

- **Tín hiệu** là dạng vật lý của **thông tin**, còn **dữ liệu** là dạng logic của thông tin (cần 1 cách để ghi thông tin lại, eg hệ thống đo lường).
- **Liên tục.** $x(t)$.
Sampling với chu kỳ T_S : tín hiệu $x(nT_S)$ (lần lấy mẫu thứ n), kí hiệu $x[n]$.
- **Tương tự (Analog)** (tín hiệu dòng điện có dạng tương tự - eg cảm biến chuyển đổi sang năng lượng điện) liên tục theo t và val, còn số là rời rạc theo t và val từ tập hữu hạn (giá trị được **lượng tử hóa**).
- **Tuần hoàn.** (Lặp lại mãi mãi - **cả 2 phía**)
 $\exists T > 0 : f(t + T) = f(t)$, với t là **chu kỳ cơ sở**.
- **Nhân quả.** Ko xđ ở $\forall t < 0$, qui ước $f(t) = 0, t < 0$. *Phản nhân quả* thì ngược lại.
- **Phi nhân quả.** Miền xđ cả âm dương.
- **Chẵn, lẻ.** Phải phi nhân quả. $f(t) = f(-t)$ với chẵn.
- **Xác định.** Có công thức, rule để tính tại cả quá khứ tương lai.
- **Ngẫu nhiên.** Xảy ra mới xác định được. (environment) Xử lý khó.
- **Đa kênh.** Sự ghép của nhiều **đơn kênh**. (ko học trong môn)
- **Đa chiều.** Hàm nhiều biến.
- **Thuận chiều, ngược chiều.** $\forall t < t_0 < \infty : f(t) = 0$ và ngược lại.
- **Độ dài hữu hạn, vô hạn.** Miền xác định.

2 quá trình **số hóa**: lấy mẫu (tín hiệu rời rạc - **discrete signal**) tại thời điểm lấy mẫu, và biến chúng thành **giá trị số** (số hóa, lượng tử hóa - **quantization**, làm tròn trên thang đo).

Từ tín hiệu rời rạc reverse được về liên tục (còn số thì ko, và ko học trong môn).

Năng lượng tín hiệu

- **Tín hiệu năng lượng.** Vô hạn:

$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

Chỉ dùng năng lượng cho lớp hữu hạn - gọi là **tín hiệu năng lượng**.

- **Tín hiệu công suất.** Còn nếu không thì dùng **công suất** (avg E theo thời gian).

$$P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

Với tuần hoàn thì không cần đến vô cùng, mà trong 1 **chu kỳ**.

$$P_f = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt \quad \frac{1}{N} 0..n-1$$

Time Shifting: Đẩy thời gian

- **Delaying (trễ).** Thuận trục thời gian, muộn hơn thực tế. $f(t) \rightarrow f(t - T), T > 0$
- **Advancing (tiền).** Ngược trục thời gian. $f(t) \rightarrow f(t + T), T > 0$

Co giãn tín hiệu

Nhân biến thời gian để scale bề rộng.

- **Co tín hiệu (Giãn trục time).** Miền xác định bị ép lại. $f(t) \rightarrow f(at), (a > 1)$
- **Giãn tín hiệu.** Ngược lại.
- **Lật tín hiệu.** Mirror tín hiệu theo trục y nếu lật chẵn, theo **O** nếu lẻ.
Với $x(-2t + 1), x(0) \rightarrow x(0.5), x(1) = x(2), x(3) \rightarrow x(-1)$. Do bị ảnh hưởng bởi phép co giãn nên dịch xuôi trục thời gian.
Còn khi dịch trước.

Xung

- **Tín hiệu xung đơn vị liên tục.** Hàm này là 1 ký hiệu $\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \neq 0 & t = 0 \end{cases}$ và $\int_{-\infty}^{\infty} \sigma(t) dt = 1$

Bề rộng tiến tới 0. Không thể bằng 0.

Xung tam giác (có 1 khoảng thời gian tăng lên), xung chữ nhật (diện tích 1).

- Rời rạc.

$$\delta(n) = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

Xung (**impulse**): (đột ngột) mức thay đổi giá trị tín hiệu trong khoảng t ngắn, và sau đó nó phải quay trở lại giá trị ban đầu

Nhảy mức

Nhảy mức (**step**): Sự thay đổi có sự **duy trì**. Từ mức này sang mức khác. (khác với **xung**) Hàm cơ sở là hàm nhảy mức đơn vị U .

