7 và cho 11?
  - d) chia hết hoặc cho 7 hoặc cho 11?
  - e) chia hết chỉ cho một trong hai số 7 và 11?
  - f) không chia hết cho 7 cũng không chia hết cho 11?
  - g) có các chữ số phân biệt?
  - h) có các chữ số phân biệt và đều là chẵn?

19. Có bao nhiêu số nguyên dương nằm giữa 100 và 999

- a) chia hết cho 7?
- b) lẻ?
- c) có ba chữ số thập phân như nhau?
- d) không chia hết cho 4?
- e) chia hết cho 3 hoặc cho 4?
- f) không chia hết cho 3 hoặc 4?
- g) chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 4?
- h) chia hết cho 3 và 4?

20. Có bao nhiêu số nguyên dương nằm giữa 1000 và 9999

- a) chia hết cho 9?
- b) là số chẵn?
- c) có các chữ số khác nhau?
- d) không chia hết cho 3?
- e) chia hết cho 5 hoặc cho 7?
- f) không chia hết cho 5 hoặc 7?
- g) chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 7?
- h) chia hết cho cả 5 và 7?

21. Có bao nhiêu xâu gồm ba chữ số thập phân

- a) không chứa cùng một chữ số ba lần?
- b) bắt đầu bằng chữ số lẻ?
- c) có đúng hai chữ số 4?

22. Có bao nhiêu xâu gồm bốn chữ số thập phân

- a) không chứa cùng một chữ số hai lần?
- b) kết thúc bằng chữ số chẵn?
- c) có đúng ba chữ số 9?

23. Một uỷ ban được thành lập bao gồm hoặc là Thống đốc bang hoặc là một trong hai nghị sĩ của mỗi một trong 50 bang. Có bao nhiêu cách để thành lập uỷ ban này?
24. Có bao nhiêu biển đăng kí xe, nếu dùng ba chữ số theo sau là ba chữ cái hoặc ba chữ cái theo sau là ba chữ số?
25. Có bao nhiêu biển đăng kí xe, nếu mỗi biển số gồm hai chữ số tiếp sau là bốn chữ cái hoặc hai chữ cái theo sau là bốn chữ số?
26. Có bao nhiêu biển đăng kí xe, nếu mỗi biển số gồm hoặc là ba chữ cái tiếp sau là ba chữ cái hoặc bốn chữ cái theo sau là hai chữ số?
27. Có bao nhiêu biển đăng kí xe, nếu mỗi biển số gồm hai hoặc ba chữ cái tiếp sau bởi hai hoặc ba chữ số?
28. Có bao nhiêu xâu gồm tám chữ cái tiếng Anh
- a) nếu các chữ cái có thể lặp lại?
  - b) nếu không chữ cái nào được lặp lại?
  - c) bắt đầu với chữ cái X và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - d) bắt đầu với chữ cái X và nếu không chữ cái nào được lặp lại?
  - e) bắt đầu và kết thúc với chữ cái X và các chữ cái có thể được lặp lại?
  - f) bắt đầu với các chữ cái BO (theo đúng thứ tự đó) và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - g) bắt đầu và kết thúc với các chữ cái BO (theo đúng thứ tự đó) và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - h) bắt đầu hoặc kết thúc với các chữ cái BO (theo đúng thứ tự đó) và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?

29. Có bao nhiêu xâu gồm tám chữ cái tiếng Anh
- a) không chứa nguyên âm và nếu các chữ cái có thể lặp lại?
  - b) không chứa nguyên âm và nếu không chữ cái nào được lặp lại?
  - c) bắt đầu bằng một nguyên âm và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - d) bắt đầu bằng một nguyên âm và nếu các chữ cái không được lặp lại?
  - e) chứa ít nhất một nguyên âm và các chữ cái có thể được lặp lại?
  - f) chứa đúng một nguyên âm và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - g) bắt đầu với chữ cái X, chứa ít nhất một nguyên âm và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
  - h) bắt đầu hoặc kết thúc với chữ cái X, chứa ít nhất một nguyên âm và nếu các chữ cái có thể được lặp lại?
30. Có bao nhiêu hàm khác nhau từ tập có mười phần tử đến tập có số phần tử bằng :
- a) 2?              b) 3?              c) 4?              d) 5?
31. Có bao nhiêu hàm số đơn ánh từ tập có năm phần tử đến tập có số phần tử bằng :
- a) 4?              b) 5?              c) 6?              d) 7?
32. Có bao nhiêu hàm số từ tập  $\{1, 2, \dots, n\}$ , trong đó  $n$  là một số nguyên dương, tới tập  $\{0, 1\}$ ?
33. Có bao nhiêu hàm số từ tập  $\{1, 2, \dots, n\}$ , trong đó  $n$  là một số nguyên dương, đến tập  $\{0, 1\}$
- a) là đơn ánh?
  - b) gán 0 cho cả hai số 1 và  $n$ ?
  - c) gán 1 cho đúng một trong các số nguyên dương nhỏ hơn  $n$ ?
34. Có bao nhiêu hàm bộ phận (xem các bài tập trong mục 1.8) từ tập có năm phần tử đến tập có số phần tử bằng
- a) 1?              b) 2?              c) 5?              d) 9?

