

Qui tắc

- Cộng cho các biến cố **xung khắc**.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- Biến cố đối:  $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
- Tổng quát  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- Nhân cho biến cố độc lập:  $P(AB) = P(A)P(B)$

Eg: Gọi  $A$  là biến cố nhận 2 mặt giống nhau.... Biến cố độc lập Bernulli

XS có điều kiện.  $n$  người  $p$  nữ  $q$  nam,  $m$  người bị cận,  $x$  nữ  $y$  nam. Xác suất 1 người bị cận nếu biết đó là nữ.

- A: Người đó bị cận, B: người đó là nữ.  $P(A|B) = \frac{x}{p}$

Chia cả tử mẫu cho  $n$ .  $P(AB) = \frac{x}{n}, P(B) = \frac{p}{n}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}, \quad P(AB) = P(A|B)P(B)$$

$P(AB) = P(A) * P(B)$  nếu A, B độc lập.

## 1 Xác suất đầy đủ

Các biến cố  $B_1, B_2, \dots, B_n$  là hệ đầy đủ nếu các biến cố **đôi một xung khắc**.

- $B_i B_j = \emptyset$
- $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

📍 **EXAMPLE.** Nhà máy 3 phân xưởng A, B, C làm ra 25, 35 và 40 phần SP. Xác suất hỏng tương ứng 0.01, 0.02, 0.025.

## 2 Bayes

Nếu biết A đã xảy ra. ( $P(A) > 0$ ), các **xác suất hậu nghiệm**  $P(B_i|A)$ . Xác suất **tiên nghiệm**  $P(B_i)$ .

$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(A)} = \frac{P(AB_k)}{P(A)}$$

## 3 Exercises

Một cuộc thi có 3 vòng. Vòng 1 lấy 90% thí sinh, vòng 2 lấy 80%, vòng 3 lấy 90% thí sinh vòng 2. a. Tính xs để 1 thí sinh lọt qua 3 vòng thi b. Tính xác suất để 1 thí sinh bị loại ở vòng 2 nếu biết rằng thí sinh đó bị loại

a.  $P(ABC) = 0.9 \times 0.8 \times 0.9 = b$ .

$$P(\overline{B} | (\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})) = \frac{P(\overline{B}) \times P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} | \overline{B})}{P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})} = \frac{P(\overline{B})}{1 - P(ABC)}$$

## 4 Đại lượng ngẫu nhiên

Đại lượng (biến) ngẫu nhiên  $X$  biểu diễn định lượng KQ của phép thử  $C$ .

$$X : \Omega \rightarrow R$$

VD: Gieo xúc sắc, gọi  $X$  là số nốt xuất hiện:  $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (chuyển thành giá trị thực).

Tung xúc sắc 2 lần,  $X$  là số lần mặt 4 xuất hiện.  $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$ .

**Vô hạn đếm được.** Tung cho đến khi nào 5 lần liên tiếp mặt 6.

## 4.1 Phân bố xác suất

Probability mass distribution của X là 1 bảng gồm tất cả  $x_i$  và  $p_i$ , tổng tất cả là 1.

### 4.1.1 Hàm phân bố tích lũy (Cumulative distribution func)

$$F(x) = P(X < x)$$

### 4.1.2 Expected Value

$$E(X) = \sum x_i p_i$$

**Tính chất.**

1.  $E(C) = C$
  2.  $E(CX) = C.EX$
  3.  $E(X \pm Y) = EX \pm EY$
  4.  $E(XY) = EX.EY$  nếu X, Y độc lập
  5.  $Ef(X) = \sum f(x_i)p_i$
- **Độ lệch.** Kỳ vọng  $E(X) = \mu$ , độ lệch khỏi giá trị trung bình là  $X - \mu$ .
  - **Phương sai.**

$$D(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - (EX)^2 = \sum x_i^2 p_i - (EX)^2$$

Tính chất của phương sai: