

Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет имени Н. И. Лобачевского  
Радиофизический факультет

## Численное моделирование морской поверхности

**Работу выполнил:**  
Понур К.А.

**Научный руководитель:**  
Караев В.Ю.

20 июня 2020 г.

# Введение

## Цели:

- 1 Изучить принципы моделирования морской поверхности.
- 2 Оптимизировать существующие алгоритмы.
- 3 Предложить способы приближения моделируемой поверхности к реальной морской поверхности.
- 4 Создать модель морской поверхности на которой можно проводить численные эксперименты
- 5 Провести численный эксперимент на модельной поверхности с орбитальным радиовысотомером.

## Актуальность работы:

- 1 Тестирование и разработка алгоритмов восстановления океанографической информации
- 2 Оценка возможностей новых радиолокаторов
- 3 Постановка численных экспериментов, в частности накопление статистических данных

# Двумерная модель поверхности волнения

$$z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

где  $\psi_{nm}$  – случайная фаза, равномерно распределенная в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ ,  
 $F_m(\kappa_n, \varphi_m)$  – азимутальное распределение для гармоники с волновым числом  
 $\kappa_n$ ,  
 $\vec{\kappa}_n = (\kappa_{nx}, \kappa_{ny})$  – волновой вектор.

$$A_n(\kappa_n) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\int_{\Delta \kappa_n} 2S(\kappa) d\kappa},$$

где  $S(\kappa)$  – спектральная плотность мощности,

$$F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) = \sqrt{\int_{\Delta \varphi_m} \Phi_\xi(\kappa_n, \varphi) d\varphi},$$

где  $\Phi(\kappa_n, \varphi)$  – азимутальная плотность мощности

Теоретическая корреляционная функция

$$K(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\kappa) e^{i\kappa\rho} d\kappa$$

Корреляционная функция модельной поверхности

$$\tilde{K}(\rho) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n^2}{2} \cos(\kappa_n \rho)$$

Критерий качества моделирования

$$\tilde{K}(\rho) \longrightarrow K(\rho)$$

$$z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

Определение проекции поля уклонов

$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial x} = \zeta_x = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \kappa_{nx} \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

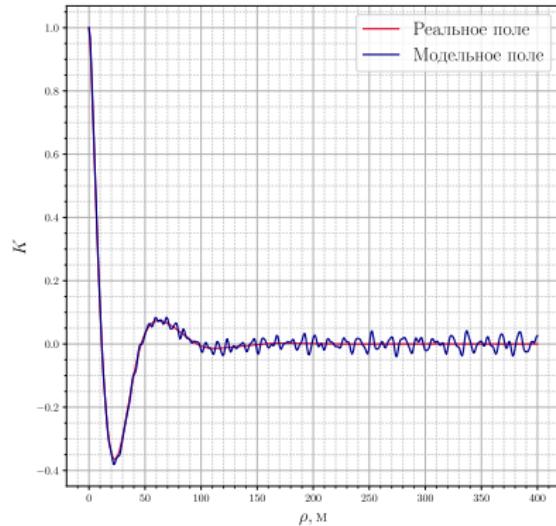
$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial y} = \zeta_y = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \kappa_{ny} \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

Определение поля полных уклонов

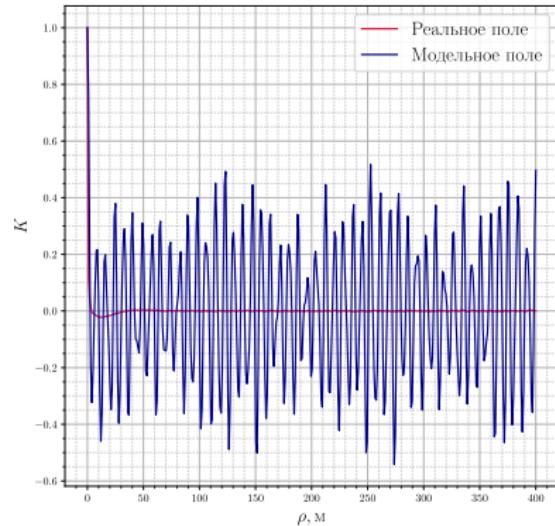
$$\zeta = \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2}$$

Определение поля орбитальных скоростей

$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial t} = v(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \omega_n \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm})$$



(а)



(б)

Рис.: (а) корреляционная функция высот, (б) корреляционная функция наклонов

При неправильном выборе числа и/или положения гармоник при моделировании корреляционные функции моделируемой поверхности становятся зашумленными.

