

Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Численное моделирование морской поверхности

Работу выполнил:
Понур К.А.

Научный руководитель:
Караев В.Ю.

1 июня 2020 г.

Введение

Цели:

- 1 Изучить принципы моделирования морской поверхности.
- 2 Оптимизировать существующие алгоритмы.
- 3 Предложить способы приближения моделируемой поверхности к реальной морской поверхности.
- 4 Провести численный эксперимент на модельной поверхности с орбитальным радиовысотомером.

Актуальность работы:

- 1 Тестирование и разработка алгоритмов восстановления океанографической информации
- 2 Оценка возможностей новых радиолокаторов
- 3 Постановка численных экспериментов, в частности накопление статистических данных

Двумерная модель поверхности волнения

$$z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

где ψ_{nm} – случайная фаза, равномерно распределенная в интервале от $-\pi$ до π ,
 $F_m(\kappa_n, \varphi_m)$ – азимутальное распределение для гармоники с волновым числом
 κ_n ,
 $\vec{\kappa}_n = (\kappa_{nx}, \kappa_{ny})$ – волновой вектор.

$$A_n(\kappa_n) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\int_{\Delta \kappa_n} 2S(\kappa) d\kappa},$$

где $S(\kappa)$ – спектральная плотность мощности,

$$F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) = \sqrt{\int_{\Delta \varphi_m} \Phi_\xi(\kappa_n, \varphi) d\varphi},$$

где $\Phi(\kappa_n, \varphi)$ – азимутальная плотность мощности

Теоретическая корреляционная функция

$$K(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\kappa) e^{i\kappa\rho} d\kappa$$

Корреляционная функция модельной поверхности

$$\tilde{K}(\rho) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n^2}{2} \cos(\kappa_n \rho)$$

Критерий качества моделирования

$$\tilde{K}(\rho) \longrightarrow K(\rho)$$

Определение высот, определение наклонов, определение наклонов по x, определение уклонами по y,

$$z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

Определение уклонов в проекции на оси

$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial x} = \zeta_x = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \kappa_{nx} \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

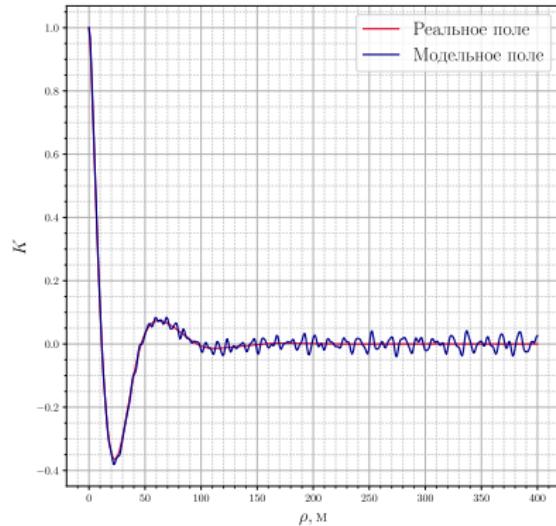
$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial y} = \zeta_y = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \kappa_{ny} \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm}),$$

Определение полных уклонов

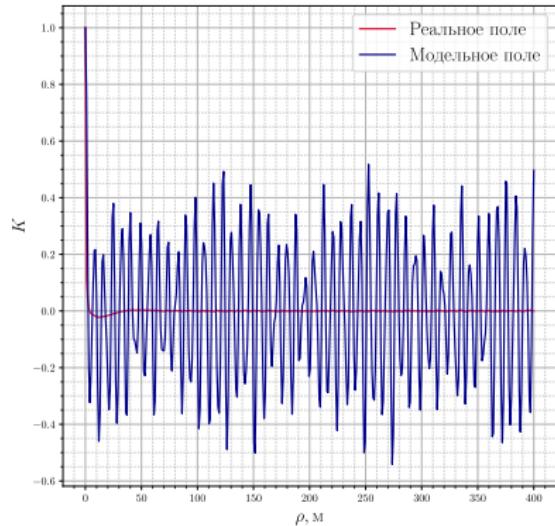
$$\zeta = \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2}$$

Определение орбитальной скорости

$$\frac{\partial z(\vec{r}, t)}{\partial t} = v(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot \omega_n \cdot F_{nm}(\kappa_n, \varphi_m) \cos (\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r} + \psi_{nm})$$



(а)



(б)

Рис.: (а) корреляционная функция высот, (б) корреляционная функция наклонов

При неправильном выборе числа и/или положения гармоник при моделировании корреляционные функции моделируемой поверхности становятся зашумленными.

