

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ**

**ĐỀ CUỐI KỲ MÔN: Xác suất thống kê
Lớp môn học: MAT1101 1-5,21,22
Học kỳ I, Năm học 2018-2019**

Đề số 1

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề thi gồm 2 trang; Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Câu 1. Một lớp học có 40 sinh viên trong đó có 10 bạn học lực giỏi, 15 bạn học lực khá, 10 bạn học lực trung bình và 5 bạn học lực yếu. Chọn ngẫu nhiên ra 3 người. Hãy tìm xác suất chọn được ít nhất 1 bạn giỏi.

Câu 2. Tại một trung tâm sinh viên giúp việc theo giờ, có 83% sinh viên nhận được phản hồi tốt từ khách hàng, 66% sinh viên đi làm bằng xe máy, 59% sinh viên đi làm bằng xe máy và nhận được phản hồi tốt từ khách hàng. Tính xác suất một sinh viên nhận được phản hồi tốt từ khách hàng nếu biết sinh viên không đi làm bằng xe máy.

Câu 3. Biết rằng tỷ lệ người nhiễm virus HIV ở một địa phương là 0,3%. Người ta sử dụng một xét nghiệm mà nếu người nhiễm virus thì xét nghiệm cho kết quả dương tính với xác suất 0,95; nếu không nhiễm virus thì xét nghiệm cho kết quả dương tính với xác suất 0,05. Tìm xác suất không bị nhiễm virus trong nhóm người có phản ứng dương tính.

Câu 4. Một trường đại học có 50% sinh viên bị cận thị. Tính xác suất trong một phòng thi 40 sinh viên của trường thì có hơn 28 sinh viên cận thị.

Câu 5. Thời gian chờ xe tới sau khi đặt chuyến trên một ứng dụng taxi công nghệ tuân theo phân bố mũ với thời gian chờ trung bình là 2 phút. Tính xác suất bạn phải chờ ít nhất 5 phút sau khi đặt chuyến.

Câu 6. Năm nay, Trường thăm dò một mẫu ngẫu nhiên gồm 35 sinh viên vừa hoàn thành lớp môn học X về mức độ hiểu những vấn đề được truyền tải trên lớp (điểm phản hồi cho theo thang 1-5) thì thu được trung bình mẫu là 4 với độ lệch chuẩn của mẫu là 1,27. Tìm khoảng tin cậy 95% điểm phản hồi trung bình về lớp môn học X.

Câu 7. (tiếp câu 6) Năm ngoái lớp môn học X có điểm phản hồi trung bình là 4,3. Với mức ý nghĩa 5%, hãy nhận định xem có phải điểm phản hồi trung bình năm nay thấp hơn năm ngoái hay không? Yêu cầu dùng phương pháp tính giá trị kiểm định.

Câu 8. (tiếp câu 7) Nếu ở câu 7 chưa đủ cơ sở để kết luận được điểm phản hồi trung bình năm nay thấp hơn năm ngoái, hãy tìm p-giá trị.

Bảng 1: Một số công thức và giá trị cho trước

Phân phối	Hàm mật độ/Hàm tính xác suất	Hàm phân phối tích lũy
Phân phối mũ	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$
Phân phối đều	$f(x, a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{nếu } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$	
Phân phối nhị thức	$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$	
Phân phối Poisson	$P\{X = k\} = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}$	$P\{X \leq k\} = \sum_{i=0}^k \frac{e^{-\mu} \mu^i}{i!}$
Phân phối chuẩn tắc		Xem Bảng 2

Bảng 2: Hàm phân phối tích lũy của phân phối chuẩn tắc

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9031	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Câu 1

$$P(\text{ít nhất 1 bạn giỏi}) \\ = 1 - P(\text{cả 3 đều không giỏi}) \\ = 1 - \frac{C_{30}^3}{C_{40}^3} = 1 - \frac{203}{494} = \frac{291}{494} \approx 0,589$$

Câu 2

A: biên cơ sở nhận được phân hời tốt
B: biên cơ sở đi làm bằng xe máy

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(AB)}{1 - P(B)} \\ = \frac{0,83 - 0,59}{1 - 0,66} = \frac{0,24}{0,34} \approx 0,706$$

$$\begin{cases} P(A) = 0,83 \\ P(B) = 0,66 \\ P(AB) = 0,59 \end{cases}$$

Câu 3

V: biên cơ sở 1 người ngẫu nhiên ở địa phương có virus

D: " " " " " " " " " " có kết quả xét nghiệm dương tính

$$\begin{cases} P(V) = 0,003 \\ P(D|V) = 0,95 \\ P(D|\bar{V}) = 0,05 \end{cases} \Rightarrow P(\bar{V}|D) = \frac{P(D|\bar{V}) \cdot P(\bar{V})}{P(D)} = \frac{P(D|\bar{V}) \cdot P(\bar{V})}{P(D|V) \cdot P(V) + P(D|\bar{V}) \cdot P(\bar{V})} \\ = \frac{0,05 \cdot (1 - 0,003)}{0,95 \cdot 0,003 + 0,05 \cdot (1 - 0,003)} \approx 0,946$$

Câu 4

X: số sinh viên cần thi trong phòng thi 40 sv

$$X \sim B(40; 0,5)$$

Do thỏa mãn đk xấp xỉ bằng phân bố chuẩn ($npq = 40 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 10 \geq 5$)

$$X \approx X' \sim N(np, npq) = N(20; 10)$$

$$P(X > 28) \approx P(X' > 28,5) = 1 - \Phi\left(\frac{28,5 - 20}{\sqrt{10}}\right) \approx 1 - \Phi(2,69) \\ = 1 - 0,9964 = 0,0036$$

Lưu ý: SV dùng công thức Bernoulli tính (xả kết quả = 0,0032) vẫn được điểm tối đa. SV biết dùng phân bố xấp xỉ chuẩn nên được cộng điểm.

Câu 5

$$X: \text{thời gian chờ}; \lambda = \frac{1}{E_X} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - P(X \leq 5) \\ = e^{-5/2} \approx 0,082$$

Câu 6

$$n=35; \bar{x}=4; \lambda=1,27; \beta=95\%$$

$$\Rightarrow u_{\beta} = 1,96$$

$$\Rightarrow \mu \in \left(4 - 1,96 \cdot \frac{1,27}{\sqrt{35}}; 4 + 1,96 \cdot \frac{1,27}{\sqrt{35}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \mu \in (3,579; 4,421)$$

Câu 8

$$p\text{-giá trị} = \Phi(z) = 1 - \Phi(1,4) \\ = 1 - 0,9192 = 0,081$$

Câu 7

$$H_0: \mu = 4,3$$

$$H_a: \mu < 4,3$$

SD kiểm định 1 phía (trái) - bên đó thì chuẩn tắc.

$$\text{Giá trị kiểm định } z = \frac{4 - 4,3}{1,27/\sqrt{35}} \approx -1,398$$

Với $\alpha = 5\%$ có $-z_{\alpha} = -1,64 < z \Rightarrow$ không bác bỏ H_0 .

Kết luận: Chưa đủ cơ sở để kết luận điểm tb giảm ...