# ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ CUỐI KỲ MÔN: Xác suất thống kê Lớp môn học: MAT1101 1,2 Học kỳ II, Năm học 2017-2018

#### Đề số 1

Thời gian làm bài: 90 phút Đề thi gồm 2 trang; Sinh viên được sử dụng máy tinh bỏ túi

- **Câu 1.** Có 2 chuồng thỏ: chuồng thứ nhất có 6 thỏ trắng và 3 thỏ nâu; chuồng thứ hai có 5 thỏ trắng và 4 thỏ nâu. Người ta bắt mỗi chuồng ra 2 thỏ. Tính xác suất để số thỏ nâu còn lại ở hai chuồng bằng nhau.
- **Câu 2.** Một cửa hàng điện thoại ước lượng rằng: Trong số khách hàng đến cửa hàng, có 40% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 30% mua hàng và 25% khách thực hiện cả 2 điều trên. Tính xác suất để 1 khách không mua hàng biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.
- **Câu 3.** Theo thống kê, 60% thư điện tử là thư rác. Một chương trình lọc thư rác có thể phát hiện 99% thư rác, và đoán nhận nhầm 5% thư thường là thư rác. Tính xác suất một thư điện tử là thư thường nếu nó bị chương trình này đoán nhận là thư rác.
- **Câu 4.** Khoảng thời gian giữa hai lượt truy cập kế tiếp nhau đến một trang web là biến ngẫu nhiên phân phối mũ với trung bình là 6 phút. Giả sử trang web vừa có thêm một lượt truy cập. Tìm xác suất để trong vòng ít nhất 15 phút nữa mới có lượt truy cập tiếp theo.
- **Câu 5.** Nhà máy dệt muốn tuyển dụng người biết về một loại sợi. Nhà máy thử thách người dự tuyển 9 lần. Mỗi lần nhà máy đem ra 2 sợi giống nhau, trong đó chỉ có một sợi thật và yêu cầu người này chọn ra sợi thật. Nếu chọn đúng ít nhất 7 lần thì được tuyển dụng. Tính xác suất để một người không biết gì về sợi sẽ được tuyển dụng.
- **Câu 6.** Thăm dò 36 người đang sử dụng điện thoại di động về số tiền phải trả trong 1 tháng, thấy số tiền trung bình một người phải trả là 200 ngàn đồng, độ lệch chuẩn của mẫu là 45 ngàn đồng. Tìm khoảng tin cậy 96% số tiền trung bình một người sử dụng điện thoại di động phải trả 1 tháng.
- **Câu 7.** Một lô hàng đủ tiêu chuẩn xuất khẩu nếu tỉ lệ sản phẩm lỗi không vượt quá 2%. Kiểm tra ngẫu nhiên 600 sản phẩm của lô hàng thấy có 15 sản phẩm lỗi. Với mức ý nghĩa 5% có cho phép lô hàng xuất khẩu được không?
- **Câu 8.** Theo thống kê, số lượng vé một người mua tại một quầy để xem một trận bóng đá giữa 2 đội A và B tuân theo một phân phối có kì vọng là 2.6 và độ lệch chuẩn là 2. Giả sử quầy chỉ còn 277 vé và có 100 người đang xếp hàng mua. Tính xác suất cả 100 người sẽ mua đủ số vé họ muốn mua.

Bảng 1: Một số công thức và giá trị cho trước

Phân phối	Hàm mật độ/Hàm tính xác suất	Hàm phân phối tích lũy
Phân phối mũ	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}; x > 0 \\ 0; x < 0 \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}; x > 0 \\ 0; x \le 0 \end{cases}$
Phân phối đều	$f(x, a, b)$ $= \begin{cases} \frac{1}{b - a} & \text{n\'eu } a \le x \le b \\ 0 & \text{n\'eu ngược lại} \end{cases}$	
Phân phối nhị thức	$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$	
Phân phối Poisson	$P\{X=k\} = \frac{e^{-\mu}\mu^k}{k!}$	$P\{X \le k\} = \sum_{i=0}^{k} \frac{e^{-\mu} \mu^{i}}{i!}$
Phân phối chuẩn tắc		Xem Bång 2

Bảng2: Hàm phân phối tích lũy của phân phối chuẩn tắc

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9031	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

## ĐÁP ÁN (ĐỀ 1)

#### Câu 1. Xác suất của biến cố

Có 2 chuồng thỏ: chuồng thứ nhất có 6 thỏ trắng và 3 thỏ nâu; chuồng thứ hai có 5 thỏ trắng và 4 thỏ nâu. Người ta bắt mỗi chuồng ra 2 thỏ. Tính xác suất để số thỏ nâu còn lại ở hai chuồng bằng nhau.