35. Có bao nhiêu hàm bộ phận (xem các bài tập trong mục 1.8) từ tập có  $m$  phần tử đến tập có  $n$  phần tử, với  $m, n$  là các số nguyên dương?
36. Có bao nhiêu tập con có hơn một phần tử của tập có 100 phần tử?
37. **Xâu thuận nghịch** là một chuỗi mà khi viết theo thứ tự ngược lại cũng vẫn bằng chính nó. Hãy tính số chuỗi nhị phân có độ dài bằng  $n$  là thuận nghịch.
38. Trong một đám cưới có 10 người kể cả cô dâu và chú rể. Để chụp ảnh, người ta xếp sáu người thành một hàng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng để chụp ảnh nếu
- mọi kiểu ảnh đều có cô dâu?
  - mọi kiểu ảnh đều có cô dâu và chú rể?
  - chỉ có hoặc cô dâu hoặc chú rể xuất hiện trong mọi kiểu ảnh?
39. Trong một đám cưới, hỏi có bao nhiêu cách xếp sáu người thành một hàng, kể cả cô dâu và chú rể, để chụp ảnh, nếu:
- cô dâu phải đứng cạnh chú rể?
  - cô dâu không đứng cạnh chú rể?
  - cô dâu đứng ở một vị trí bên trái chú rể?
40. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân có độ dài bằng 7 hoặc có hai bit đầu tiên là các bit 0 hoặc ba bit cuối cùng là các bit 1?
41. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân có độ dài bằng 10 hoặc bắt đầu bằng ba bit 0 hoặc kết thúc bằng hai bit 0?
- 42\*. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân có độ dài bằng 10 và có năm bit 0 liên tiếp nhau hoặc năm bit 1 liên tiếp?
- 43\*\*. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân có độ dài bằng 8 và có ba bit 0 liên tiếp nhau hoặc bốn bit 1 liên tiếp nhau?

44. Mỗi sinh viên của lớp toán rời rạc hoặc học ngành toán hoặc là ngành tin học hoặc theo học cả hai ngành này. Hỏi trong lớp có bao nhiêu sinh viên nếu biết trong lớp có 38 người học ngành tin (kể cả người học cả hai ngành) và 23 người học ngành toán (kể cả người học cả hai ngành) và bảy người học cả hai ngành?
45. Có bao nhiêu số nguyên không lớn hơn 100 chia hết cho 4 hoặc cho 6?
46. Tên của mọi biến trong ngôn ngữ lập trình C là một xâu không quá tám kí tự gồm các chữ thường, chữ in hoa, chữ số và dấu gạch dưới. Ngoài ra, kí tự đầu tiên của xâu phải là một chữ cái, viết thường hoặc viết hoa đều được hoặc một dấu gạch dưới. Hỏi trong C có thể đặt tên được cho bao nhiêu biến khác nhau? (Lưu ý rằng tên của một biến có thể ít hơn tám kí tự.)
47. Giả sử rằng trong tương lai mọi máy điện thoại trên thế giới được gán một con số (số điện thoại) gồm mã quốc gia dài từ một tới ba chữ số, tức là nó có dạng X, XX hoặc XXX tiếp theo là số điện thoại gồm mười chữ

số dạng NXX-NXX-XXXX (như đã mô tả trong ví dụ 7). Theo cách đánh số này, sẽ có bao nhiêu số điện thoại khác nhau có thể dùng được trên toàn cầu?

48. Dùng biểu đồ cây, tìm số xâu nhị phân độ dài 4 không có ba bit 0 liên nhau.
49. Có bao nhiêu cách xếp các chữ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  và  $d$  sao cho chữ  $b$  không đi liền sau chữ  $a$ ?
50. Dùng biểu đồ cây hãy tìm số khả năng có thể sẽ xảy ra trong một cuộc thi đấu thể thao gồm bảy ván giữa hai đội. Đội thắng là đội đầu tiên thắng bốn trong bảy ván thi đấu.
51. Dùng biểu đồ cây hãy xác định số các tập con của tập  $\{3, 7, 9, 11, 24\}$  sao cho tổng các phần tử của mỗi tập con đó nhỏ hơn 28.

