

Bài tập Chương 4. Bài 3. Chỉnh hợp và tổ hợp

Bài tập

1. Liệt kê tất cả các hoán vị của $\{a, b, c\}$.
2. Tập hợp $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ có tất cả bao nhiêu hoán vị?
3. Có tất cả bao nhiêu hoán vị của tập hợp $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ với phần tử cuối cùng bằng a ?
4. Giả sử $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - a) Liệt kê tất cả các chỉnh hợp chập 3 của S .
 - b) Liệt kê tất cả các tổ hợp chập 3 của S .
5. Tìm giá trị của các đại lượng sau :
 - a) $P(6, 3)$;
 - b) $P(6, 5)$;
 - c) $P(8, 1)$;
 - d) $P(8, 5)$;
 - e) $P(8, 8)$;
 - f) $P(10, 9)$.
6. Tìm giá trị của các đại lượng sau :
 - a) $C(5, 1)$;
 - b) $C(5, 3)$;
 - c) $C(8, 4)$;
 - d) $C(8, 8)$;
 - e) $C(8, 0)$;
 - f) $C(12, 6)$.
7. Tính số chỉnh hợp chập 5 của tập gồm chín phần tử.
8. Có bao nhiêu bảng sắp thứ tự có thể xảy ra trong cuộc thi chạy của năm vận động viên?
9. Bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với các vị trí thứ nhất, thứ nhì và thứ ba trong cuộc đua có 12 con ngựa, nếu mọi thứ tự tới đích đều có thể?
10. Có sáu ứng cử viên tranh cử chức thống đốc bang. Tính số cách in tên của các ứng cử viên lên phiếu bầu cử.

11. Có bao nhiêu xâu bit độ dài 10 chứa
- a) đúng bốn bit 1?
 - b) nhiều nhất bốn bit 1?
 - c) ít nhất bốn bit 1?
 - d) số các bit 0 bằng số các bit 1?
12. Có bao nhiêu xâu bit độ dài 12 chứa
- a) đúng ba bit 1?
 - b) nhiều nhất ba bit 1?
 - c) ít nhất ba bit 1?
 - d) số các bit 0 bằng số các bit 1?
13. Một nhóm sinh viên gồm n nam và n nữ. Có bao nhiêu cách xếp nhóm này thành một hàng sao cho nam nữ đứng xen kẽ nhau?
14. Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp hai số nguyên dương nhỏ hơn 100?
15. Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm năm chữ cái từ bảng chữ cái tiếng Anh?
16. Một tập hợp gồm mười phần tử có bao nhiêu tập con với số phần tử là lẻ?
17. Một tập hợp gồm 100 phần tử có bao nhiêu tập con có nhiều hơn hai phần tử?
18. Một đồng xu được tung tám lần, mỗi lần tung đồng xu rơi hoặc sấp hoặc ngửa. Hỏi có bao nhiêu kết cục khả dĩ
- a) nếu tính tất cả số lần tung?
 - b) chứa đúng ba lần ngửa?
 - c) chứa ít nhất ba lần ngửa?
 - d) chứa số lần ngửa và sấp như nhau?

19. Một đồng xu được tung 10 lần, mỗi lần tung đồng xu rơi hoặc sấp hoặc ngửa. Hỏi có bao nhiêu kết cục khả dĩ
- a) nếu tính tất cả số lần tung?
 - b) chứa đúng hai lần ngửa?
 - c) chứa nhiều nhất ba lần sấp?
 - d) chứa số lần ngửa và sấp như nhau?
20. Bao nhiêu xâu nhị phân độ dài 10 có chứa:
- a) đúng ba bit 0?
 - b) các số 0 nhiều hơn các số 1?
 - c) ít nhất bảy bit 1?
 - d) ít nhất ba bit 1?
21. Có bao nhiêu hoán vị của các chữ cái *ABCDEFG* chứa
- a) xâu *BCD*?
 - b) xâu *CFGA*?
 - c) các xâu *BA* và *GF*?
 - d) các xâu *ABC* và *DE*?
 - e) các xâu *ABC* và *CDE*?
 - f) các xâu *CBA* và *BED*?
22. Có bao nhiêu hoán vị của các chữ cái *ABCDEFGH* chứa
- a) xâu *ED*?
 - b) xâu *CDE*?
 - c) các xâu *BA* và *FGH*?
 - d) các xâu *AB*, *DE* và *GH*?
 - e) các xâu *CAB* và *BED*?
 - f) các xâu *BCA* và *ABF*?