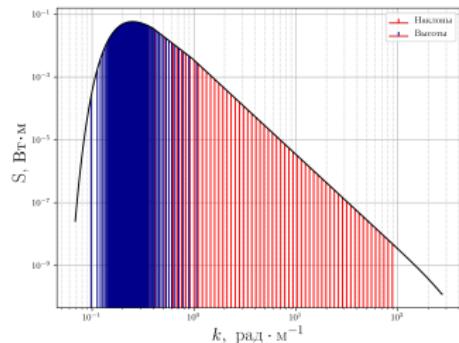
Метод «отбеливания» спектра

Для высот:

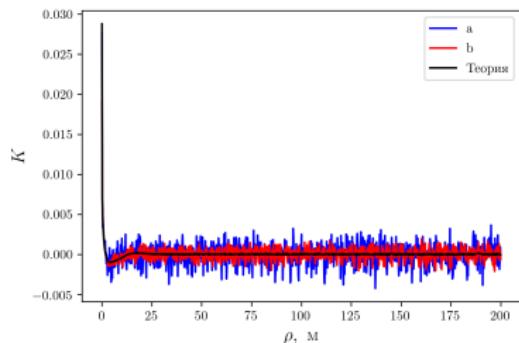
$$\kappa_i = \sqrt{\frac{N}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\kappa) d\kappa}} \cdot \int_{\Delta k_i} \kappa^2 S(\kappa) d\kappa,$$

Для уклонов:

$$\kappa_i = \sqrt{\frac{N}{\int_{-\infty}^{\infty} \kappa^2 S(\kappa) d\kappa}} \cdot \int_{\Delta k_i} \kappa^4 S(\kappa) d\kappa.$$

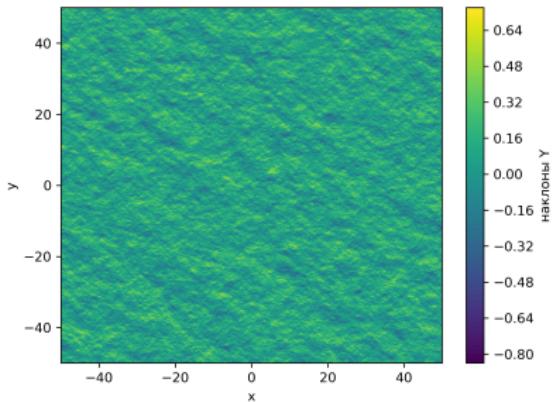
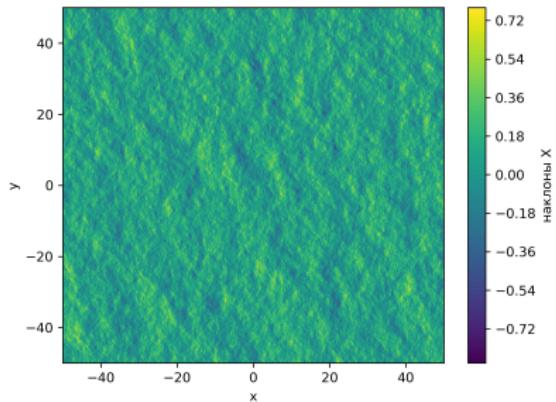
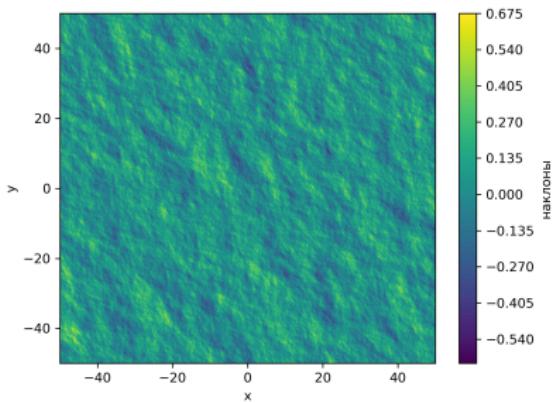
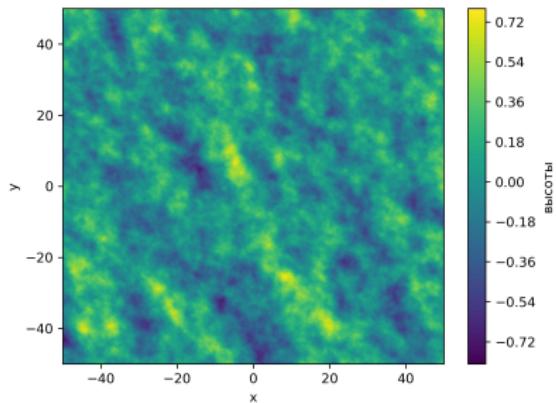


