

Черновик статьи

Моделирование акустического волнографа на течении

Понур К.А.

11 января 2021 г.

Орбитальные скорости

Рассмотрим задачу нахождения орбитальных скоростей частиц на морской поверхности.

Поле возвышений ζ представим в виде

$$\zeta(\vec{r}_0, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \cos(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm}),$$

где $\vec{\kappa}$ – двумерный волновой вектор, $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\vec{r} = (x, y)$, ψ_{nm} – случайная фаза равномерно распределенная в интервале от 0 до 2π ,

$A_n(\vec{\kappa}_n)$ – комплексная амплитуда гармоники с волновым вектором $\vec{\kappa}_n$ и временной частотой $\omega_n(\kappa_{nm})$.

Известно что в глубоком море поверхностные частицы на волнах описывают окружность (см. [0]). Следовательно саму волну правильнее описывать параметрическим уравнением трохоиды (см. [0])

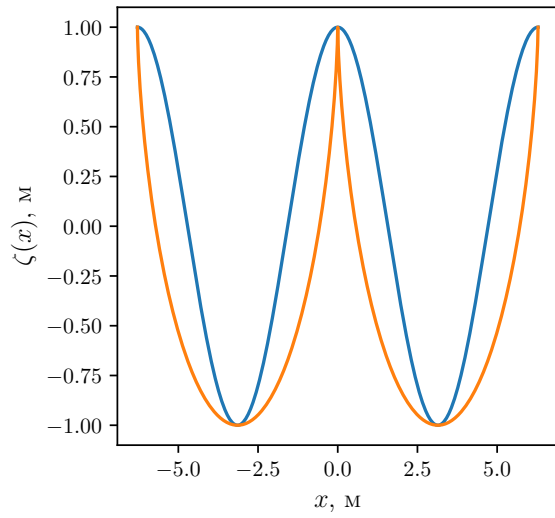
$$\begin{aligned}
x(\vec{r}, t) &= x_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \frac{\vec{\kappa}_x}{\kappa} \sin(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm}) \\
y(\vec{r}, t) &= y_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \frac{\vec{\kappa}_y}{\kappa} \sin(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm}) \\
z(\vec{r}, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \cdot \cos(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm})
\end{aligned} \tag{1}$$

Дифференцируя (1) получаем выражения для проекций орбитальных скоростей

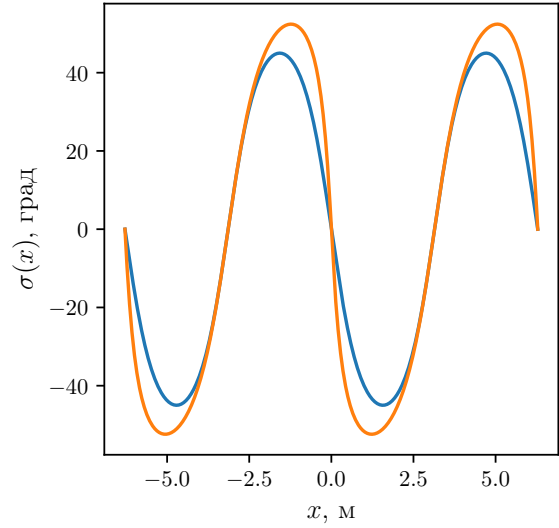
$$\begin{aligned}
v_x(\vec{r}, t) &= \frac{\partial x}{\partial t} = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \omega_n(\kappa_{nm}) A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \frac{\vec{\kappa}_x}{\kappa} \cos(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm}) \\
v_y(\vec{r}, t) &= \frac{\partial y}{\partial t} = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \omega_n(\kappa_{nm}) A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \frac{\vec{\kappa}_y}{\kappa} \cos(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm}) \\
v_z(\vec{r}, t) &= \frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \omega_n(\kappa_{nm}) A_n(\vec{\kappa}_{nm}) \sin(\omega_{nm}t + \vec{\kappa}_{nm}\vec{r}_0 + \psi_{nm})
\end{aligned}$$

Список литературы

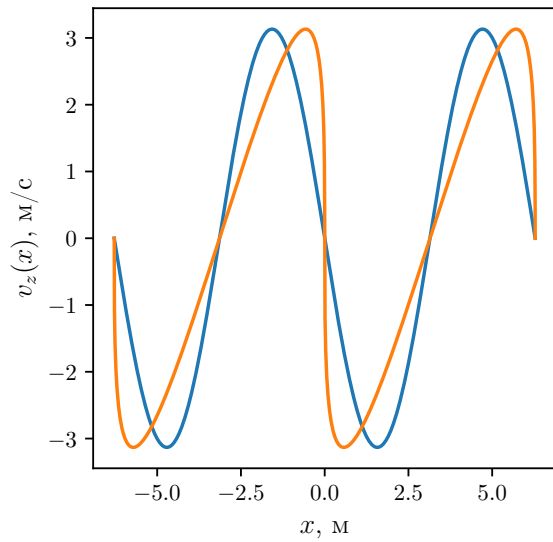
- [0] В.В. Шулекин. *Физика моря*. Москва: Наука, 1962. ISBN: 978-5-9710-6208-0.
- [0] Frédéric Noguier, C-A Guérin и Chapron Bertrand. «"Choppy wave" model for nonlinear gravity waves». В: *Journal of Geophysical Research (JGR) - Oceans (0148-0227) (American Geophysical Union)*, 2009-09 , Vol. 114 , N. C09012 , P. 1-16 114 (сент. 2009). DOI: [10.1029/2008JC004984](https://doi.org/10.1029/2008JC004984).



