Практические задания по курсу «Компьютерные технологии»

Задание 1. Пусть в некоторой местности обитают две популяции животных, причем животные одной популяции относятся к хищникам, а другой - к травоядным, служащим пищей для хищников. Воспользуйтесь моделью Лоттки-Вольтерра и постройте графики населенности для системы «хищник—жертва» при различных параметрах. Далее учтите емкость среды для травоядных в модели Розенцвайга-МакАртура и сравните результаты.

Задание 2. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей: x - группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им; y - группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни; z - группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания или вакцинации. Создайте математическую модель развития эпидемии с учетом: а) изменения общей численности населения, связанные с рождениями и естественными смертями; б) смертности от данного заболевания; в) непостоянства доли заболевших людей. Выполните численное моделирование и постройте графики зависимости численности всех групп от времени при различных параметрах.

Задание 3. Разработайте алгоритм решения для модели свободных колебаний физического маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на компьютере. Усложните модель, принимая, что точка подвеса маятника совершает гармонические колебания по вертикали. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника. Постройте осциллограммы и фазовые портреты колебаний, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 4. Разработайте алгоритм решения задачи для модели, описывающей вынужденные колебания системы, включающей три тела, соединенные пружинами, при наличии силы вязкого сопротивления. Постройте осциллограммы и фазовые портреты колебаний, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 5. Постройте алгоритм решения задачи для модели параметрических колебаний в колебательном контуре с изменяющейся емкостью. Постройте осциллограммы и фазовые портреты колебаний, определите зоны параметрического резонанса, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 6. Разработайте алгоритм решения задачи для модели катера, движущегося в стоячей воде. Необходимо исследовать движение катера в предположении, что сила сопротивления движению при малых скоростях прямо пропорциональна скорости, а при больших – прямо пропорциональна квадрату скорости. Постройте зависимости скорости и координаты катера от времени, зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 7. Исследуйте влияние силы Кориолиса на движение тела, брошенного под углом к горизонту внутри космической станции в зависимости от начальных условий. Станция имеет форму цилиндра и вращается вокруг своей оси для создания на боковой поверхности центробежной силы, имитирующей силу тяготения. Постройте зависимости скорости и координаты тела от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 8. Постройте модель Солнечной системы. Рассчитайте параметры траектории кометы, попавшей в Солнечную систему извне. Постройте зависимости скорости и координаты кометы от времени при различных начальных параметрах, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 9. Рассчитайте эффективную траекторию ракеты, предназначенной для наименее затратного по топливу запуска с Земли искусственного спутника Марса. Постройте зависимости скорости и координаты ракеты от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 10. Создайте модель идеального газа из упругих шариков в сосуде заданного объема, рассчитайте давление и температуру газа. Поместите в сосуд броуновскую частицу (частицу произвольной формы, имеющую существенно большие размеры и массу, чем молекулы газа) и изучите ее движение. Постройте зависимости скорости и координаты частицы от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 11. Создайте модель процесса остывания стеклянного стакана с горячим кофе при комнатных условиях. Постройте графики изменения температуры с учетом теплопроводности, конвекции и испарения, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 12. Реализуйте алгоритм преобразования Фурье для непериодических сигналов, постройте амплитудные и фазовые спектры различных импульсов. Создайте программу синтеза непериодических сигналов из их спектров. Сравните получившиеся импульсы с исходными, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 13. Постройте модель интерференции волн, испускаемых протяженным источником. Постройте зависимость интенсивности колебаний от продольной и поперечной координат на экране. Исследуйте зависимость видности интерференционной картины от ширины спектра источника и его размеров.

Задание 14. Постройте модель дифракции плоской э/м волны на отверстии произвольной формы, используя принцип Гюйгенса-Френеля. Получите графики зависимости интенсивности от продольной и поперечной координат на экране в различных зонах – геометрической оптики, дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера.

