

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет

Специальность 10.05.02 «Информационная безопасность  
телекоммуникационных систем»  
Специализация «Системы подвижной цифровой защищенной связи»

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ОБНАРУЖЕНИЕ И ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ С  
МНОГОЭЛЕМЕНТНЫМИ АНТЕННЫМИ РЕШЕТКАМИ

«К защите допущен»:

Зав. кафедрой статистической  
радиофизики и мобильных  
систем связи,  
профессор, д.ф.–м.н.

 Мальцев А.А.

Научный руководитель,  
доцент, к.ф.–м.н.

 Болховская О.В.

Рецензент,  
доцент, к.ф.–м.н.

 Грязнова И.Ю.

Консультант по технике безопасности,  
доцент, к.ф.–м.н.

 Клемина А.В.

Студент 6-го курса

 Безруков А.М.

Нижний Новгород  
2022 год

## Содержание

Обозначения и сокращения .....	3
Введение .....	4
Глава 1. Обнаружение сигналов с неизвестной структурой .....	5
1.1 Обобщенное отношение правдоподобия .....	5
1.2 Корреляционная матрица .....	6
1.3 Решающие статистики .....	8
1.4 Нахождение порога для решающих статистик .....	8
1.5 Схема обнаружения сигнала с неизвестной структурой .....	9
Глава 2. Обнаружение сигналов первичной синхронизации системы связи 5G NR .	10
2.1 Сигналы, нумерология и структура кадра в системе связи 5G NR .....	10
2.2 Сигналы синхронизации в системе связи 5G NR .....	12
2.3 Генерация сигналов первичной синхронизации .....	14
2.4 Обнаружение сигналов первичной синхронизации .....	15
2.5 Схемы обнаружения и различения сигналов первичной синхронизации .....	16
Глава 3. Модели каналов связи .....	18
3.1 Гауссовский шумовой канал .....	18
3.2 Рэлеевский канал .....	19
3.3 Райсовский канал .....	22
Глава 4. Результаты компьютерного моделирования .....	24
4.1 Кривые обнаружения сигнала с неизвестной структурой .....	25
4.2 Кривые обнаружения детерминированного сигнала .....	33
Заключение .....	39
Приложение .....	40
1 Прием сигналов на AP .....	40
2 Решающие статистики и сравнение с порогом .....	41
3 Расчет порога .....	42
Техника безопасности .....	43
Ссылки .....	45

## **Обозначения и сокращения**

AGM – arithmetic to geometric mean

AM – arithmetic mean

AWGN – additive white Gaussian noise

BPSK – binary phase-shift keying

BWP – bandwidth part

$CN(0, \sigma^2)$  – комплексная гауссовская случайная величина, со средним 0 и дисперсией  $\sigma^2$

CP – cyclic prefix

DL – downlink

FR – frequency range

GLR – generalized likelihood ratio

GLRT – generalized likelihood ratio test

GM – geometric mean

GSCN – global synchronization channel number

LR – likelihood-ratio

LTE – long-term evolution

MD – miss detection

$N(0, \sigma^2)$  – гауссовская случайная величина, со средним 0 и дисперсией  $\sigma^2$

NR – new radio

OFDM – orthogonal frequency-division multiplexing

PBCH – physical broadcast channel

PCI – physical cell identifier

PSS – primary synchronization signal

QPSK – quadrature phase-shift keying

RB – resource block

RD – right detection

RE – resource element

SCS – subcarrier spacing

SS – synchronization signals

SSB – synchronization signal block

SSS – secondary synchronization signal

UE – user equipment

AP – антенная решетка

КМ – корреляционная матрица

ОСИ – отношение сигнал шум

СФ – согласованный фильтр

## Введение

Способность обнаружения сигналов на фоне шума является одним из важных показателей телекоммуникационных систем. Исследования в этом направлении активно ведутся с середины прошлого века и остаются актуальными по сей день. Оптимальность обнаружения зависит от априорно известных данных о сигнале, канале и помехах. На основе этих данных разрабатываются оптимальные, в плане помехоустойчивости, детекторы сигнала, позволяющие повысить энергоэффективность телекоммуникационной системы.