P(thỏ nâu còn lai bằng nhau)

= P(bắt 2 trắng chuồng I) x P(bắt 1 nâu 1 trắng chuồng II) + P(bắt 1 nâu 1 trắng chuồng I) x P(bắt 2 nâu chuồng II)

$$= \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} \times \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} + \frac{\binom{6}{1}\binom{3}{1}}{\binom{9}{2}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}}_{=17/54} \approx 0.315$$

### Câu 2. Xác suất có điều kiện

Một cửa hàng điện thoại ước lượng rằng: Trong số khách hàng đến cửa hàng, có 40% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 30% mua hàng và 25% khách thực hiện cả 2 điều trên. Tính xác suất để 1 khách không mua hàng biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

```
P(hỏi nhân viên)=0.4

P(mua) =0.3

P(hỏi nhân viên ∩ mua) =0.25

P(\overline{mua} | hỏi nhân viên)=1-P(mua|hỏi nhân viên)=1-0.25/0.4 = 0.375
```

### Câu 3. Bayes

Theo thống kê, 60% thư điện tử là thư rác. Một chương trình lọc thư rác có thể phát hiện 99% thư rác, và đoán nhận nhằm 5% thư thường là thư rác. Tính xác suất một thư điện tử là thư thường nếu nó bị chương trình này đoán nhận là thư rác.

```
P(spam)=0.6

P(detect|spam)=0.99

P(detect|\overline{spam})=0.05

P(detect)= P(spam)x P(detect|spam)+ P(\overline{spam}) x P(detect|\overline{spam})

=0.6x0.99+0.4x0.05=0.614

P(\overline{spam}|detect)= P(\overline{spam}) x P(detect|\overline{spam}) / P(detect)= 0.4x0.05/0.614\approx0.033
```

## Câu 4. BNN có phân phối mũ

Khoảng thời gian giữa hai lượt truy cập kế tiếp nhau đến một trang web là biến ngẫu nhiên phân phối mũ với trung bình là 6 phút. Giả sử trang web vừa có thêm một lượt truy cập. Tìm xác suất để trong vòng ít nhất 15 phút nữa mới có lượt truy cập tiếp theo.

Đặt X: Khoảng thời gian giữa hai lượt truy cập kế tiếp ngẫu nhiên X ~ phân phối mũ với  $\lambda$ =1/6  $P(X>=15)=1-F(15)=e^{-\frac{15}{6}}\approx 0.082$ 

### Câu 5. BNN có phân phối nhị thức

Nhà máy dệt muốn tuyển dụng người biết về một loại sợi. Nhà máy thử thách người dự tuyển 9 lần. Mỗi lần nhà máy đem ra 2 sợi giống nhau, trong đó chỉ có một sợi thật và yêu cầu người này chọn ra sợi thật. Nếu chọn đúng ít nhất 7 lần thì được tuyển dụng. Tính xác suất để một người không biết gì về sợi sẽ được tuyển dụng.

Đặt X: số lần người dự tuyển (không biết gì về sợi) chọn đúng trong 9 lần X ~ B(n=9; p=1/2)  $P(X \ge 7) = P(X=7) + P(X=8) + P(X=9)$   $= \binom{9}{7} \left(\frac{1}{2}\right)^9 + \binom{9}{8} \left(\frac{1}{2}\right)^9 + \binom{9}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^9$   $= 23/256 \approx 0.09$ 

### Câu 6. Uớc lượng khoảng

Thăm dò 36 người đang sử dụng điện thoại di động về số tiền phải trả trong 1 tháng, thấy số tiền trung bình một người phải trả là 200 ngàn đồng, độ lệch chuẩn của mẫu là 45 ngàn đồng. Tìm khoảng tin cậy 96% số tiền trung bình một người sử dụng điện thoại di động phải trả 1 tháng.

n=36  

$$\bar{x} = 200; \quad s = 45$$
  
 $\beta = 0.96 => u_{\beta} = 2.05$   
 $=>\mu \in \left(\bar{x} - \frac{u_{\beta}s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{u_{\beta}s}{\sqrt{n}}\right) = (184.625; 215.375)$ 

### **Câu 7.** Kiểm định

Một lô hàng đủ tiêu chuẩn xuất khẩu nếu tỉ lệ sản phẩm lỗi không vượt quá 2%. Kiểm tra ngẫu nhiên 600 sản phẩm của lô hàng thấy có 15 sản phẩm lỗi. Với mức ý nghĩa 5% có cho phép lô hàng xuất khẩu được không?

```
Gọi p là tỉ lệ phế phẩm tính trên tổng thể (p<sub>0</sub>=0.02) H0: p = 0.02 Ha: p>0.02 Theo đề: n=600; f=15/600=0.025; \alpha = 5%. z_{\alpha} = 1.64 (tra\ bảng). Giá trị kiểm định z=\frac{f-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}\approx 0.875 < z_{\alpha} \Rightarrow Không bác bỏ được H0 Cho phép lô hàng xuất khẩu được.
```

### Câu 8. Định lý giới hạn trung tâm

Theo thống kê, số lượng vé một người mua tại một quầy để xem một trận bóng đá giữa 2 đội A và B tuân theo một phân phối có kì vọng là 2.6 và độ lệch chuẩn là 2. Giả sử quầy chỉ còn 277 vé và có 100 người đang xếp hàng mua. Tính xác suất cả 100 người sẽ mua đủ số vé ho muốn mua.

$$\begin{split} X_i &\sim \text{phân phối } (2.6, 2^2) \\ & \Rightarrow \ T = X1 + X2 + \dots X100 \sim N(260, 400) \\ & \text{Tức ET} = 260; \ DT = 400 \\ & P(T \leq 277) = P(Z \leq \frac{277 - 260}{20}) = \Phi(0.85) = 0.8023 \end{split}$$