Задание 15. Постройте картину силовых линий и эквипотенциальных поверхностей на плоскости для системы точечных зарядов разного знака.

Задание 16. Исследуйте движение электрона в неоднородном магнитном поле в зависимости от начальных условий и степени однородности поля. Постройте зависимости скорости и координаты частицы от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 17. Исследуйте движение заряженной частицы в однородных скрещенных электрическом и магнитном полях в зависимости от начальных условий. Постройте зависимости скорости и координаты частицы от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 18. Исследуйте движение заряженных частиц космических лучей, попадающих в магнитное поле Земли. Постройте зависимости скорости и координаты различных частиц от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от схемы интегрирования и величины шага интегрирования.

Задание 19. Исследуйте движение заряженной частицы в циклотроне - резонансном циклическом ускорителе нерелятивистских тяжёлых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором частицы двигаются в постоянном и однородном магнитном поле, а для их ускорения используется высокочастотное электрическое поле неизменной частоты. Постройте зависимости скорости и координаты частицы от времени, а также оцените точность интегрирования в зависимости от величины шага интегрирования.

Задание 20. Используя метод прямоугольников и метод выборочного среднего, вычислите моменты инерции тела сложного объема с неоднородной плотностью при его вращении вокруг трех перпендикулярных осей. Оцените точность и время вычислений в обоих случаях в зависимости от схемы интегрирования.

Задание 21. Разработайте клеточный автомат «Лишайники», поведение которого подчинено следующим правилам: 1) клетка может находиться в активном или пассивном («спрятанном») состоянии; 2) клетка становится активной, если в восьми соседних клетках находится N1, N2 или N3 активных клеток; 3) если число активных клеток в окрестности не равно N1, N2 или N3, то клетка становится пассивной.

Задание 22. Разработайте клеточный автомат «Дюны», поведение которого подчинено следующим правилам: 1) клетка может находиться в активном и пассивном («спрятанном») состоянии; 2) если клетка была активна и из восьми соседних клеток более N активны, то клетка «прячется». 3) Время нахождения в «спрятанном» состоянии равно W тактов; 4) если время «прятания» закончилось и в окрестности не более M активных клеток, то клетка вновь становится активной.

Задание 23. Разработайте клеточный автомат «Термит», поведение которого подчинено следующим правилам: 1) клетка может находиться в пассивном или активном состоянии. 2) в начальный момент все ячейки пассивны, «Термит» расположен в центральной клетке и направлен кверху; 3) автомат «Термит» переходит на соседнюю клетку, и если она активная, то делает ее пассивной и поворачивает налево на 90°. Если клетка была пассивна, «Термит» делает ее активной и поворачивает направо на 90°.

Задание 24. Постройте геометрический фрактал «Дракон Хартера-Хейтуэя» и рассчитайте его размерность.

Задание 25. Постройте алгебраический фрактал множества Мандельброта и рассчитайте его размерность.

Задание 26. Система обработки информации содержит мультиплексный канал и три ЭВМ. Сигналы от датчиков поступают на вход канала через интервалы времени 10 ± 5 мкс. В канале они буферируются и предварительно обрабатываются в течение 10 ± 3 мкс. Затем они поступают на обработку в ту ЭВМ, где имеется наименьшая по длине входная очередь. Емкости входных накопителей во всех ЭВМ рассчитаны на хранение величин 10 сигналов. Время обработки сигнала в любой ЭВМ равно 33 мкс. Смоделировать процесс обработки 500 сигналов, поступающих с датчиков. Определить средние времена задержки сигналов в канале и ЭВМ и вероятности переполнения входных накопителей.