Помехоустойчивость в свою очередь является важным показателем для безопасности системы. Она позволяет системе функционировать под воздействием различных помех. Также слабый сигнал сложнее перехватить, не зная, как правильно его обнаружить.

Целью данной работы является исследование помехоустойчивости схем обнаружения узкополосного сигнала с неизвестной структурой и помехоустойчивости согласованного фильтра при обнаружении детерминированного узкополосного сигнала. Основные задачи, которые необходимо решить для выполнения поставленной цели:

1. Принятие с помощью линейной эквидистантной антенной решетки сигнала, прошедшего через различные каналы связи.
2. Вычисление для принятого сигнала решающей статистики, с помощью различных схем.
3. Сравнение решающей статистики с экспериментально рассчитанным порогом и принятие решения о наличии либо отсутствии полезного сигнала.
4. Построение на основе результатов компьютерного моделирования кривых обнаружения для различных каналов и решающей статистик.
5. Анализ результатов.

В Главе 1 речь пойдет об обнаружении сигнала с неизвестной структурой. В Главе 2 будет рассмотрено обнаружение сигналов синхронизации системы мобильной сотовой связи 5G, также известной как New Radio (NR). В Главе 3 будут рассмотрены различные каналы связи. В Главе 4 будут приведены результаты компьютерного моделирования и выводы.

# Глава 1. Обнаружение сигналов с неизвестной структурой

## 1.1 Обобщенное отношение правдоподобия

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала с неизвестной структурой с помощью антенной решетки (АР) на фоне гауссовского шума. Задача обнаружения может быть сформулирована как выбор одной из двух гипотез:

$$H_0: \mathbf{x}[n] = \boldsymbol{\omega}[n], \quad (1.1)$$

$$H_1: \mathbf{x}[n] = \mathbf{s}[n] + \boldsymbol{\omega}[n], \quad (1.2)$$

где  $n=0,1,\dots,N$ ,  $\mathbf{x}[n] = [x_1[n] x_2[n] \dots x_M[n]]^T$  – вектор отсчетов наблюдаемых сигналов размерности  $M$ ,  $\mathbf{s}[n]$  – вектор полезных сигналов размерности  $M$ , принимаемых на АР от внешнего источника сигнала, а  $\boldsymbol{\omega}[n]$  – вектор собственных шумов АР  $\boldsymbol{\omega}[n] \sim \text{CN}(0, \sigma^2)$  размерности  $M$ , где все выборки некоррелированные и, так как шум гауссовский, независимы.  $N$  – объем выборки.  $M$  – число элементов АР.

В случае простых гипотез [1], когда  $n$ -мерные плотности вероятностей наблюдаемых сигналов  $\mathbf{x}[n]$  полностью известны, оптимальное решение задачи обнаружения сигнала (то есть принятия гипотезы  $H_0$  или  $H_1$ ) основывается на вычислении отношения правдоподобия (LR) и сравнении его с некоторым пороговым значением:

$$\Lambda(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N]) = \frac{W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_1)}{W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_0)} \underset{h_0}{\overset{h_1}{>}} \Lambda_{th}, \quad (1.3)$$

где  $W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_1)$  и  $W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_0)$  – функции правдоподобия при гипотезах  $H_0$  и  $H_1$  соответственно,  $h_1$  и  $h_0$  – решения о наличии или отсутствии сигнала, вычисляемые для наблюдаемых сигналов, а  $\Lambda_{th}$  – пороговое значение.

В случае проверки сложных гипотез функции правдоподобия зависят от некоторых априори неизвестных параметров (возможно векторных), и для решения задачи обнаружения обычно применяется обобщенное отношение правдоподобия (GLR) [2], использующее GLRT решающую статистику:

$$\Lambda(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N]) = \frac{\max_{\mathbf{p}_1} W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_1, \mathbf{p}_1)}{\max_{\mathbf{p}_0} W(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N] | H_0, \mathbf{p}_0)} \underset{h_0}{\overset{h_1}{>}} \Lambda_{th}, \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{p}_1$  – неизвестные параметры при соответствующих гипотезах. Вместо неизвестных параметров в отношение правдоподобия подставляют их оценки, максимизирующие значения функции правдоподобия для наблюдаемых сигналов.  $\Lambda(\mathbf{x}[1], \mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{x}[N])$  в (1.3) и (1.4) – является решающей статистикой.