23. Có bao nhiêu cách xếp tám người đàn ông và sáu người đàn bà thành hàng sao cho không có hai người đàn bà nào đứng cạnh nhau? (Gợi ý: Trước hết, xếp tám người đàn ông sau đó mới xét những vị trí khả dĩ của sáu người đàn bà.)
24. Có bao nhiêu cách xếp 10 người đàn bà và sáu người đàn ông thành hàng sao cho không có hai người đàn ông nào đứng cạnh nhau? (Gợi ý: Trước hết, xếp 10 người đàn bà sau đó mới xét những vị trí khả dĩ của sáu người đàn ông).
25. Có 100 vé số đánh số từ 1 đến 100 được bán cho 100 người khác nhau. Người ta sẽ trao bốn giải thưởng kể cả giải độc đắc (một chuyến du lịch tới Tahiti). Hỏi có bao nhiêu cách để trao giải thưởng, nếu
- a) không có hạn chế gì thêm?
 - b) người giữ vé 47 trúng giải độc đắc?
 - c) người giữ vé 47 trúng một trong các giải?
 - d) người giữ vé 47 không trúng thưởng?
 - e) hai người giữ vé 19 và 47 trúng thưởng?
 - f) ba người giữ vé 19, 47 và 73 trúng thưởng?
 - g) bốn người giữ vé 19, 47, 73 và 97 trúng thưởng?
 - h) không ai trong bốn người giữ vé 19, 47, 73 và 97 trúng thưởng?
 - i) một trong bốn người giữ vé 19, 47, 73 và 97 trúng giải độc đắc?
 - j) những người giữ vé 19, 47 trúng thưởng, nhưng những người có vé 73 và 97 không trúng thưởng?

26. Một đội bóng có 13 cầu thủ sẵn sàng cho một trận đấu.
- a) Có bao nhiêu cách chọn mười cầu thủ ra sân?
 - b) Có bao nhiêu cách chọn mười cầu thủ trong 13 cầu thủ của đội sao cho mỗi cầu thủ được phân công chơi ở một trong mười vị trí đã định?
 - c) Trong 13 cầu thủ có ba người là nữ. Có bao nhiêu cách chọn mười cầu thủ để thi đấu, nếu ít nhất có một cầu thủ là nữ?
27. Một câu lạc bộ có 25 thành viên.
- a) Có bao nhiêu cách chọn bốn thành viên vào hội đồng thường trực?
 - b) Có bao nhiêu cách chọn chủ tịch, phó chủ tịch, thư kí và thủ quỹ?
28. Một giáo sư soạn 40 câu hỏi đúng sai về toán rời rạc, trong đó có 17 câu phải trả lời là đúng. Nếu thứ tự các câu hỏi có thể tùy ý, thì có bao nhiêu đáp án khác nhau?
29. Từ tập các số nguyên dương không vượt quá 100, có thể tạo được bao nhiêu chỉnh hợp chập 4 chứa ba số nguyên liên tiếp theo trật tự đúng, nếu
- a) liên tiếp ở đây được hiểu theo nghĩa thông thường và cũng có thể bị phân cách bởi các số khác của chỉnh hợp?
 - b) liên tiếp ở đây được hiểu theo nghĩa thông thường và chúng cũng có vị trí liên tiếp trong chỉnh hợp?
30. Tổ bộ môn toán của một trường đại học có bảy cán bộ nữ và chín cán bộ nam.
- a) Có bao nhiêu cách chọn một hội đồng gồm năm thành viên của tổ nếu trong hội đồng phải có ít nhất một người là nữ?