Расположение гармоник в области пространственных частот по методу отбеливания спектра, синим цветом обозначены гармоники, обеспечивающие минимум шума для корреляционной функции высот, красным – для уклонов



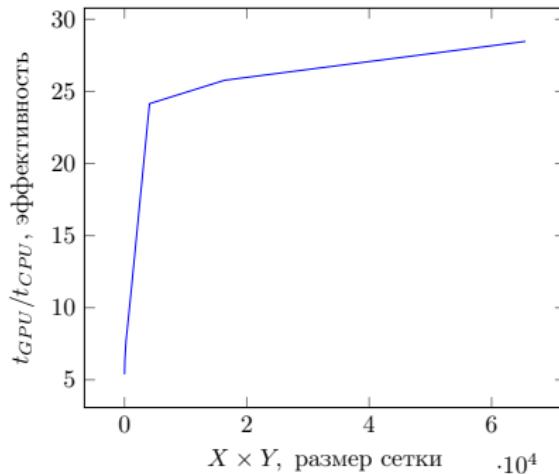
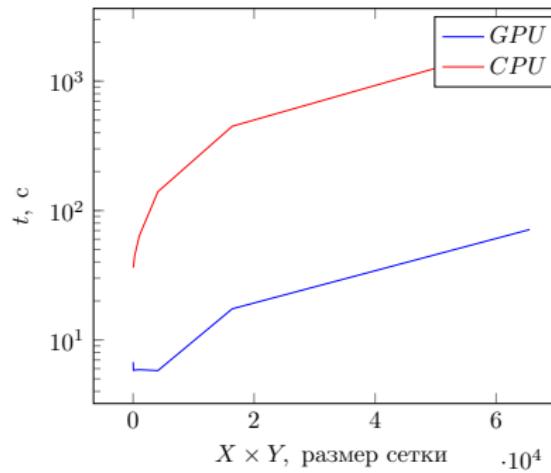
Корреляционная функция наклонов для различного расположения гармоник в частотной области: (a) логарифмическое распределение, (b) метод «отбеливания» спектра

Изображение поверхностей



Увеличение производительности

Увеличение производительности достигается за счет библиотеки Numba, в которую входит JIT-компилятор с открытым исходным кодом, переводящий подмножество Python и NumPy в быстрый машинный код



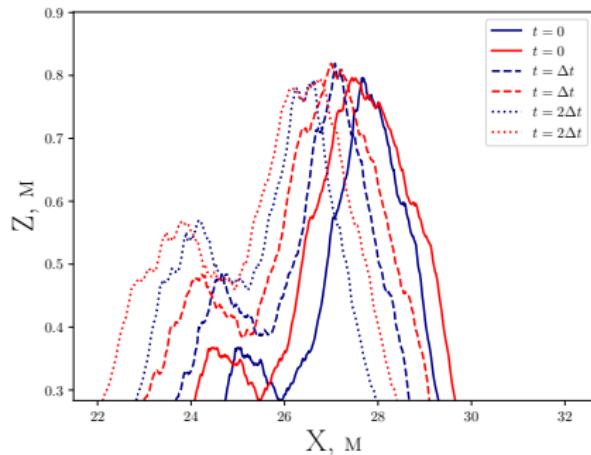
Используемое оборудование:

NVIDIA GeForce GTX 1660 (GPU), Intel Core i5-2400 (CPU)