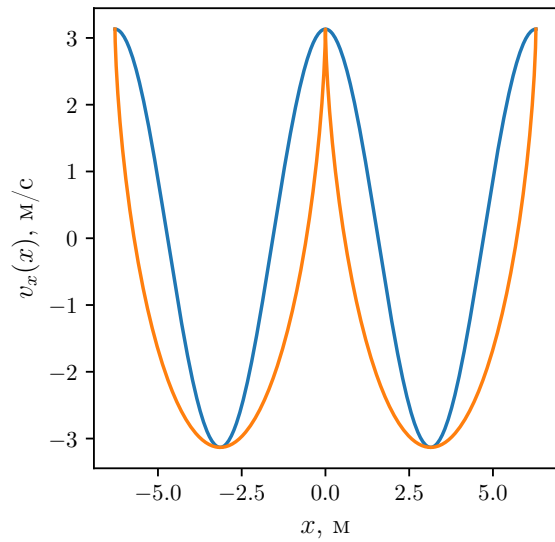
(a)



(b)



(c)



(d)

Рис. 1: Сравнение характеристик заостренной и обычной поверхностей на примере одной синусоиды (эффект заострения усилен для наглядности): (a) поле высот; (b) поле полных наклонов; (c) поле вертикальных орбитальных скоростей; (d) поле горизонтальных орбитальных скоростей; Синей линией отмечена синусоида, оранжевой – трохоида.

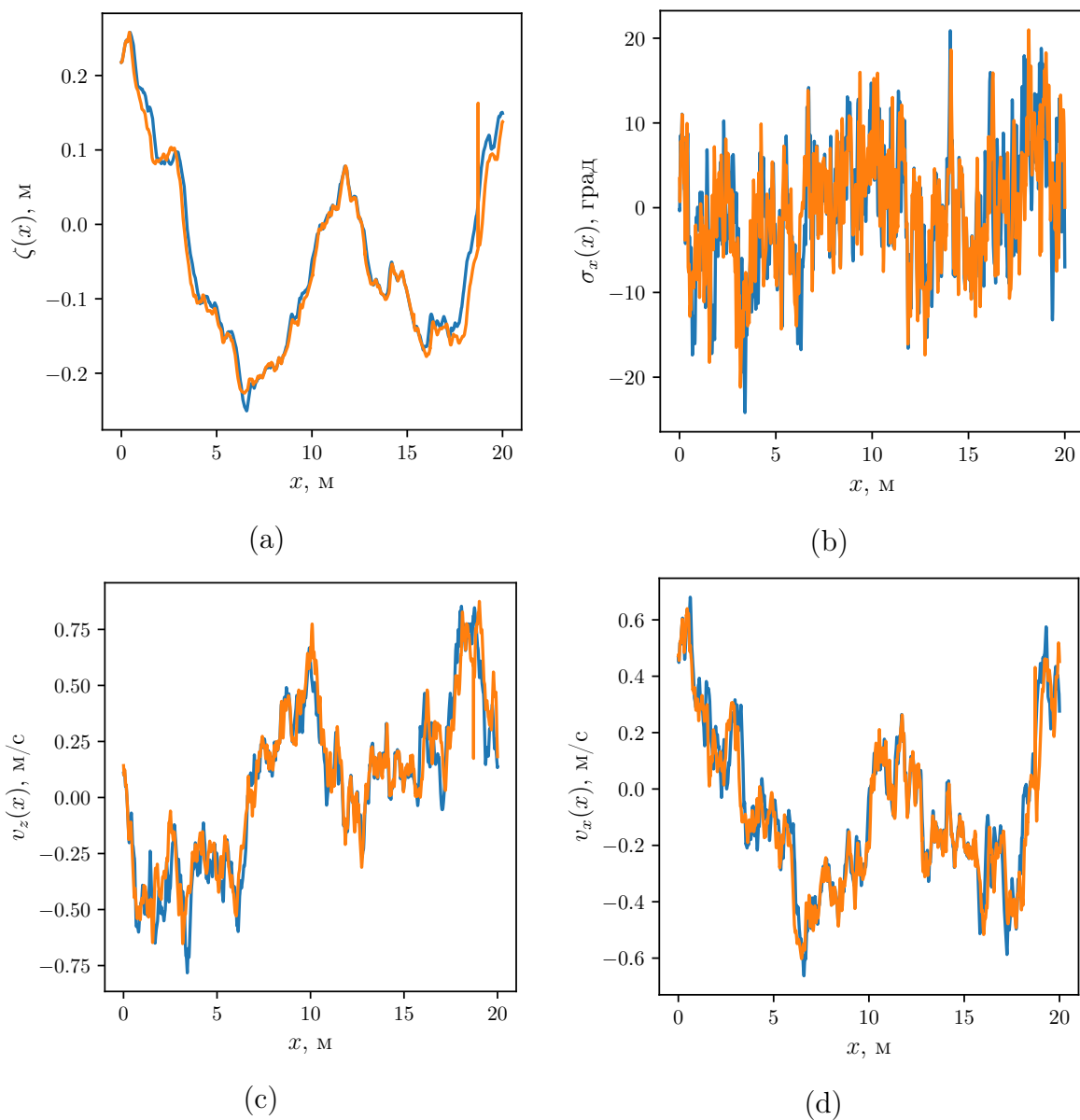


Рис. 2: Сравнение основных характеристик реализаций заостренной и обычной морских поверхностей:

(a) поле высот; (b) поле наклонов вдоль направления распространения; (c) поле вертикальных орбитальных скоростей; (d) поле горизонтальных орбитальных скоростей; Синей линией отмечена обычная поверхность, оранжевой – заостренная.