Задание 27. На участке термической обработки выполняются цементация и закаливание шестерен, поступающих через 10 ± 5 мин. Цементация занимает 10 ± 7 мин, а закаливание - 10 ± 6 мин. Качество определяется суммарным временем обработки. Шестерни с временем обработки больше 25 мин покидают участок, с временем обработки от 20 до 25 мин передаются на повторную закалку и при времени обработки меньше 20 мин должны пройти повторную полную обработку. Детали с суммарным временем обработки меньше 20 мин считаются вторым сортом. Смоделировать процесс обработки на участке 400 шестерен. Обеспечить на участке мероприятия, дающие гарантированный выход продукции первого сорта 90%.

Направление "Радиофизика"

Гр. 4М51

ФИО	№ задания или оценка за практику (автоматом за дз)
Ахибена Елеле Франсуа Хавиер	1
Бронников Сергей Алексеевич	отлично
Бугров Александр Владимирович	2
Васин Александр Сергеевич	3
Виноградов Илья Дмитриевич	4
Владимирова Елена Яковлевна	5
Войтович Дарья Александровна	6
Волков Дмитрий Николаевич	7
Гвоздков Егор Михайлович	8
Горев Сергей Александрович	9
Еголин Виталий Алексеевич	отлично
Есюнин Денис Викторович	отлично
Есюнин Максим Викторович	10
Карусевич Анна Аркадьевна	11
Кочетков Михаил Александрович	отлично
Лазунина Екатерина Юрьевна	12
Леонов Сергей Владиславович	13
Логинов Павел Владимирович	14
Майоров Андрей Иванович	15
Мельчанов Артем Русланович	16
Новожилов Артем Владимирович	17
Нуждин Дмитрий Алексеевич	отлично

Охандеров Иван Николаевич	отлично
Пазухин Андрей Геннадьевич	18
Платонова Маргарита Вадимовна	19
Понур Кирилл Александрович	20
Разова Анна Александровна	отлично
Сарафанов Федор Георгиевич	21
Сахаров Денис Владимирович	22
Сидоров Даниил Александрович	23
Синицын Павел Максимович	24
Трошкин Александр Олегович	25
Фролов Андрей Алексеевич	отлично
Шиков Александр Павлович	26

Литература: https://source.unn.ru

Отчет должен содержать: Титульный лист, задание, алгоритм, программный код, результаты, например, в виде графиков. Отчет можно выслать до даты экзамена на почту jsnagain@yandex.ru

Пример отчета прилагается.

Нижегородский государственный университет им. Лобачевского

Отчет по практическому заданию по курсу

«Компьютерные технологии»

Преподаватель: Жуков С. Н.

Выполнил: студент группы 4М51

Нижний Новгород

2021

Задание:

Используя модель Ферхюльста для описания поведения жертв, предложите свой вариант математической модели «хищник-жертва». Проведите качественный анализ полученной системы уравнений. Постройте графики населенности при различных параметрах.

Описание алгоритма

Классическая модель Ферхюльста описывает динамику численности популяции при ограниченности ресурсов. Математически выражается следующей формулой:

$$\frac{dx}{dt} = a\left(1 - \frac{x}{L}\right)x$$

где x(t) – численность популяции в конкретный день, a – параметр, характеризующий скорость размножения, L – параметр, характеризующий ёмкость среды обитания: максимальное количество особей, способное выжить на имеющиеся в среде ресурсы.

В таком виде модель не подходит для изучения взаимодействия «хищник-жертва», поскольку не учитывает влияние другой популяции.

Пусть популяция x – популяция «жертв», а популяция y – «хищники».