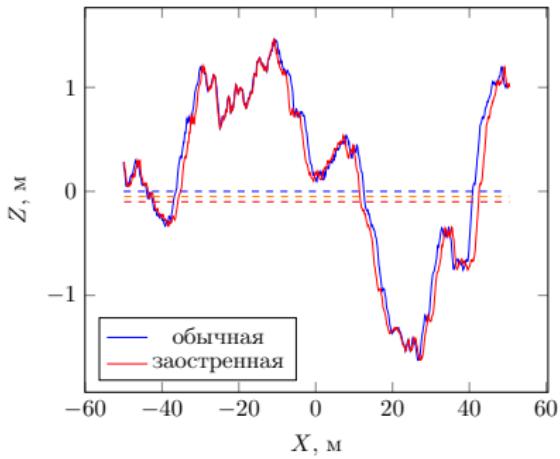
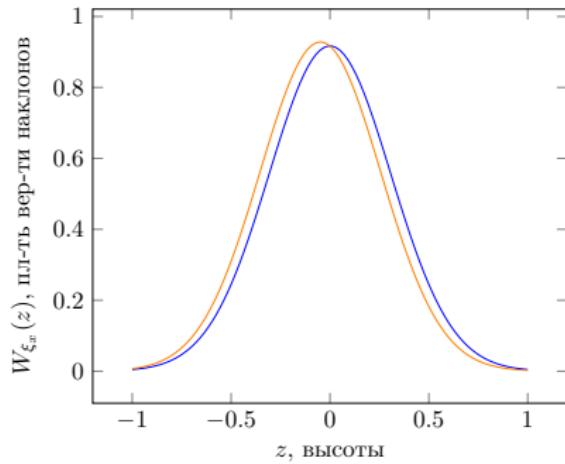
Модель заостренной поверхности

$$\begin{cases} z(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \cos(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \\ x = x_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \cos \varphi_m \sin(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \\ y = y_0 - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n(\kappa_n) \cdot F_m(\kappa_n, \varphi_m) \sin \varphi_m \sin(\omega_n t + \vec{\kappa}_n \vec{r}_0 + \psi_{nm}), \end{cases}$$

где $\vec{\kappa}$ – двумерный волновой вектор, $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\vec{r} = (x, y)$



Модель заостренной поверхности



$$\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 = \int \frac{\kappa_x^\alpha \kappa_y^\beta}{\kappa^\gamma} S(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa},$$

$$\sigma_n^2 = \int \kappa^n S(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa}$$

$$\Theta(\theta) = (1 - i\theta\sigma_1^2 + \theta^2\Sigma_1) \exp\left(-\frac{1}{2}\theta^2\sigma_0^2\right) -$$

характеристическая функция,

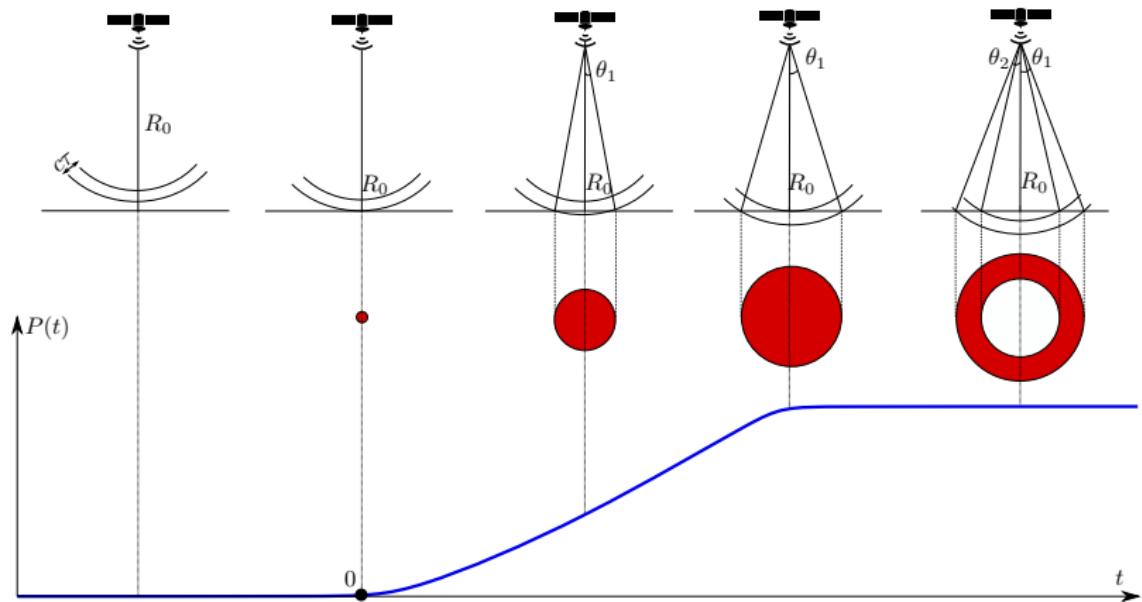
$$\tilde{P}_{\xi_x}(z) = P_{\xi_x}(z) \left(1 + \frac{\Sigma_1}{\sigma_0^2} - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}z - \frac{\Sigma_1}{\sigma_0^4}z^2 \right),$$

