

Компьютерные технологии

Гвоздков Е.

6 июня 2021 г.

Задание 8 Постройте модель Солнечной системы. Рассчитайте параметры траектории кометы, попавшей в Солнечную систему извне. Постройте зависимости скорости и координаты кометы от времени при различных начальных параметрах, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

1 Описание модели Солнечной системы

Для описания движения планет и кометы в поле тяготения Солнца примем несколько приближений:

1. Планеты не влияют гравитацией друг на друга
2. Описание движения будет происходить в плоскости, т.е. не учитывается координата z
3. Комета не влияет на орбиты планет Солнечной системы
4. Солнце неподвижно в начале координат

Поскольку влиянием планет друг на друга пренебрегается, их орбиты описываются определенным образом. Траектория орбиты представляет из себя эллипс, в фокусе которого расположено тяготеющее тело, в данном случае Солнце.

1.1 Описание движения планет

Уравнение эллипса орбиты в полярных координатах задается следующим образом:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta + \alpha)},$$

где a - большая полуось эллипса, e - эксцентриситет, α - угловой сдвиг эллипса относительно $\theta = 0$.

Закон невозмущенного движения тела по эллиптической орбите из второго закона Кеплера имеет вид

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{const} = \sqrt{\mu a(1 - e^2)},$$

где $\mu = GM$ - гравитационный параметр (G - гравитационная постоянная, M - масса Солнца).

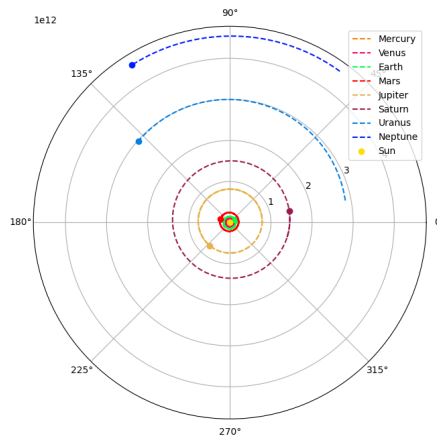


Рис. 1: Модель Солнечной системы

2 Описание движения кометы в Солнечной системе

Движение тела в поле тяготения описываются законом всемирного тяготения

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

где m_1, m_2 - массы тел, R - расстояние между телами. Сила при этом направлена от кометы к планете. В случае нескольких тел N , действующих гравитацией на конкретное тело (кому), силы суммируются, и закон примет виде

$$F_g = Gm \sum_{i=0}^{N-1} \frac{m_i}{R_i^2},$$

где i - индекс, m - масса кометы, m_i - масса i -ой планеты, R_i - расстояние между кометой и i -той планетой.

Для моделирования влияния нескольких тел на движение кометы, воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_g = Gm \sum_{i=0}^{N-1} \frac{m_i}{R_i^2} \vec{e}_i,$$

где \vec{e}_i - единичный вектор, направленный от кометы к планете с индексом i . Приведем выражение выше в другом виде

$$\vec{r}'' = G \sum_{i=0}^{N-1} m_i \frac{\vec{r}_i - \vec{r}}{R_i^3},$$

где \vec{r}_i - радиус вектор положения планеты с индексом i . Введем $\vec{v} = \vec{r}'$, тогда получим следующую систему уравнений

$$\vec{v}' = G \sum_{i=0}^{N-1} m_i \frac{\vec{r}_i - \vec{r}}{R_i^3}, \quad \vec{r}' = \vec{v}$$

3 Результаты моделирования

Описание и моделирование системы производится на языке Python. Начальными параметрами моделирования выступают первоначальные положения планет Солнечной системы, а также начальные координаты и скорость кометы.

Планеты и их движение описываются классом `CelestialBody` в файле `SolarSystem.py`. Каждая планета - инстанция класса. Комета описывается

отдельным классом `Comet`, в котором также присутствует метод `evaluate_model`, который является основным в моделировании.