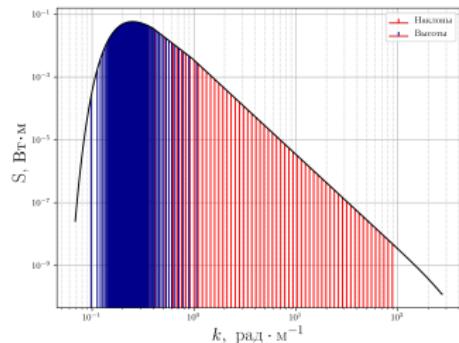
# Метод «отбеливания» спектра

Для высот:

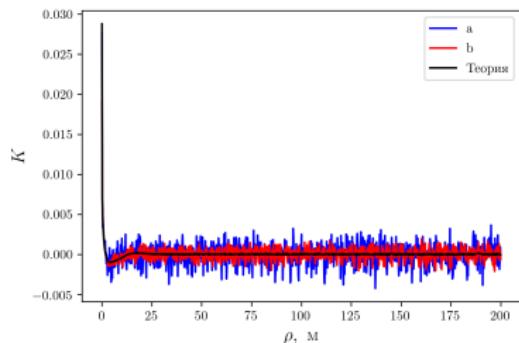
$$\kappa_i = \sqrt{\frac{N}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\kappa) d\kappa}} \cdot \int_{\Delta k_i} \kappa^2 S(\kappa) d\kappa,$$

Для уклонов:

$$\kappa_i = \sqrt{\frac{N}{\int_{-\infty}^{\infty} \kappa^2 S(\kappa) d\kappa}} \cdot \int_{\Delta k_i} \kappa^4 S(\kappa) d\kappa.$$

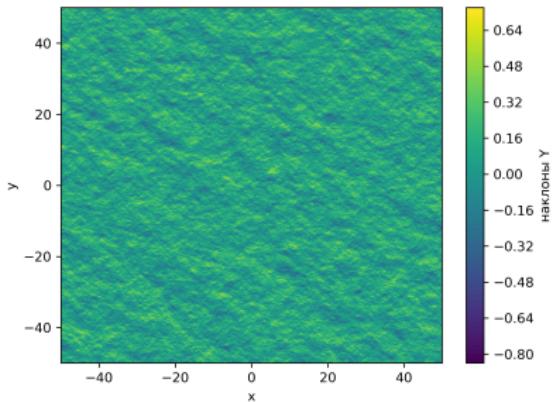
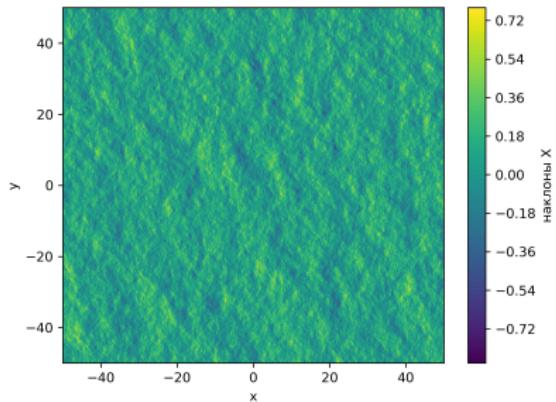
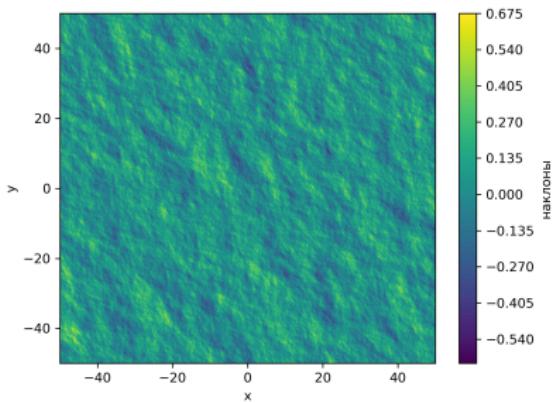
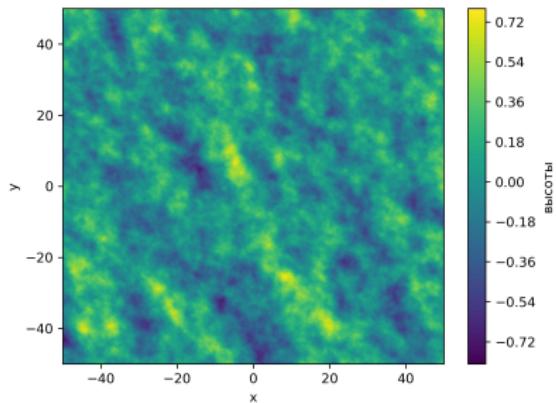