где $P_{\xi}(z)$ – гауссова плотность вероятности наклонов линейной поверхности, z – высоты морской поверхности.

$$\langle z \rangle = -\sigma_1^2, \quad \langle z^2 \rangle = \sigma_0^2 - 2\Sigma_1,$$

$$\Sigma_1 = \sigma_{111}^4 - \sigma_{201}^2\sigma_{021}^2.$$

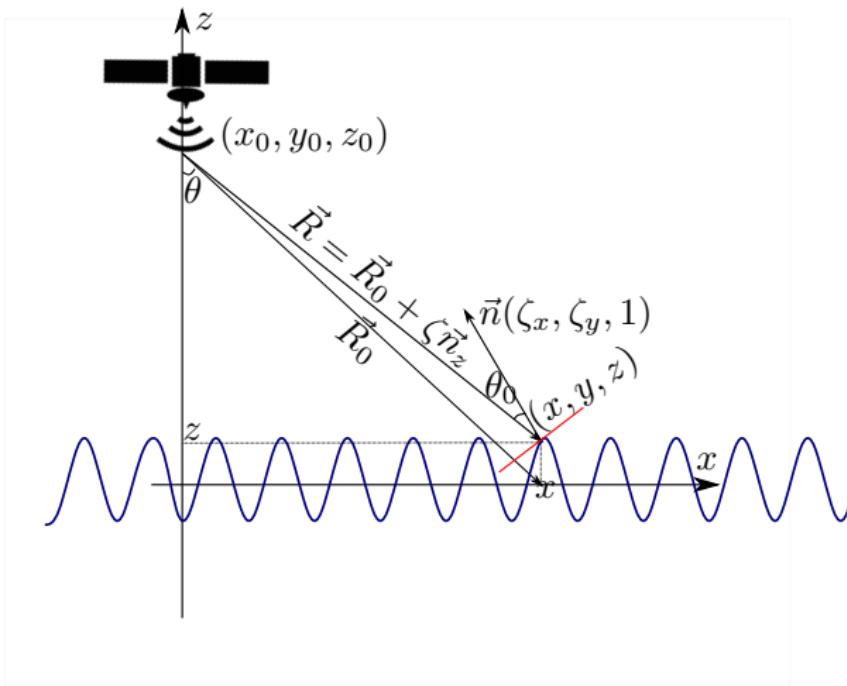
Форма импульса отраженного от плоской поверхности



$$E = \sum_{i=1}^M \frac{E_0}{R_i^2} \exp\left\{-2i\vec{k}\vec{R}_i\right\} \sigma_i^o G^2(\theta_i), \text{ где}$$

R_i – радиус-вектор от радиовысотометра к рассеивающей площадке,
 $G(\theta)$ – диаграмма направленности антенны,
 σ^o – сечение обратного рассеяния площадки.

Геометрия задачи для взволнованной поверхности



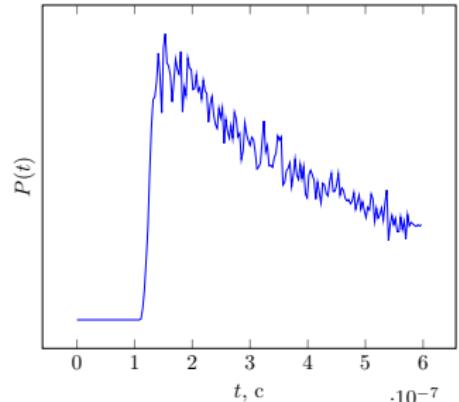
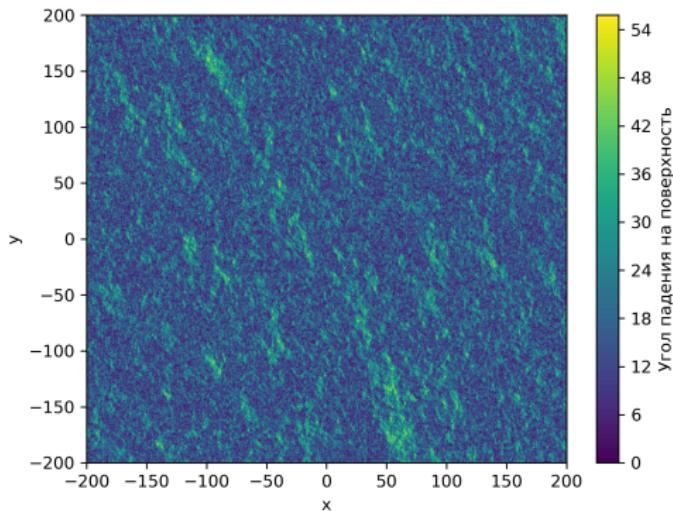
(x_0, y_0, z_0) – координаты радио высотомера