## 1.2 Корреляционная матрица

В зависимости от количества априорной информации, определяющей векторы  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{p}_1$ , (1.4) может принимать разный вид. Рассмотренные далее решающие статистики связаны с собственными числами выборочной корреляционной матрицы (КМ)  $\hat{\mathbf{R}}$ .

Пусть, вектор собственного шума  $\boldsymbol{\omega}[n]$  и вектор сигналов  $\mathbf{s}[n]$  являются независимыми друг от друга комплексными гауссовскими многомерными сигналами с нулевым средним [3]. Выборочная корреляционная матрица при этом имеет вид:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^H[n]. \quad (1.5)$$

Выборочная КМ обладает следующими основными свойствами:

1. Она является эрмитовой и состоятельной, так что  $\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}$ .
2. При  $N \geq M$  матрица имеет  $M$  положительных случайных собственных чисел.
3. При  $N < M$  матрица имеет  $N$  положительных случайных собственных чисел, неравных нулю, и  $M-N$  нулевых собственных чисел. В этом случае матрица является вырожденной и не имеет обратной матрицы.

Матрица  $\hat{\mathbf{R}}$  является симметричной. Тогда для нахождения ее собственных чисел можно воспользоваться следующим разложением [4]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{U}^H, \quad (1.6)$$

где  $\mathbf{D}$  – диагональная матрица собственных чисел размерности  $M \times M$ . Причем  $\hat{\lambda}_1$  – максимальное собственное число,  $\hat{\lambda}_M$  – минимальное.

Будем считать, что КМ вектора собственного шума представима в виде:

$$\hat{\mathbf{R}}_0 = \langle \boldsymbol{\omega}[n] \boldsymbol{\omega}^H[n] \rangle = \sigma^2 \mathbf{E}, \quad (1.7)$$

На основе этого рассмотрим два случая представления корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ :

1) Шум независимый, однородный и с неизвестной мощностью, а сигнал все то, что отличается от шума.

В этом случае КМ вектора  $\mathbf{x}[n]$  (1.5) с учетом (1.7) записывается в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{R}} \neq \hat{\mathbf{R}}_0. \quad (1.8)$$

2) Шум независимый, однородный и с известной мощностью, а сигнал когерентный с неизвестным априори волновым фронтом.

Полезный сигнал, принимаемый элементами АР:

$$\mathbf{s}[n] = a[n] \mathbf{S}, \quad (1.9)$$

где  $\mathbf{S}$  – вектор описывающий, описывающий волновой фронт полезного сигнала (вектор-фазор),  $a[n]$  – комплексный гауссовский сигнал с нулевым средним и неизвестной мощностью:

$$v = \langle |a^2[n]| \rangle. \quad (1.10)$$

Без потери общности будем считать, что вектор  $\mathbf{S}$  подчиняется следующей нормировке:

$$|\mathbf{S}|^2 = \mathbf{S}^H \mathbf{S} = M, \quad (1.11)$$

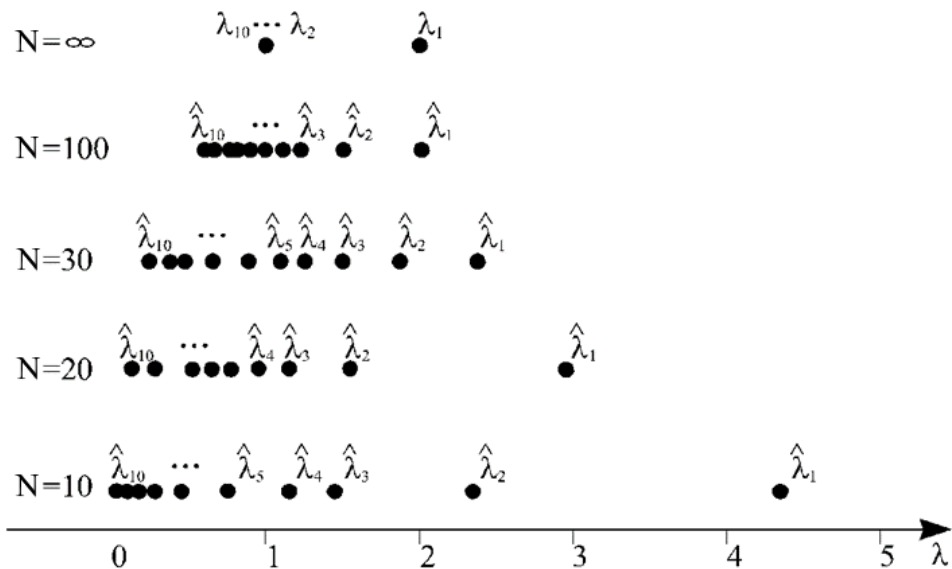
При такой нормировке  $v$  – некоторая усредненная мощность полезного сигнала на элементах АР.

В этом случае КМ вектора  $\mathbf{x}[n]$  (1.5) с учетом (1.7) (где считаем  $\sigma^2 = 1$ ), (1.10) и (1.11) записывается в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{E} + v\mathbf{S}\mathbf{S}^H. \quad (1.12)$$

Вектор-фазор  $\mathbf{S}$  и мощность сигнала  $v$  – неизвестны.

Рассмотрим теперь собственные числа выборочной корреляционной матрицы (1.12). При конечном числе выборок  $N$  наблюдается разброс собственных чисел (Рис.1). При  $N \rightarrow \infty$  шумовые собственные числа стремятся к 1. Максимальное собственное число  $\hat{\lambda}_1$  при этом отвечает за сигнал в случае приема одного полезного сигнала. В случае  $J$  ( $J < N$ ) сигналов, приходящих на приемник в один момент времени, будет  $J$  первых максимальных собственных чисел, отвечающих за эти сигналы [5].



**Рис.1 Разброс собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при различном числе выборок шума**

### 1.3 Решающие статистики

#### 1) AGM детектор

В случае, когда все шумы на элементах антенны независимы, однородны и с неизвестной мощностью, а сигнал все то, что отличается от шума, (1.4) приводится к виду [6]:

$$T_1 = \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\lambda}_m}{(\prod_{m=1}^M \hat{\lambda}_m)^{1/M}} = \frac{\frac{1}{M} \text{sp}(\hat{\mathbf{R}})}{|\hat{\mathbf{R}}|^{1/M}} \underset{h_0}{\overset{h_1}{>}} T_{\text{th1}}. \quad (1.13)$$

То есть, детектор вычисляет отношение арифметического среднего (AM) к геометрическому среднему (GM) собственных чисел матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ . AGM можно использовать как меру разброса набора значений с фиксированной суммой, поскольку:

$$(\prod_{m=1}^M \hat{\lambda}_m)^{1/M} \leq \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\lambda}_m, \quad (1.14)$$

с равенством тогда и только тогда, когда все значения  $\hat{\lambda}_m$  равны. Чем более неравные значения  $\hat{\lambda}_m$ , тем больше разброс между GM и AM.

2) Детектор полезного сигнала с детерминированным, но неизвестным волновым фронтом

Если используется дополнительная априорная информация о том, что полезный сигнал является когерентным с неизвестным волновым фронтом, а также известна мощность шума, то (1.4) приводится к виду:

$$T_2 = \hat{\lambda}_1 \underset{h_0}{\overset{h_1}{>}} T_{\text{th2}}. \quad (1.15)$$

То есть решающая статистика – максимальное собственное число [3]. Корреляционная матрица при этом имеет вид (1.12).

### 1.4 Нахождение порога для решающих статистик

Порог в данной работе считается экспериментально (см. Приложение), основываясь на критерии Неймана-Пирсона. Согласно этому критерию, приемник должен максимизировать вероятность правильного обнаружения  $P_{\text{rd}}$  при заданной вероятности ложной тревоги  $P_{\text{fa}}$  [7].