Тогда представим динамику популяции x следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = a\left(1 - \frac{x}{L}\right)x - Jy$$

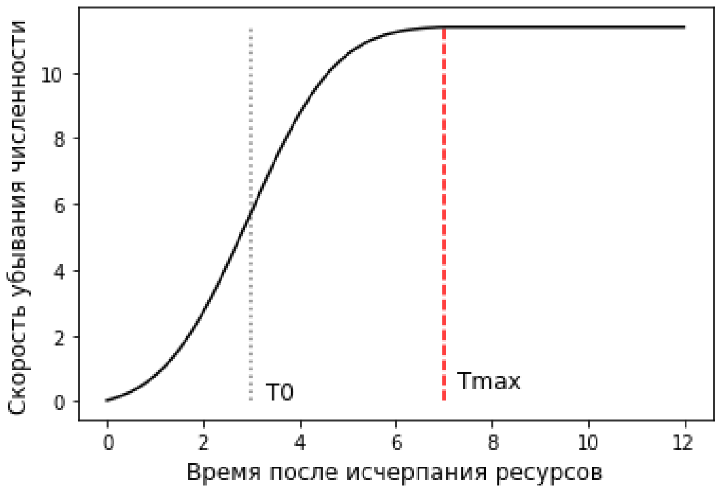
Параметр J выражает количество особей, которое необходимо ловить каждому хищнику каждый день для выживания.

Модель для популяции хищников можно записать следующим образом:

$$\frac{dy}{dt} = \begin{cases} k\left(1 - \frac{y}{x/J}\right)y, \quad x > x_{min} \\ c_{\text{кр}}y - \int_0^{+\infty} -\left(1 - \sigma(t - T_{max})\right)\frac{1}{2\sqrt{2\pi c}}e^{\frac{(t-T_0)}{2c}}y\ dt, \qquad x \le x_{min} \end{cases}$$

Если число «жертв» превышает некоторое минимальное значение (например, популяция не вымерла: $x_{min}>0$), то фактором, ограничивающим рост популяции y, является наличие ресурса: еды, - а именно то, сколько особей способно прокормиться популяцией x ($L_y=x/J$). Введения параметра x_{min} оправдано невозможностью найти добычу, при малой её популяции.

Если особей x становится слишком мало, то вероятность смерти особой y от голода возрастает со временем, согласно интегралу от нормального распределения, а скорость воспроизводства падает до некоторого значения $c_{\text{кр}}$. T_{max} – максимально возможное время жизни без еды особи из y, T_0 - время максимума вероятности смерти особей популяции, c – дисперсия распределения. σ(z) – ступенчатая функция (1 при z>0, -1 при z<0).



Таким образом, динамика численности популяций будет описываться двумя системами:

1) $x>x_{min}$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = a\left(1-\dfrac{x}{L}\right)x - Jy \\ \dfrac{dy}{dt} = k\left(1-\dfrac{y}{x/J}\right)y \end{cases}$$

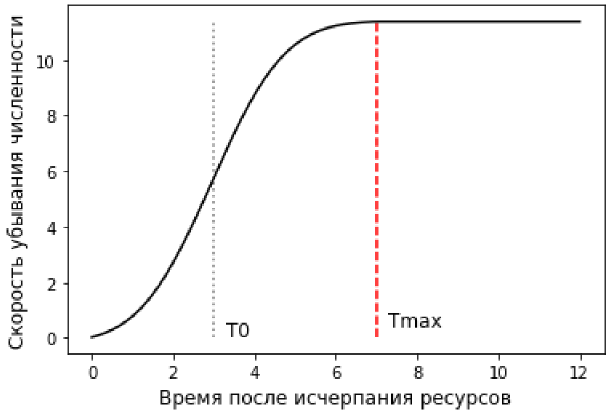
2) $x=<x_{min}$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = a\left(1-\dfrac{x}{L}\right)x \\ \dfrac{dy}{dt} = c_{\text{кр}}y - \displaystyle\int_0^{+\infty} -\big(1-\sigma(t-T_{max})\big)\frac{1}{2\sqrt{2\pi c}}e^{\frac{(t-T_0)}{2c}}y \end{cases}$$