(x, y, z) – координата точки на поверхности

ζ_x, ζ_y – уклоны поверхности по осям x и y

$$\cos \theta_0 = \frac{\vec{R} \cdot \vec{n}}{|\vec{R}| |\vec{n}|} - \text{локальный угол падения}$$

Моделирование отраженного импульса



Вычисление локального угла падения для радиовысотометра, находящегося в точке с координатами $(0, 0)$ на высоте 1000 км над уровнем моря. Точки, градусная мера которых меньше $\theta < 1^\circ$ в дальнейшем будут считаться зеркальными и они будут участвовать в формировании отраженного импульса.

Моделирование отраженного импульса

$$P(t) = Ae^{-v}(1 + \operatorname{erf}(u)), \text{ где}$$

$$A = A_0 \exp\left\{\frac{-4}{\gamma} \sin^2 \xi\right\}, \quad u = \frac{t - \alpha \sigma_c^2}{\sqrt{2} \sigma_c}, \quad v = \alpha \left(t - \frac{\alpha}{2} \sigma_c^2\right)$$

в которых

$$\alpha = \delta - \frac{\beta^2}{4} = \frac{4}{\gamma} \cdot \frac{c}{h} \left(\cos 2\xi - \frac{\sin^2 2\xi}{\gamma} \right),$$

$$\gamma = \frac{\ln 2}{2} \sin^2 \theta_{-3dB}, \quad \sigma_c^2 = \sigma_p^2 + \frac{\sigma^2}{c^2},$$

$\xi \ll 1$ – малое отклонение антенны от надира,

θ_{-3dB} – ширина диаграммы направленности антенны на уровне $-3dB$,

h – высота радиолокатора над поверхностью земли,

c – скорость света в вакууме,

σ^2 – дисперсия высот взволнованной морской поверхности.

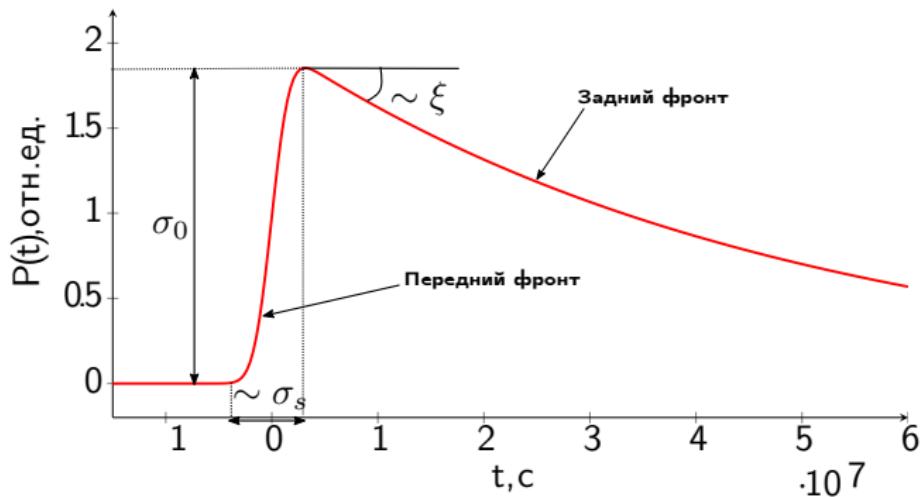
Моделирование отраженного импульса

$$P(t) = A \exp\left\{S_T\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{t - \tau}{\sigma_L}\right), \text{ где}$$