Thời điểm nhảy mức là $t = 0$.

- **Tín hiệu nhảy mức đơn vị liên tục theo thời gian.** Cái này ko hẳn là 1 bước nhảy. Nếu không nó sẽ thành hàm rời rạc. Chính vì vậy, thực chất có 1 hàm mà tại đó khoảng thời gian nhảy mức (bề rộng) tiến tới 0. Hàm này chính là đạo hàm của hàm U . Chiều cao của xung thể hiện độ dốc (**ramp**).

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

- Hàm nhảy mức đơn vị rời rạc theo thời gian.

$$r[n] = \begin{cases} 0 & (n < 0) \\ 1 & (n \geq 0) \end{cases}$$

Tín hiệu dạng sin (sinusoidal) thực

Thường biểu diễn bởi hàm \cos theo quy ước.

Cần tối thiểu 3 **args**: Biên độ A (Không dương thì biên độ lấy **abs**), ω rad/s là tần số góc và ϕ rad là pha. Chu kỳ $T = 2\pi/\omega$.

- **Liên tục.** $s(t) = A \cos \omega t + \phi$ Thay vì dùng ω cũng có thể thay bằng f : $s(t) = A \cos 2\pi f t + \phi$
Tín hiệu dạng sin liên tục thì **LUÔN LUÔN TUẦN HOÀN**. Khoảng thời gian lớn nhất lặp lại là chu kỳ T . Hoặc người ta tính chu kỳ theo góc.
- **Rời rạc.** Tần số góc Ω rad/mẫu (khoảng thời gian giữa 2 mẫu liên tiếp khi lấy mẫu đều đặn - **sampling period**). Góc quay giữa 2 mẫu liên tiếp là **tần số góc**.

$$s[n] = A \cos \Omega n + \phi$$

Tuy nhiên rời rạc thì **CHƯA CHẮC TUẦN HOÀN**, mà tùy vào chu kỳ lấy mẫu. Để tuần hoàn với chu kỳ N :

$$\Omega N = 2\pi m \quad (m \in \mathbb{Z})$$

📍 **EXAMPLE.** $\cos 2n \rightarrow 2N = 2\pi m$, là không thể vì π không hữu tỉ. Do đó tín hiệu này không tuần hoàn.
 $\cos 2\pi n$ không có dạng sin. Vấn đề lấy mẫu, phải chọn **chu kỳ lấy mẫu** như nào, để sao cho tín hiệu lấy mẫu vẫn phản ánh y nguyên.

Tín hiệu hàm mũ

- **Liên tục.** Tăng hay suy biến xét theo chiều trục thời gian. Hàm tăng suy biến khi âm vô cùng.
- Hàm mũ phức (sin phức- kết hợp giữa hàm mũ và hàm dạng sin). σ là phần thực, ω ảo.

$$f(t) = Ae^{(\sigma + j\omega)t}$$

Lý do gọi là sin phức vì sau khi biến đổi dùng công thức Euler cho $e^{j\omega t}$, thu được.

$$f(t) = Ae^{\sigma t} [\cos \omega t + j \sin \omega t]$$

Nếu A thực, đây là hàm thực mà thực là phần \cos , ảo là \sin . Hai hàm thực ảo giống nhau chỉ lệch pha.
Nếu A phức, có 2 cách biểu diễn: Theo phần thực và ảo.

$$Re[f(t)] = Ae^{\omega t} \cos \omega t, \quad Im[f(t)] = Ae^{\omega t} \sin \omega t$$

$$A = \text{Re}[A] + j \text{Im}(A)$$

$$= |A| e^{j\phi}$$

$$|A| = \sqrt{\text{Re}(A)^2 + \text{Im}(A)^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{\text{Im}(A)}{\text{Re}(A)} (\text{phase})$$

Pha đã được ẩn trong hàm, chứ không phải không có. Bởi đó họ dẫn ra FFT, là biến đổi qtr.

1 Hệ thống

Nhiều thành phần, và phải có sự **liên kết**. Và nghĩ đến hệ thống, thì chúng ta nghĩ đến **cấu trúc**, trong đó có các components. Mỗi thành phần ấy, bản chất là 1 hệ thống. Nhưng khi xét bên trong 1 system, ta coi đó là sub-system.