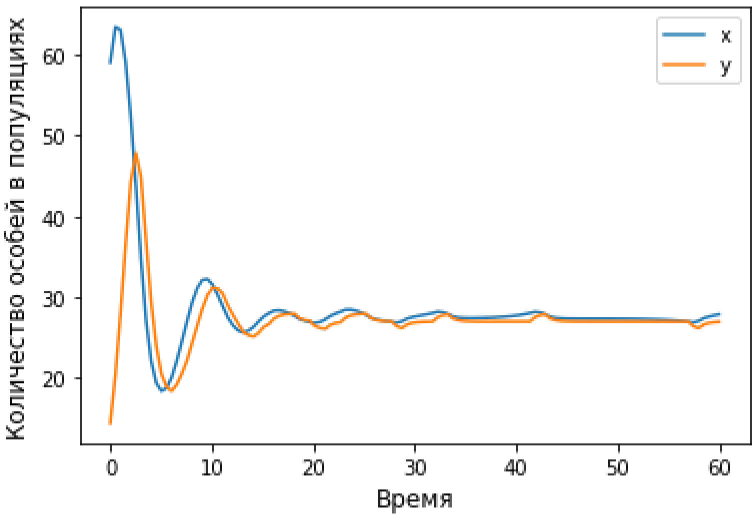
Программный код

```
import numpy as np
import sympy as s
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy. integrate import odeint



# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=50 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.1 # скорость воспроизводства
L=80 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=10 # первоначальное число особей в популяции
J=1 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.5 # скорость воспроизводства
C=0.03 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
Tmax=7 # максимально возможное время жизни особи без еды
T0=3 # время максимальной вероятности умереть от голода
c=2 # дисперсия распределения
```

```python
# Вычисление скорости вымирания популяции y после достижения минимума популяции x
def h(q):
    if q>0:
        s=1
    else:
        s=0
    return s
i=0
y=100
d=int(Tmax*20)
t=np.linspace(0,Tmax+5,d)

W=[]
w=0
# Вычисление интеграла от нормального распределения
while i<d:
    w1 = (1/m.sqrt(2*m.pi*c))*m.exp(-((t[i]-T0)**2)/(2*c))*h(Tmax-t[i])
    i+=1
    w=w+w1
    W.append(w)

fig, Wt = plt.subplots()

# Построение графика
Wt.plot(t,W, color='black')
plt.ylabel('Скорость убывания численности', size=12)
plt.xlabel('Время после исчерпания ресурсов', size=12)
Wt.vlines(T0, min(W), max(W)+0.03, color='grey', linestyle = ':')
Wt.vlines(Tmax, min(W), max(W)+0.03, color='red', linestyle = '--')
Wt.text(Tmax+0.3, 0.4, 'Tmax', fontsize=12)
Wt.text(T0+0.3, 0.05, 'T0', fontsize=12)
plt.show()
```



```
# Решение системы уравнений для численности двух популяций
Texp=60
p=120
time = np.linspace(0, Texp, p)
X=np.zeros(len(time))
Y=np.zeros(len(time))
dt=Texp/p
x=x0
y=y0
i=1
j=0
while j<p:
    # Случай нормальной численности популяиций x
    if x>xmin+1:
        x1=x+(a*(1-x/L)*x-J*y)*dt
        if x1>0:
            y1=y+k*(1-y/(int(x/J)))*y*dt
        else:
            x1=1
            y1=(y-W[0]*dt)
        X[j]=x1
        Y[j]=y1
        x=x1
        y=y1
        i=0
    # Случай критической численности популяции x
    else:
        x1=x+(a*(1-x/L)*x)*dt
        if i<len(W) and y>0:
            y1=(y+(C*y-10*W[i])*dt)
        else:
                                        y1=0
        X[j]=x1
        Y[j]=y1
        x=x1
        y=y1
        i+=1
    j+=1

# Построение графиков

fig, Wt = plt.subplots()
Wt.plot(time, X, time, Y)
plt.ylabel('Количество особей в популяциях', size=12)
plt.xlabel('Время', size=12)
plt.legend('xy',loc = 'upper right')
plt.show()
```



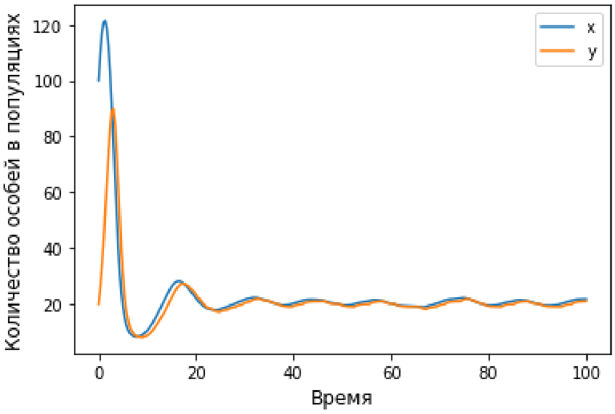
Анализ динамики численности популяций

1. Зависимость от начальной численности

   $x_0 = 100$

   $y_0 = 20$

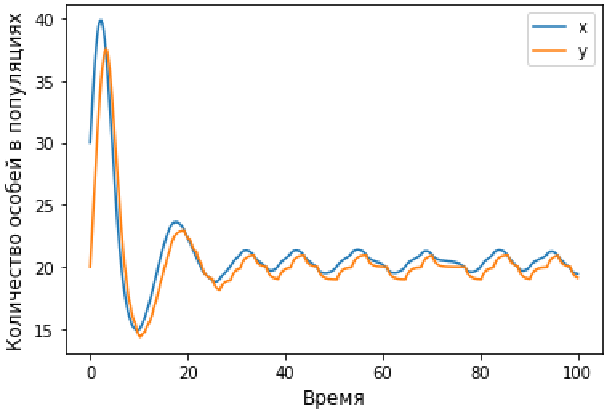
   Скорость размножения равна и составляет 1.1



Численность популяций претерпевает затухающие колебания. Максимум x обусловлен взаимодействием популяций.

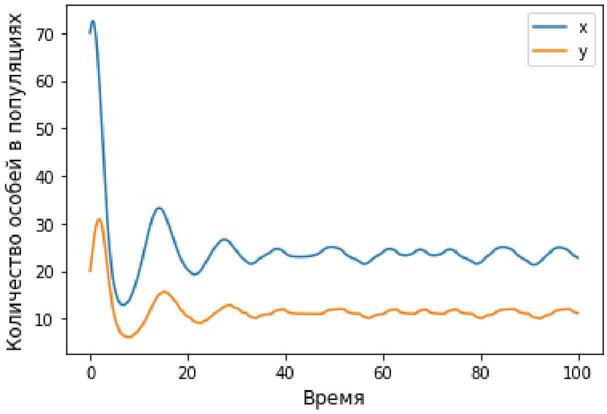
```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=100 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.1 # скорость воспроизводства
L=180 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=20 # первоначальное число особей в популяции
J=1 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.1 # скорость воспроизводства
C=0.03 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
```

$x_0 = 30$ (< 0,5 L)

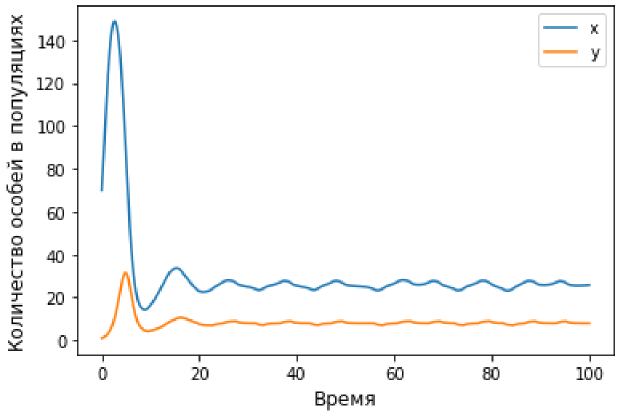


При увеличении «суточной нормы» хищников, графики численности расходятся.

```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=70 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.1 # скорость воспроизводства
L=180 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=20 # первоначальное число особей в популяции
J=2 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.1 # скорость воспроизводства
C=0.03 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
```