S_T – коэффициент наклона заднего фронта импульса,

τ – эпоха,

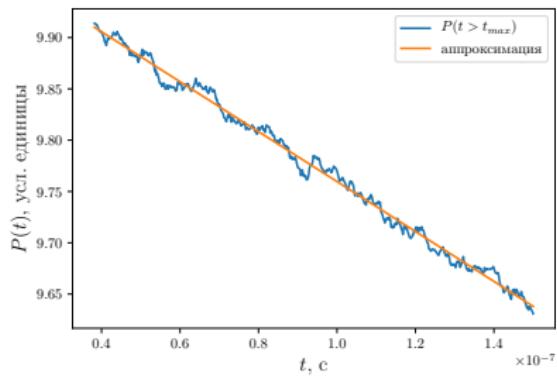
σ_L – ширина переднего фронта импульса,



Алгоритм ретрекинга

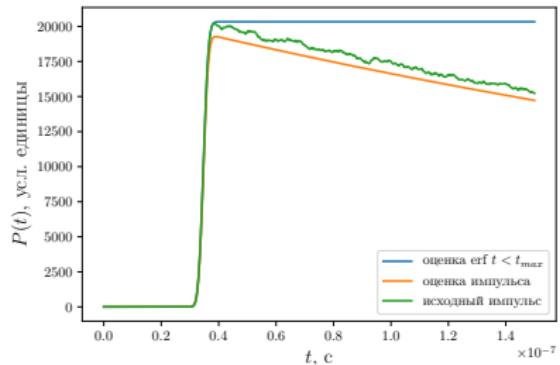
При $t > t_{max}$

$$P(t) = 2A \exp\left\{S_T\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\}$$



При $t < t_{max}$

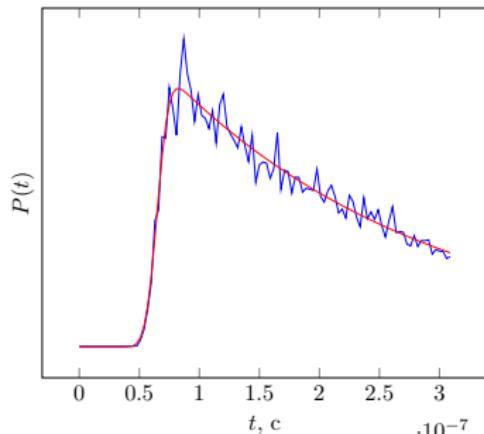
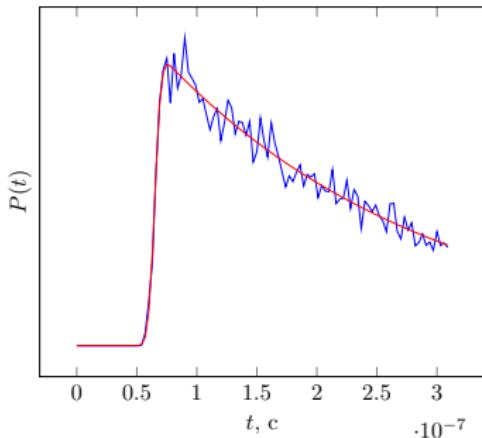
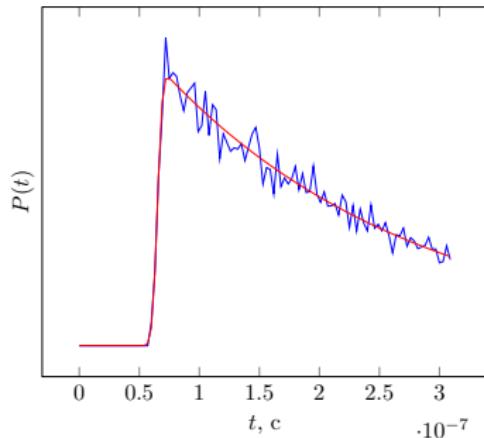
$$\frac{d \operatorname{erf} \frac{t-\tau}{\sigma_L}}{dt} \gg \frac{d \exp\left\{S_T(t - \frac{\tau}{2})\right\}}{dx}$$



$$\ln P(t) = \ln 2A + S_T\left(t - \frac{\tau}{2}\right) = S_T t + const$$

$$P(t) \approx A \left(1 + \operatorname{erf} \frac{t - \tau}{\sigma_L}\right)$$

Ретрекинг модельных импульсов



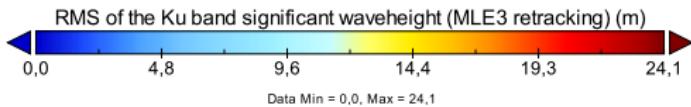
$h, \text{ м}$	0.83	1.36	5.14
$\tilde{h}, \text{ м}$	0.65	1.49	4.9