Чтобы вычислить порог по критерию Неймана-Пирсона необходимо знать интегральную функцию распределения решающей статистики  $T$  в случае справедливости гипотезы  $H_0$ , то есть при отсутствии сигнала:

$$F_{T,H_0}(T) = P(T' \leq T | H_0), \quad (1.16)$$

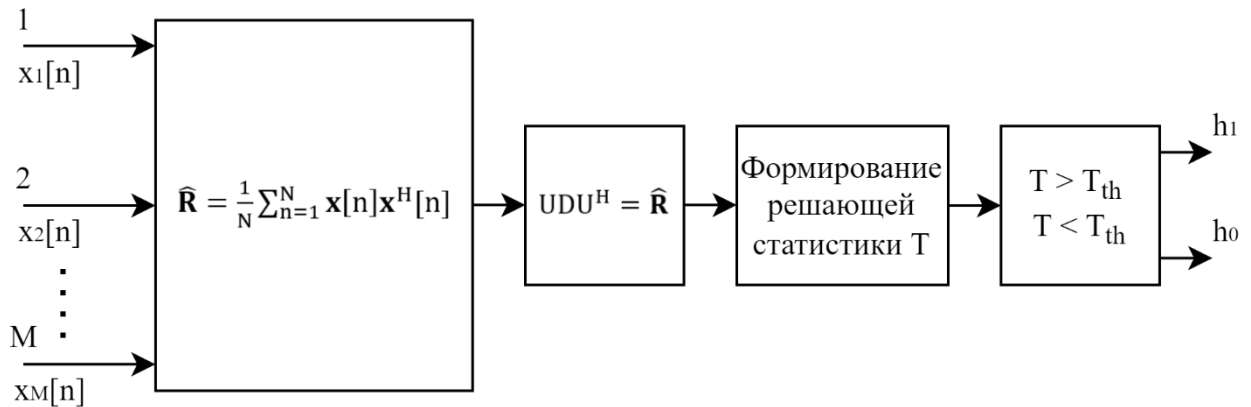


откуда можно вычислить порог задав  $P_{fa}$ .

$$1 - P_{fa} = F_{T,H_0}(T_{th}). \quad (1.17)$$

### 1.5 Схема обнаружения сигнала с неизвестной структурой

В конце Главы 1 приведем итоговую схему обнаружения узкополосного сигнала с неизвестной структурой (Рис.2).



**Рис.2 Схема обнаружения сигнала с неизвестной структурой**

Здесь на АР поступает сигнал  $\mathbf{x}[n]$ . Далее по полученным отсчетам считается выборочная КМ  $\hat{\mathbf{R}}$  и вычисляются собственные числа КМ, путем разложения (1.6). На основе собственных чисел формируется решающая статистика  $T$ , в зависимости от априори известной информации: (1.13) или (1.15). Наконец статистика  $T$  сравнивается с порогом  $T_{th}$ , найденным по критерию Неймана-Пирсона, и принимается решение о наличии  $h_1$  или отсутствии  $h_0$  сигнала.

## **Глава 2. Обнаружение сигналов первичной синхронизации системы связи 5G NR**

В реальных системах связи для синхронизации обычно используют специальные детерминированные сигналы, вместо сигналов с неизвестной структурой. Поэтому мы рассмотрим обнаружение таких сигналов в этой главе. В связи с распространением в данный момент системы мобильной сотовой связи 5G NR, возьмем в качестве детерминированных сигналов сигналы первичной синхронизации (PSS) из 5G NR. Для лучшего понимания процедуры генерации PSS введем некоторую дополнительную информацию о сигналах, нумерологии и структуре кадра в 5G NR, а так о блоке сигнала синхронизации (SSB), внутри которого и передается PSS.