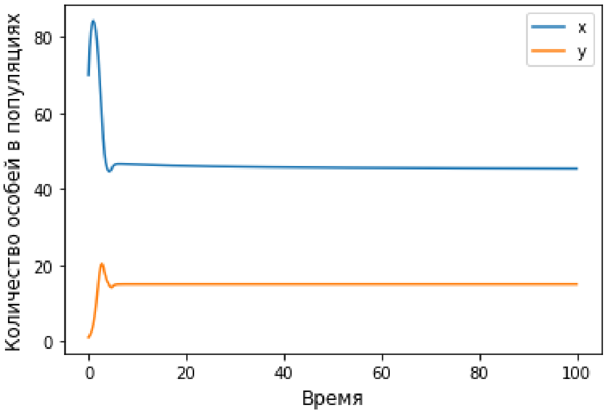



```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=70 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.1 # скорость воспроизводства
L=180 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=1 # первоначальное число особей в популяции
J=3 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.1 # скорость воспроизводства
C=0.03 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
Tmax=7 # максимально возможное время жизни особи без еды
T0=3 # время максимальной вероятности умереть от голода
c=2 # дисперсия распределения
```



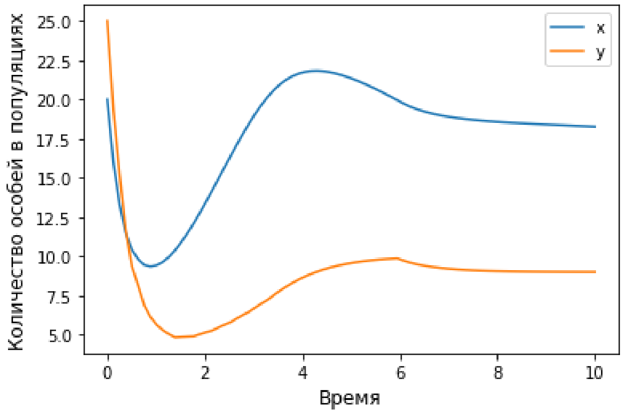
При увеличении скорости воспроизводства уменьшается амплитуда колебаний численности.

```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=70 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=2 # скорость воспроизводства
L=90 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=1 # первоначальное число особей в популяции
J=3 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=2 # скорость воспроизводства
```



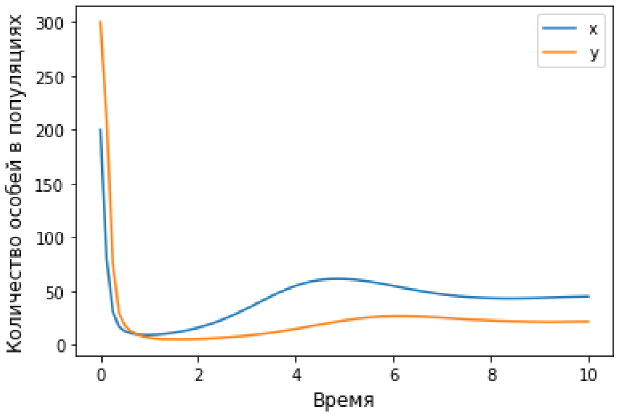
При превышении численностью хищников численности жертв, наблюдается резкий спад численности обоих видов.

```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=20 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.8 # скорость воспроизводства
L=40 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=25 # первоначальное число особей в популяции
J=2 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.2 # скорость воспроизводства
```