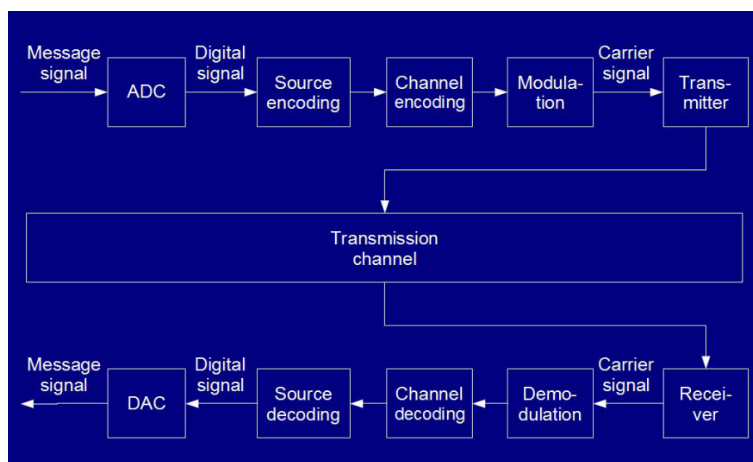
Hành vi là 1 sự đáp ứng (tín hiệu ra) với kích thích (inputs) từ môi trường xung quanh. Môn học này, chúng ta quan tâm **TƯƠNG TÁC** chứ không học cấu trúc.

$$y(t) = \mathbf{T}[x(t)] \quad (\text{x: tín hiệu vào, y: tín hiệu ra})$$

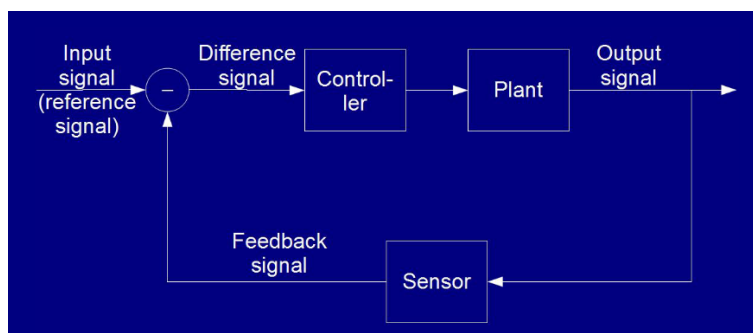
Mối quan hệ inp-out biểu diễn bởi các **mô hình toán học**.

📍 **EXAMPLE.** Từ âm thanh, ống nghe chuyển thành điện và tương tự... Tín hiệu **tần số thấp** như sóng âm, để truyền đi thì rất khó. VD âm thanh to máy ra 200m. Bắt buộc phải có nhiều trạm bù năng lượng nếu muốn truyền đi xa. Trên thực tế, để ko phải làm thì họ dùng tín hiệu truyền có **tần số cao**. Có 1 bước **điều chế** tín hiệu mang (thường sóng dạng sin, tần số cao) sao cho thông tin tín hiệu mang thông điệp sang. Phương pháp AM, FM, PM... tương tự tham số: mức độ, tần số, pha...

Điện thoại quay số: xuất hiện xung dài ngắn phụ thuộc vào vị trí xung trên bảng mạch. Trên tổng đài có thiết bị **chuyển mạch tự động**. Tuy nhiên bây giờ nó khá thô sơ.



Sai sót trên truyền thông gây bởi kênh truyền thì ảnh hưởng mang tính cục bộ: Tín hiệu hỏng chỗ nào thì không ảnh hưởng phần khác. Khi mạch thông lại lại nói bình thường. Thông tin encrypt rồi mà sai lệch thì không decrypt được. Sẽ có các **mã sửa lỗi** (kích thước rất nhỏ) khi phát hiện lỗi. Ngày nay phải tránh yêu cầu truyền lại nên phải sửa. Khi các hệ thống **voice over IP** ra đời, chi phí rẻ nhưng chất lượng rất **TỆ**.