Расположение гармоник в области пространственных частот по методу отбеливания спектра, синим цветом обозначены гармоники, обеспечивающие минимум шума для корреляционной функции высот, красным – для уклонов



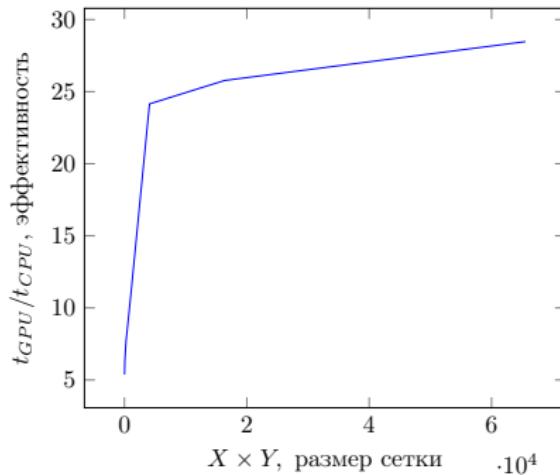
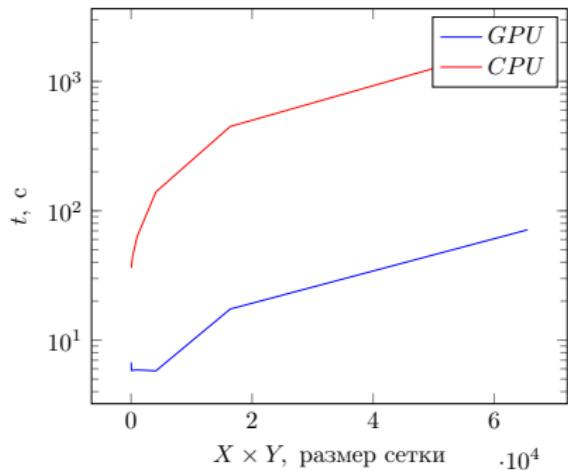
Корреляционная функция наклонов для различного расположения гармоник в частотной области: (a) логарифмическое распределение, (b) метод «отбеливания» спектра

# Изображение поверхностей



# Аппаратное увеличение производительности

Для увеличения производительности, часть кода Python предварительно компилировалась и выполнялась на графическом процессоре с поддержкой технологии CUDA.



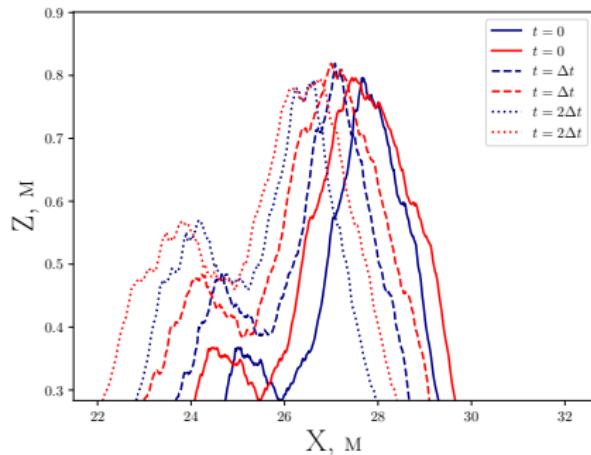
Используемое оборудование:

NVIDIA GeForce GTX 1660 (GPU), Intel Core i5-2400 (CPU)