52. a) Giả sử một kho hàng bán sáu loại đồ uống là coca cola, nước khoáng, nước cam, bia, nước chanh và soda. Hãy dùng biểu đồ cây để xác định số các loại chai đồ uống khác nhau mà kho cần phải dự trữ để có tất cả các loại chai có kích thước khả dụng. Biết rằng tất cả các loại đồ uống trên đều có loại chai 12 ounce; tất cả, trừ nước chanh, đều có loại chai 20 ounce; chỉ có coca cola và nước khoáng là có loại chai 32 ounce và tất cả, trừ nước chanh và soda, đều có chai loại 64 ounce.
- b) Trả lời câu hỏi ở câu (a) bằng cách dùng các quy tắc đếm.
53. a) Giả sử loại giấy chạy phổ biến là khả dụng cả cho cả nam lẫn nữ. Giấy phụ nữ có các loại cỡ 6, 7, 8 và 9, còn giấy đàn ông có các cỡ 8, 9, 10, 11 và 12. Giấy nam có hai màu là trắng và đen, còn giấy nữ có ba màu là trắng, đỏ và đen. Hãy dùng biểu đồ cây để xác định số lượng giấy mà một cửa hàng cần có sẵn để có ít nhất một đôi loại giấy chạy này cho mỗi loại cỡ và mỗi loại màu của cả nam lẫn nữ.
- b) Trả lời câu hỏi ở câu (a) bằng cách dùng các quy tắc đếm.
- 54\*. Dùng quy tắc nhân chứng minh rằng có  $2^{2^n}$  bảng giá trị chân lí khác nhau đối với các mệnh đề  $n$  biến.
55. Dùng quy nạp toán học, chứng minh quy tắc cộng cho  $m$  nhiệm vụ từ quy tắc cộng cho hai nhiệm vụ.
56. Dùng quy nạp toán học, chứng minh quy tắc nhân cho  $m$  nhiệm vụ từ quy tắc nhân cho hai nhiệm vụ.
57. Một đa giác lồi  $n$  cạnh có bao nhiêu đường chéo? (Một đa giác được gọi là lồi nếu mọi đoạn thẳng nối hai điểm bên trong hoặc trên biên đều nằm hoàn toàn trong đa giác đó).



58. Dữ liệu được truyền qua Internet trong các **datagram**, được xây dựng từ các khối bit. Mỗi datagram chứa thông tin tiêu đề được tổ chức thành

tối đa 14 trường khác nhau (chỉ định nhiều điều, trong đó bao gồm cả địa chỉ nguồn và địa chỉ đích) và vùng dữ liệu chứa thông tin thực sự cần truyền đi. Một trong 14 trường tiêu đề là **trường độ dài tiêu đề** (kí hiệu là HLEN – viết tắt của *header length*), nó được chỉ định bằng một giao thức dài bốn bit và chỉ định độ dài của tiêu đề qua khối 32 bit. Ví dụ, nếu HLEN = 0110 thì nghĩa là tiêu đề được tạo từ 6 khối 32 bit. Một trường khác thuộc 14 trường tiêu đề là **trường độ dài toàn phần** (tổng cộng) dài 16 bit (được kí hiệu là TOTAL LENGTH). Nó chỉ định độ dài tính bằng bit của toàn bộ datagram, kể cả của các trường tiêu đề và vùng dữ liệu. Độ dài của vùng dữ liệu bằng độ dài toàn phần của datagram trừ đi độ dài của tiêu đề.

- a) Giá trị lớn nhất khả dĩ của TOTAL LENGTH (dài 16 bit) xác định độ dài toàn phần tối đa tính theo octet (các khối 8 bit) của một datagram Internet. Hãy tính giá trị đó.
- b) Giá trị lớn nhất khả dĩ của HLEN (dài 4 bit) xác định độ dài tiêu đề toàn phần cực đại theo các khối 32 bit. Tính giá trị đó. Tính giá trị đó theo octet.
- c) Độ dài tiêu đề cực tiểu (và thường gặp nhất) là 20 octet. Hãy xác định độ dài toàn phần của vùng dữ liệu của một datagram Internet ra octet.
- d) Có bao nhiêu xâu octet khác nhau trong vùng dữ liệu có thể được truyền đi nếu độ dài tiêu đề là 20 octet và độ dài toàn phần là dài nhất có thể?