- b) Có bao nhiêu cách chọn một hội đồng gồm năm thành viên của tổ nếu trong hội đồng phải có ít nhất một người là nữ và ít nhất một người là nam?
31. Trong bảng chữ cái tiếng Anh có 21 phụ âm và năm nguyên âm. Hỏi có bao nhiêu xâu gồm sáu chữ cái viết thường chứa
- a) đúng một nguyên âm?
 - b) đúng hai nguyên âm?
 - c) ít nhất một nguyên âm?
 - d) ít nhất hai nguyên âm?
32. Có bao nhiêu xâu gồm sáu chữ cái viết thường từ bảng chữ cái tiếng Anh chứa
- a) chữ a ?
 - b) chữ a và chữ b ?
 - c) chữ a và chữ b tại các vị trí liên tiếp với a trước b và tất cả các chữ là khác nhau?
 - d) chữ a và chữ b , trong đó a đứng ở vị trí nào đó bên trái của b , tất cả các chữ là khác nhau?
33. Giả sử một khoa có 10 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một hội đồng gồm sáu uỷ viên, trong đó số uỷ viên nam bằng số uỷ viên nữ?
34. Một khoa có 10 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một hội đồng gồm sáu uỷ viên, trong đó số uỷ viên nam ít hơn số uỷ viên nữ?
35. Có bao nhiêu xâu nhị phân chứa đúng tám bit 0, mười bit 1 và ngay sau mỗi bit 0 nhất thiết phải là một bit 1?
36. Có bao nhiêu xâu nhị phân chứa đúng năm bit 0, 14 bit 1 và ngay sau mỗi bit 0 nhất thiết là hai bit 1?

37. Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài 10 chứa ít nhất ba bit 0 và ít nhất ba bit 1?
38. Có bao nhiêu cách chọn 12 nước trong Liên hiệp quốc vào một hội đồng nếu ba nước được bầu từ nhóm 45 nước, bốn nước được bầu từ nhóm 57 nước, các nước khác được bầu từ 69 nước còn lại?
39. Có bao nhiêu biển đăng kí xe chứa ba chữ cái tiếp theo là ba chữ số, nếu các chữ cái hoặc chữ số không xuất hiện quá một lần?
40. Có bao nhiêu cách xếp sáu người ngồi xung quanh một bàn tròn, hai cách ngồi được xem là như nhau nếu cách này có thể nhận được từ cách kia bằng cách quay bàn đi một góc nào đó?
41. Hỏi có bao nhiêu cách kết thúc của một cuộc đua gồm ba con ngựa, nếu tính cả khả năng hoà? (Chú ý Hai hoặc ba con ngựa có thể hoà.)
- 42*. Hỏi có bao nhiêu cách kết thúc của một cuộc đua gồm bốn con ngựa, nếu tính cả khả năng hoà? (Chú ý: Bất cứ số nào trong số bốn con ngựa đều có thể hoà.)
- 43*. Có sáu vận động viên chạy thi trên cự li 100m. Hỏi có bao nhiêu cách để trao ba huy chương, nếu tính cả tới khả năng hoà? (Vận động viên (hoặc các vận động viên) về đích sớm nhất được trao huy chương vàng, về đích chỉ sau đúng một người được trao huy chương bạc, về đích chỉ sau đúng hai người được trao huy chương đồng.)

44*. Trong trận chung kết giải vô địch bóng đá thế giới, để chấm dứt tình trạng ngang điểm người ta áp dụng thủ tục đá luân lưu như sau. Mỗi đội chọn ra năm cầu thủ theo một thứ tự nhất định. Mỗi cầu thủ thực hiện một quả đá phạt đền, cầu thủ đội này đá xong thì đến lượt cầu thủ của đội kia và cứ tiếp diễn như thế theo thứ tự của các cầu thủ đã xác định. Nếu tỉ số trận đấu sau mười quả đá phạt đền vẫn bằng nhau thì

thủ tục này được lặp lại. Và nếu sau quả đá phạt đền thứ 20 mà tỉ số trận đấu vẫn còn bằng nhau thì luật "cái chết bất ngờ" sẽ được áp dụng, tức là, đội đầu tiên ghi bàn thắng mà không bị giáng trả sẽ là đội giành cúp vàng.

- a) Có bao nhiêu tỉ số khác nhau có thể xảy ra nếu trận đấu kết thúc sau vòng đá mười quả phạt đền thứ nhất ?
- b) Có bao nhiêu tỉ số khác nhau có thể xảy ra nếu trận đấu kết thúc sau vòng đá mười quả phạt đền thứ hai ?
- c) Có bao nhiêu tỉ số khác nhau có thể xảy ra nếu trận đấu kết thúc sau khi thực hiện không quá mười quả phạt đền theo luật "cái chết bất ngờ" ?