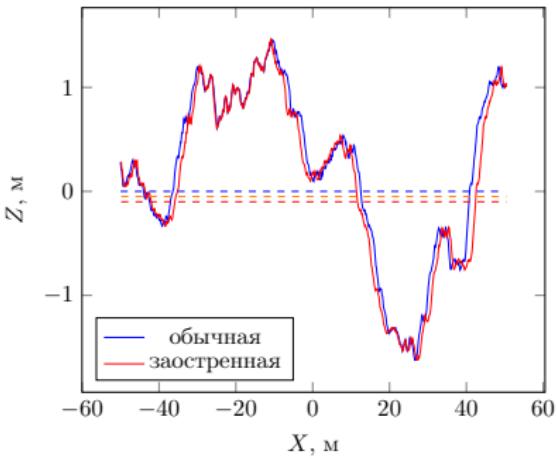
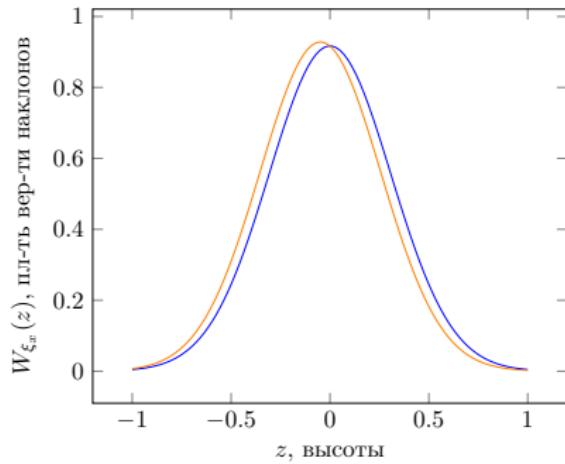
# Модель заостренной поверхности

$$\begin{cases} z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \cos(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \\ x = x_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \cos \varphi_m \sin(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \\ y = y_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \sin \varphi_m \sin(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \end{cases}$$

где  $\vec{\kappa}$  – двумерный волновой вектор,  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ ,  $\vec{r} = (x, y)$



# Модель заостренной поверхности



$$\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 = \int \frac{\kappa_x^\alpha \kappa_y^\beta}{\kappa^\gamma} S(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa},$$

$$\sigma_n^2 = \int \kappa^n S(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa}$$

$$\Theta(\theta) = (1 - i\theta\sigma_1^2 + \theta^2\Sigma_1) \exp\left(-\frac{1}{2}\theta^2\sigma_0^2\right) -$$

характеристическая функция,

$$\tilde{P}_{\xi_x}(z) = P_{\xi_x}(z) \left( 1 + \frac{\Sigma_1}{\sigma_0^2} - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}z - \frac{\Sigma_1}{\sigma_0^4}z^2 \right),$$

где  $P_{\xi_x}(z)$  – гауссовая плотность вероятности наклонов линейной поверхности,  $z$  – высоты морской поверхности.

$$\langle z \rangle = -\sigma_1^2, \quad \langle z^2 \rangle = \sigma_0^2 - 2\Sigma_1,$$

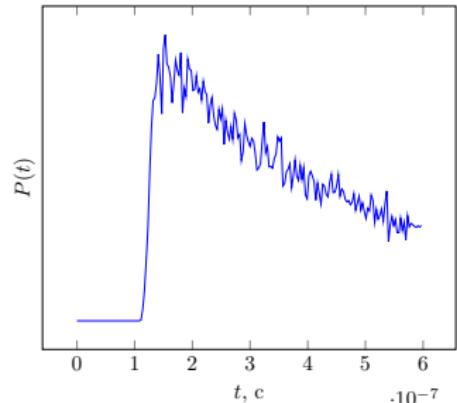
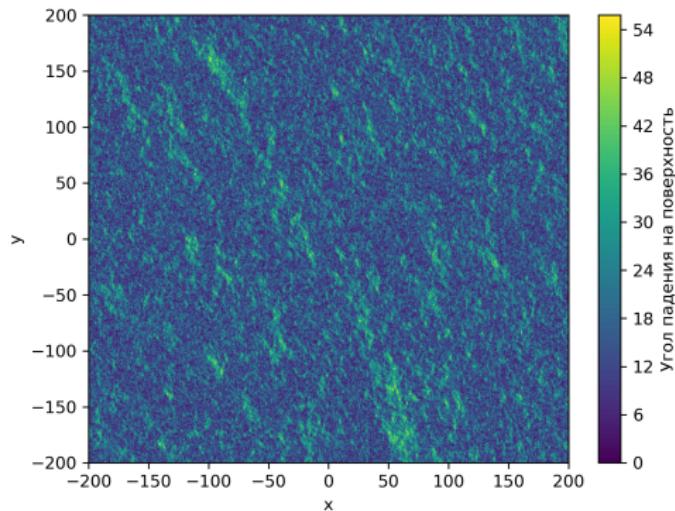
$$\Sigma_1 = \sigma_{111}^4 - \sigma_{201}^2\sigma_{021}^2.$$