h – высота, заложенная в моделировании

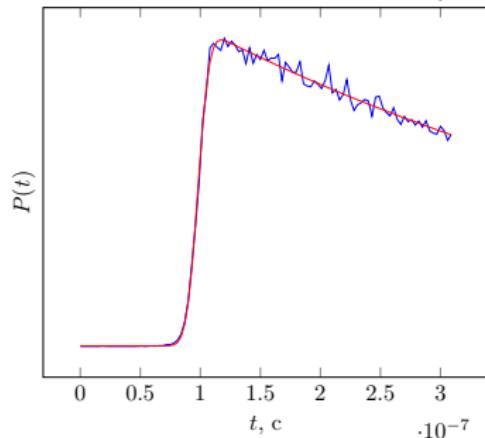
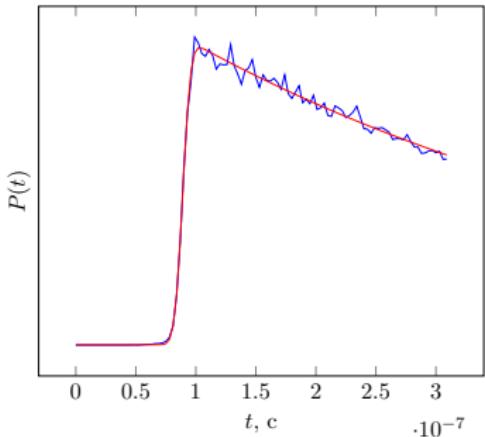
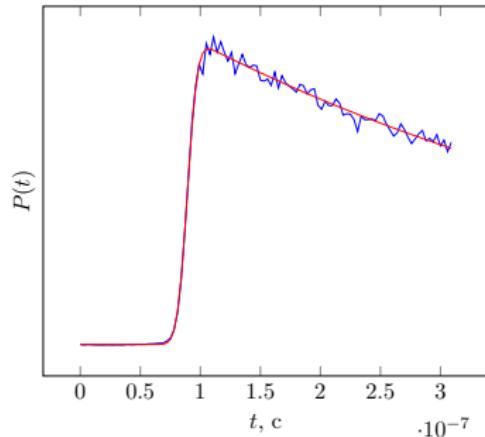
\tilde{h} – высота, полученная нами
Усредненная по 100 импульсам относительная погрешность измерения составляет 10-15%.

Ретрекинг импульсов с Jason-3

RMS of the Ku band significant waveheight (MLE3 retracking)



Ретрекинг импульсов с Jason-3



h , м	0.937	0.699	1.075
\tilde{h} , м	0.931	0.703	1.081

h – высота, полученная
NASA
 \tilde{h} – высота, полученная нами

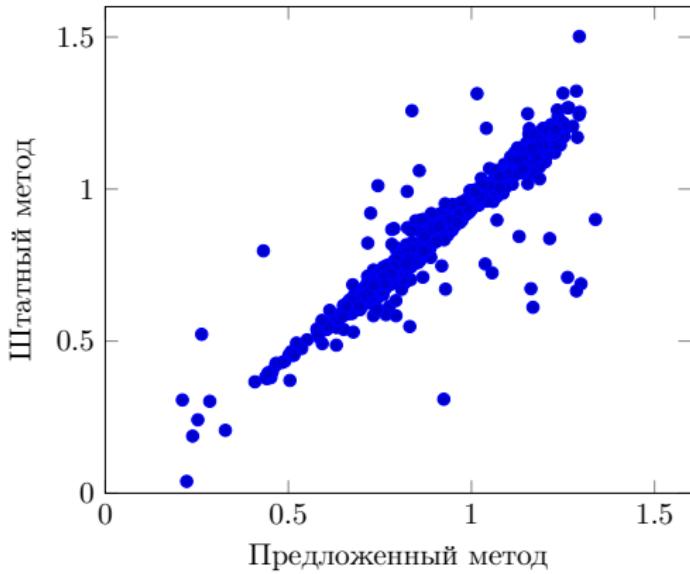


Рис.: Восстановление высоты значительного волнения штатным методом, которым обрабатываются данные Jason-3 в сравнении с предложенным методом

Заключение

В настоящей работе были:

- 1 Изучены принципы моделирования морской поверхности
- 2 Предложены способы приближения модельной поверхности к реальной
- 3 Предложены способы оптимизации времени моделирования

Применение модели:

- 1 Тестирование и разработка алгоритмов восстановления океанографической информации
- 2 Оценка возможностей новых радиолокаторов
- 3 Постановка численных экспериментов

Дальнейшие планы:

- 1 Модификация метода заостренной волны
- 2 Учет при моделировании атмосферы и ионосферы