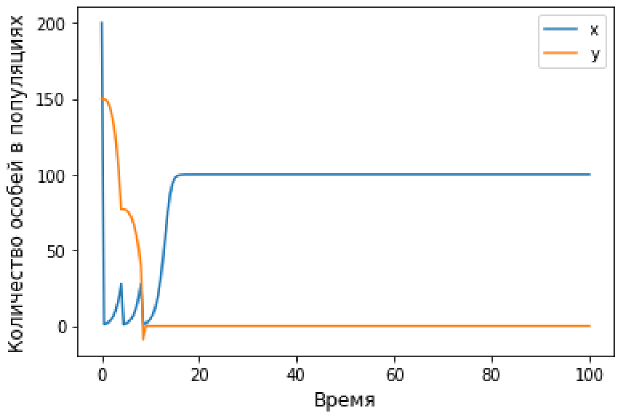
Более резкий спад наблюдается для случая, когда начальная численность жертв превышает лимит среды.

```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=200 # первоначальное число особей в популяции
xmin=1 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.8 # скорость воспроизводства
L=100 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=300 # первоначальное число особей в популяции
J=2 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.2 # скорость воспроизводства
```

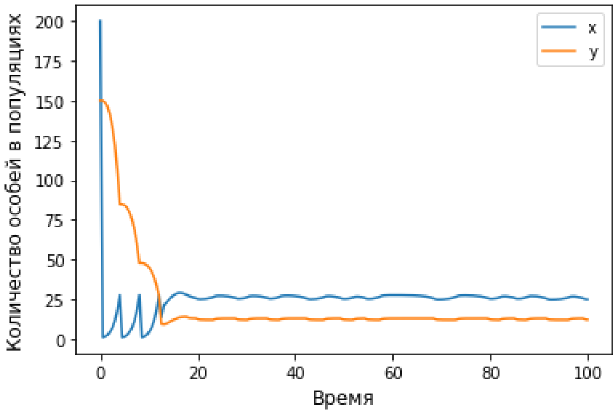


При достижении популяцией жертв некоторого порога, популяция хищников начинает вымирать, причем скорость зависит от параметров распределения: максимального времени жизни, дисперсии и положения точки наибольшего роста. Численность популяции жертв при этом, согласно установленной модели, быстро восстанавливается, за счет отсутствия истребления.

```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=200 # первоначальное число особей в популяции
xmin=20 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.3 # скорость воспроизводства
L=100 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=150 # первоначальное число особей в популяции
J=2 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.2 # скорость воспроизводства
C=0.003 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
Tmax=5 # максимально возможное время жизни особи без еды
T0=3 # время максимальной вероятности умереть от голода
c=1 # дисперсия распределения
```




```
# Начальные параметры популяций
# Популяция "жертв" x
x0=200 # первоначальное число особей в популяции
xmin=20 # минимальный размер популяции, после которого прекращается её уничтожение
a=1.3 # скорость воспроизводства
L=100 # максимальное колличество особей, способных прокормиться в данной среде (ёмкость среды)

#Популяция "хищников" y
y0=150 # первоначальное число особей в популяции
J=2 # число особей из x, которе необходимо ловить каждому члену популяции y для выживания
k=1.2 # скорость воспроизводства
C=0.003 # скорость воспроизводства при недостатке ресурсов
Tmax=7 # максимально возможное время жизни особи без еды
T0=3 # время максимальной вероятности умереть от голода
c=1 # дисперсия распределения
```



Выводы

В работе была предложена модель взаимодействия «хищник-жертва», в которой за основу динамики численности была взята модель Ферхюльста. Она была изменена с учетом особенностей взаимодействия двух видов: истребление одного вида другим, зависимость численности хищников от количества жертв (что эквивалентно ресурсам в среде). Численность жертв при таком взаимодействии оказывается ниже лимита, установленного средой, и не достигает его на длительный срок до вымирания всех хищников. Для хищников модель учитывает инертность их численности, при исчезновении жертв, что отражает реальные условия. Процесс установления состояния равновесия между численностями видов носит колебательный характер.