Có 1 thiết bị chế tạo ra làm 1 số hành vi. In fact, vẫn có lỗi do ảnh hưởng môi trường dù có hoàn hảo đến thế nào chẳng nữa. Vì thế phải có **Controller** điều khiển sao cho hành vi càng gần giống, sử dụng **kênh phản hồi** (cho thông tin phản hồi).

Chẳng hạn, ô tô có rất nhiều cảm biến. **Sensor** vào số, nếu tăng ga: vòng quay động cơ - lực phản hồi lại phụ thuộc vào đường bằng, dốc hay xuống dốc. Thậm chí cảm biến số, xe vào số... và có cảm biến chỉ ra hành vi của xe có đúng như đang mong muốn hay không và điều chỉnh nó. Số tiến tự động, số 1 2 chọn bằng tay, xe điều chỉnh phù hợp theo số đã chọn để lên dốc xuống dốc.

Tín hiệu sai khác chính là đầu vào của bộ điều khiển.

- **Hệ thống liên tục theo thời gian.** Tín hiệu vào, ra và trung gian đều liên tục theo t .
- **Rời rạc.** Đồng rời rạc.

Ngày nay, kỹ sư thiết kế chip (lập trình viên ngôn ngữ mô tả phần cứng) rất quan trọng do nhu cầu chip chuyên dụng. Ở Mỹ, nó còn hơn cả **software programming**. Nhu cầu về **Digital chip** là lớn nhất, và tiếp theo là **Analog** (tương tự), tốc độ lấy mẫu cao. Ngay cả lấy mẫu kịp, lượng dữ liệu sinh ra quá lớn. Và **Mixed-signal** có cả 2.

Các loại hệ thống:

- **SISO.** Single Input, Single Output.
- SIMO, MISO, MIMO
- **Hệ thống không bộ nhớ.** Nhận inp, cho ra out, ko cần lưu gì.
- **Nhân quả.** Chỉ phụ thuộc vào giá trị tức thời và quá khứ.
- **Có bộ nhớ.** Phụ thuộc vào **quá khứ** và **tương lai**.
- **Phi nhân quả.** Phụ thuộc cả vào giá trị tương lai.
- **Tuyến tính.** $\mathbf{T}[\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)] = \alpha \mathbf{T}[x_1(t)] + \beta \mathbf{T}[x_2(t)]$
 Chẳng hạn $y(t) = 2x(t) + 1$ thì sẽ có 1 là hệ thống không nghỉ, phải tách điều kiện đầu $y_0(t) = 1$ không liên quan đến tín hiệu vào ra hay tuyến tính. Tuyến tính phụ thuộc và $y_s(t) = 2x(t)$.
- **Phi tuyến tính.** Không TMDK trên.

Tính bất biến theo thời gian

Không phụ thuộc vào mốc thời gian.

- Nếu chúng ta dịch tín hiệu 1 khoảng bất kì: $x_t \rightarrow x_t - t_0$ thì tín hiệu ra cũng dịch khoảng tương ứng.

$$y(t) = \mathbf{T}[x(t)] \Rightarrow \forall t_0 : y(t - t_0) = \mathbf{T}[x(t - t_0)]$$

📍 **EXAMPLE.** $y[n] = n x[n]$ không bất biến.

Đặt $x_1[n] = x[n - n_0] \Rightarrow y_1[n] = nx_1[n] = nx[n - n_0]$, khi đó

$$y[n - n_0] = (n - n_0)x[n - n_0]$$

n là tham số, phụ thuộc vào thời gian không chỉ qua $x[n]$, nói đơn giản y là hàm x nhưng tham số phụ thuộc thời gian, thì hệ thống biến đổi.

Từ chương 2, chúng ta chỉ quan tâm **HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH BẤT BIẾN** (LTI).

- BIBO: Tín hiệu vào bị chặn thì tín hiệu ra cũng phải bị chặn - ấy là hệ thống ổn định, cụ thể.

$$|x(t)| < \infty \Rightarrow |y(t)| < \infty$$

- Nếu tín hiệu vào bị chặn mà ra thì ko, đó là không ổn định. Mô hình tạo bởi hệ thống này cũng **không ổn định**.

Hệ thống cần bộ nhớ là hệ thống tĩnh (**static**) - không cần có đạo hàm, cần bộ nhớ là hệ thống động (**dynamic**) - biểu diễn bởi PT vi phân (có đạo hàm).