# Импульс на плоской поверхности

$$E = \sum_{i=1}^M \frac{E_0}{R_i^2} \exp\left\{-2ik\vec{R}_i\right\} \sigma_i^o G^2(\theta_i), \text{ где}$$

$R_i$  – радиус-вектор от радиовысотомера к рассеивающей площадке,  
 $G(\theta)$  – диаграмма направленности антенны,  
 $\sigma^o$  – сечение обратного рассеяния площадки.

# Моделирование отраженного импульса



Вычисление локального угла падения для радиовысотометра, находящегося в точке с координатами  $(0, 0)$  на высоте 1000 км над уровнем моря. Точки, градусная мера которых меньше  $\theta < 1^\circ$  в дальнейшем будут считаться зеркальными и они будут участвовать в формировании отраженного импульса.

# Формула Брауна

$$P(t) = Ae^{-v}(1 + \operatorname{erf}(u)), \text{ где}$$

$$A = A_0 \exp\left\{\frac{-4}{\gamma} \sin^2 \xi\right\}, \quad u = \frac{t - \alpha \sigma_c^2}{\sqrt{2} \sigma_c}, \quad v = \alpha \left(t - \frac{\alpha}{2} \sigma_c^2\right)$$

в которых

$$\alpha = \delta - \frac{\beta^2}{4} = \frac{4}{\gamma} \cdot \frac{c}{h} \left( \cos 2\xi - \frac{\sin^2 2\xi}{\gamma} \right),$$

$$\gamma = \frac{\ln 2}{2} \sin^2 \theta_{-3dB}, \quad \sigma_c^2 = \sigma_p^2 + \frac{\sigma^2}{c^2},$$

$\xi \ll 1$  – малое отклонение антенны от надира,

$\theta_{-3dB}$  – ширина диаграммы направленности антенны на уровне  $-3dB$ ,

$h$  – высота радиолокатора над поверхностью земли,

$c$  – скорость света в вакууме,

$\sigma^2$  – дисперсия высот взволнованной морской поверхности.

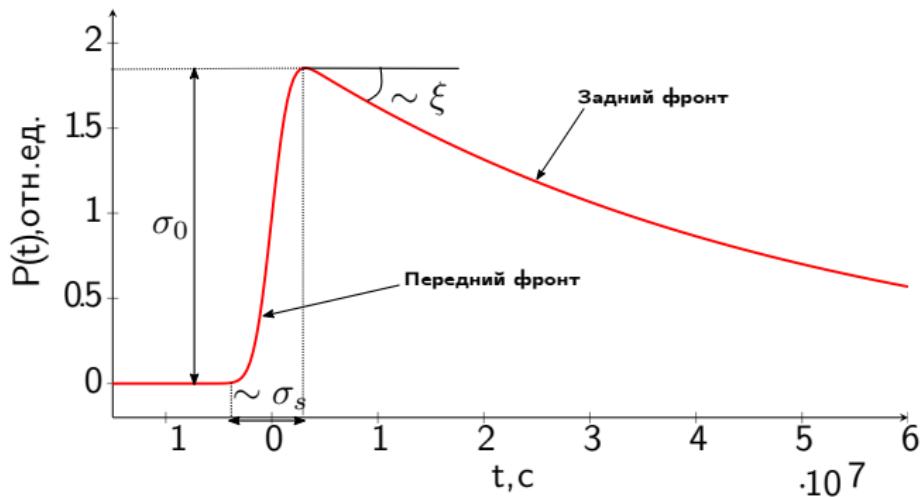
# Моделирование отраженного импульса

$$P(t) = A \exp\left\{S_T\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{t - \tau}{\sigma_L}\right), \text{ где}$$

