Qui tắc

- Cộng cho các biến cố **xung khắc.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Biến cố đối: $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
- Tổng quát $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- Nhân cho biến cố độc lập: $P(AB) = P(A)P(B)$

Eg: Gọi A là biến cố nhận 2 mặt giống nhau.... Biến cố độc lập
Bernulli
XS có điều kiện. n người p nữ q nam, m người bị cận, x nữ y nam. Xác suất 1 người bị cận nếu biết đó là nữ.

- A: Người đó bị cận, B: người đó là nữ. $P(A|B) = \frac{x}{p}$

  Chia cả tử mẫu cho n. $P(AB) = \frac{x}{n}, P(B) = \frac{p}{n}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}, \quad P(AB) = P(A|B)P(B)$$

  $P(AB) = P(A) * P(B)$ nếu A, B độc lập.

1 Xác suất đầy đủ

Các biến cố $B_1, B_2, ..., B_n$ là hệ đầy đủ nếu các biến cố **đôi một xung khắc**.

- $B_iB_j = \varnothing$
- $B_1 \cup B_2 \cup ...B_n = \Omega$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

EXAMPLE. Nhà máy 3 phân xưởng A, B, C làm ra 25, 35 và 40 phần SP. Xác suất hỏng tương ứng 0.01, 0.02, 0.025.

2 Bayes

Nếu biết A đã xảy ra. ($P(A) > 0$), các **xác suất hậu nghiệm** $P(B_i|A)$. Xác suất **tiên nghiệm** $P(B_i)$.

$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(A)} = \frac{P(AB_k)}{P(A)}$$

3 Exercises

Một cuộc thi có 3 vòng. Vòng 1 lấy 90% thí sinh, vòng 2 lấy 80%, vòng 3 lấy 90% thí sinh vòng 2. a. Tính xs để 1 thí sinh lọt qua 3 vòng thi b. Tính xác suất để 1 thí sinh bị loại ở vòng 2 nếu biết rằng thí sinh đó bị loại
a. $P(ABC) = 0.9 \times 0.8 \times 0.9 =$ b.

$$P(\overline{B}|(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})) = \frac{P(\overline{B}) \times P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}|\overline{B})}{P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})} = \frac{P(\overline{B})}{1 - P(ABC)}$$

4 Đại lượng ngẫu nhiên

Đại lượng (biến) ngẫu nheien X biểu diễn định lượng KQ của phép thử C.

$$X : \Omega \to R$$

VD: Gieo xúc sắc, gọi X là số nốt xuất hiện: $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (chuyển thành giá trị thực).
Tung xúc sắc 2 lần, X là số lần mặt 4 xuất hiện. $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$.
Vô hạn đếm được. Tung cho đến khi nào 5 lần liên tiếp mặt 6.

4.1 Phân bố xác suất

Probabilitty mass distribution của X là 1 bảng gồm tất cả x_i và p_i, tổng tất cả là 1.

4.1.1 Hàm phân bố tích lũy (Cumulative distribution func)

$$F(x) = P(X < x)$$

4.1.2 Expected Value

$$E(X) = \sum x_i p_i$$

Tính chất.

1. E(C) = C
2. E(CX) = C.EX
3. E(X +- Y) = EX +- EY
4. E(XY) = EX.EY nếu X, Y độc lập
5. $Ef(X) = \sum f(x_i)p_i$

- **Độ lệch.** Kỳ vọng $E(X) = \mu$, độ lệch khỏi giá trị trung bình là $X - \mu$.
- **Phương sai.**

$$D(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - (EX)^2 = \sum x_i^2 p_i - (EX)^2$$

Tính chất của phương sai:

5 Phân bố nhị thức

Phép thử C: thành công hoặc thất bại. A là biến cố thành công, $P(A) = p$. Tiến hành n lần.

- $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
- ĐLNN X có **phân bố nhị thức** với tham số n và p, kí hiệu : $X \sim B(n, p)$.
- Kì vọng $E(X) = np$, phương sai $D(X) = np(1-p)$.
- Excel: **BINOMDIST**$(k, n, p, \text{cumulative})$.

6 Phân bố Poisson

Quan tâm số lần thành công của 1 biến cố **trong khoảng thời gian, (không gian, khoảng cách)** xác định trước.

$$P\{X = k\} = \frac{e^{-\mu}\mu^k}{k!} \quad (\mu \text{ là kỳ vọng của } X)$$

7 Phân bố đồng thời

X, Y là 2 ĐLNN rời rạc với $\begin{cases} X(\Omega) = \{x_1, ..., x_n\} \\ Y(\Omega) = \{y_1, ..., y_m\} \end{cases}$, kí hiệu $P_{ij} = P_{X=x_i, Y=y_j}$