

# 1 Cây m-phân

Cây  $m$ -phân đầy đủ với  $i$  đỉnh trong có:

- Số đỉnh:  $n = m.i + 1$

■ Số lá:  $t = \frac{(m-1)n + 1}{m}$  lá
- Số đỉnh trong:  $i = \frac{n-1}{m}$

■  $t$  lá có  $n = \frac{mt-1}{m-1}$  đỉnh và  $i = \frac{t-1}{m-1}$  đỉnh trong.

♥ **Mức của đỉnh.** chiều sâu của đỉnh:  $d(\text{root}) = 0$ . Max depth là **độ cao**  $h$  của cây.  
Nếu cây  $m$ -phân có  $l$  lá, thì  $h \geq \lfloor \log_m l \rfloor$ . Bằng khi cây đầy đủ và cân đối ( $d(\text{leaf})$  là  $h$  hoặc  $h-1$ ).

# 2 Các ứng dụng của cây

- ✔ Cây tìm kiếm nhị phân
- ✔ Cây quyết định

Definition : Mã Huffman

Tại mỗi thời điểm, ghép 2 cây con có tần suất nhỏ nhất để ra 1 cây con có tần suất là tổng. Có thể ghép 2 chữ cái thành 1 cụm để giảm số lượng bit.

# 3 Cây khung nhỏ nhất

♥ **Định lý 1.** Đơn đồ thị là liên thông khi và chỉ khi nó có **cây khung**.

■ Thuật toán Prim  $O(e \log v)$

Chọn 1 cạnh bất kỳ có  $w$  min và đặt vào **cây khung**. Lần lượt thêm vào cây cạnh có  $w$  min liên thuộc với cây mà ko tạo ra cycle. Dừng khi đã đủ.

■ Thuật toán Kruskal  $O(e \log e)$

Chọn cạnh có trọng số nhỏ nhất còn lại ghép được vào cây khung tại mỗi thời điểm. Lấy cạnh đó ra khỏi tập cạnh, lặp lại đến khi đủ.