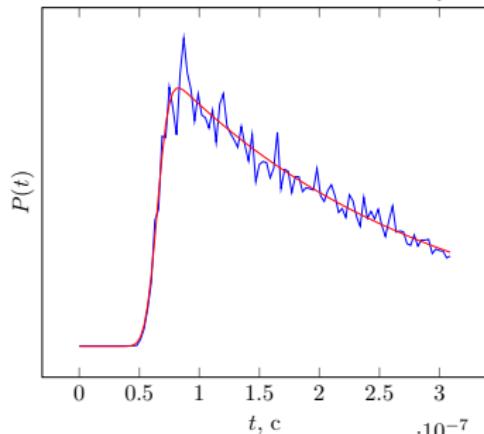
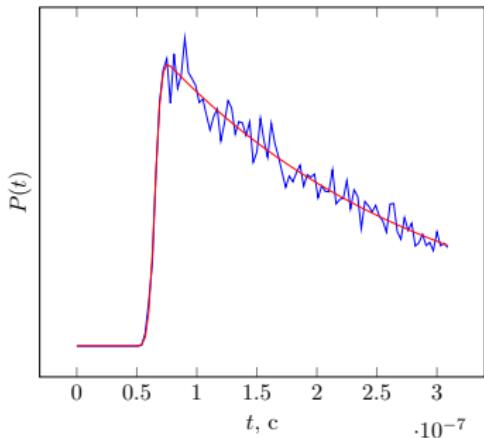
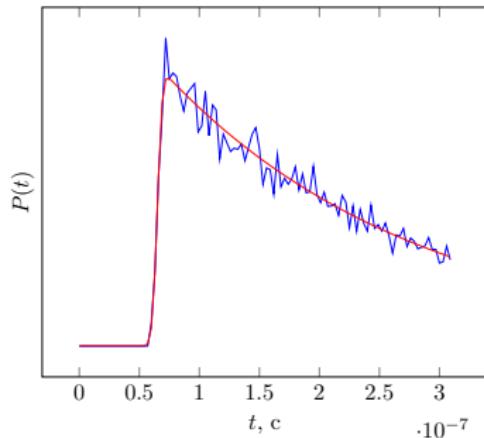
$S_T$  – коэффициент наклона заднего фронта импульса,

$\tau$  – эпоха,

$\sigma_L$  – ширина переднего фронта импульса,



# Ретрекинг модельных импульсов

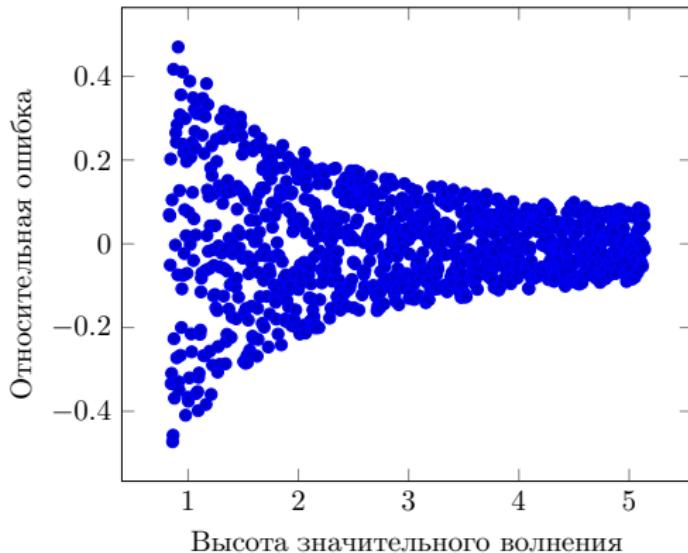


$h_{\frac{1}{3}}$ , м	0.83	1.36	5.14
$\tilde{h}_{\frac{1}{3}}$ , м	0.65	1.49	4.9

Высота значительного волнения  $h_{\frac{1}{3}}$  – такая высота, больше которой в данном режиме волнения может оказаться не более  $\frac{1}{3}$  всех волн.

$h_{\frac{1}{3}}$  – известна из моделирования поверхности

$\tilde{h}_{\frac{1}{3}}$  – получена из численного эксперимента

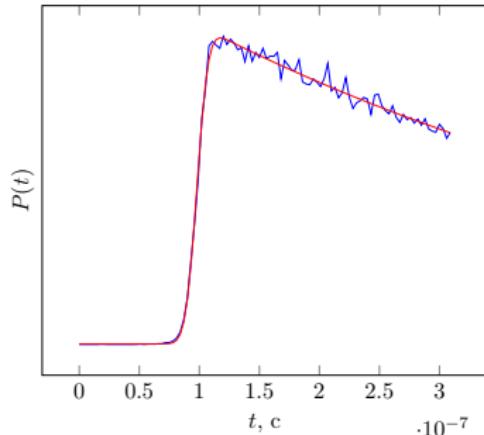
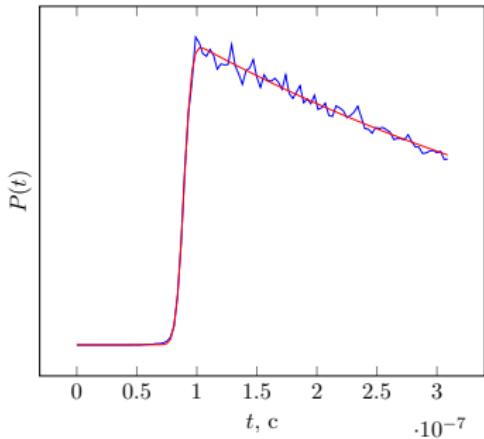
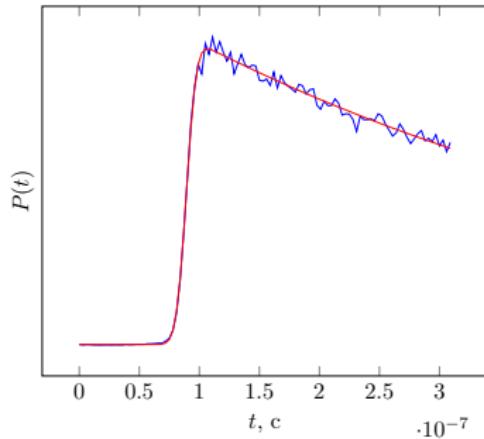


[Рис.](#): Относительная ошибка восстановления высоты значительного волнения для известного из моделирования высоты значительного волнения

Абсолютная ошибка определения высоты значительного волнения приблизительно равна

$$\delta h = \frac{\tau}{2} c, \quad \tau - \text{длительность импульса}$$

# Ретрекинг импульсов с Jason-3



$h_{\frac{1}{3}}, \text{ м}$	0.937	0.699	1.075
$\tilde{h}_{\frac{1}{3}}, \text{ м}$	0.931	0.703	1.081

$h$  – высота, полученная  
NASA

$\tilde{h}$  – высота, полученная  
предложенным методом

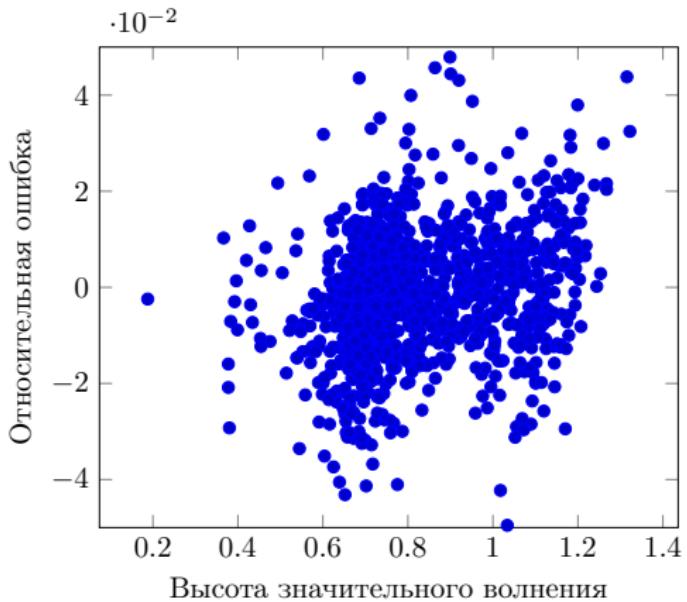


Рис.: Сравнение результатов восстановления высоты значительного волнения по данным спутника Jason-3 для штатного алгоритма обработки и для предложенного метода

# Заключение

В настоящей работе были:

- 1 Изучены принципы моделирования морской поверхности
- 2 Предложены способы приближения модельной поверхности к реальной морской поверхности
- 3 Предложены способы оптимизации времени моделирования

Применение модели:

- 1 Тестирование и разработка алгоритмов восстановления океанографической информации
- 2 Оценка возможностей новых радиолокаторов
- 3 Постановка численных экспериментов

Дальнейшие планы:

- 1 Модификация метода заостренной волны
- 2 Учет при моделировании атмосферы и ионосферы

# Спасибо за внимание!

Презентация подготовлена в издательской  
системе LaTeX с использованием пакетов  
PGF/TikZ и Beamer