### **2.1 Сигналы, нумерология и структура кадра в системе связи 5G NR**

5G NR использует OFDM сигналы с циклическим префиксом (CP-OFDM) и поддерживает работу в диапазоне от менее чем 1 ГГц (дециметровый диапазон) до миллиметрового диапазона волн [8]. В Release 15 определены два частотных диапазона (FR):

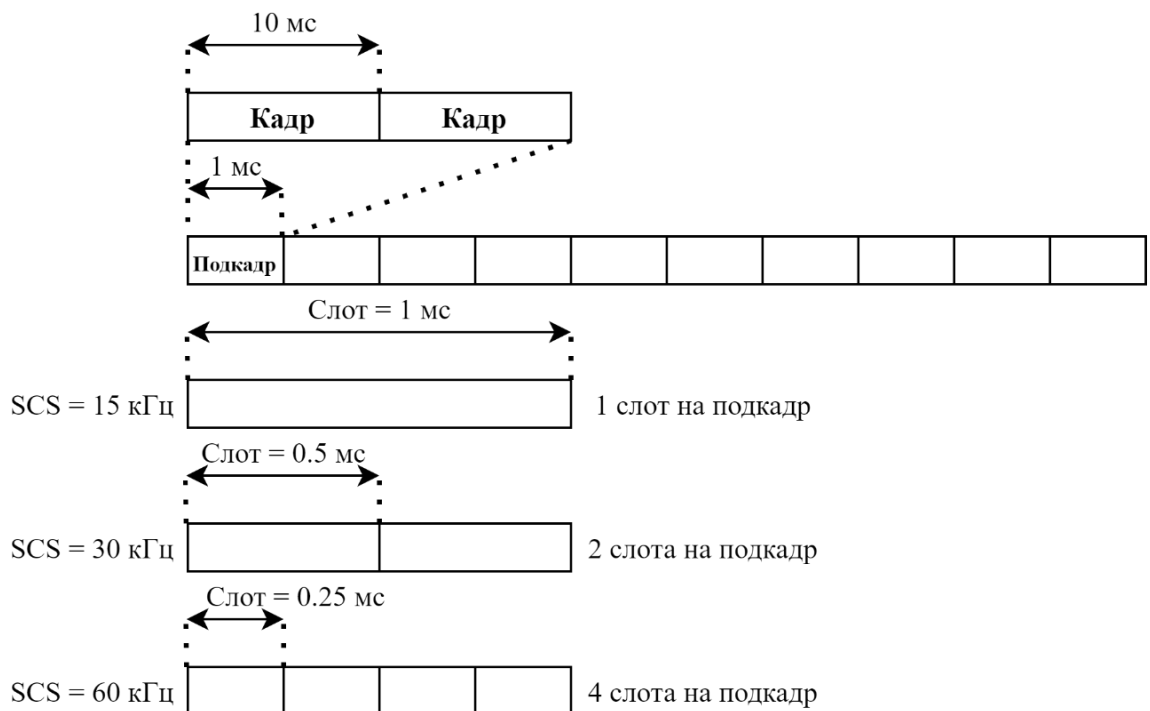
- FR1: 450 МГц – 6 ГГц;
- FR2: 24,25 – 52,6 ГГц.

Расстояние между поднесущими (SCS) в 5G может масштабироваться от базового в LTE – 15 кГц:

$$2^{\mu} * 15 \text{ кГц} (\mu = 0, 1, \dots, 4). \quad (2.1)$$

Масштабируемая нумерология позволяет 5G поддерживать такой широкий диапазон частот. На несущих частотах ниже 6 ГГц подходят SCS 15 кГц и 30 кГц. На более высоких несущих частотах фазовый шум оказывает все большее влияние, и в FR2 поддерживается SCS 60 кГц и 120 кГц для каналов данных. 240 кГц поддерживается только для блока SS / PBCH (SSB).

Структура кадра в 5G представлена на Рис.3. Каждый кадр имеет продолжительность 10 мс и состоит из 10 подкадров. Каждый подкадр содержит  $2^{\mu}$  слотов. Каждый слот содержит 14 OFDM символов.



**Рис.3 Структура кадра в системе связи 5G NR**

Между символами добавляется циклический префикс (CP), для предотвращения межсимвольной интерференции, и его длина зависит от выбранной нумерологии [9]:

$N_{CP} = 144\kappa * 2^{-\mu}$ , для остальных символов OFDM – обычный CP.

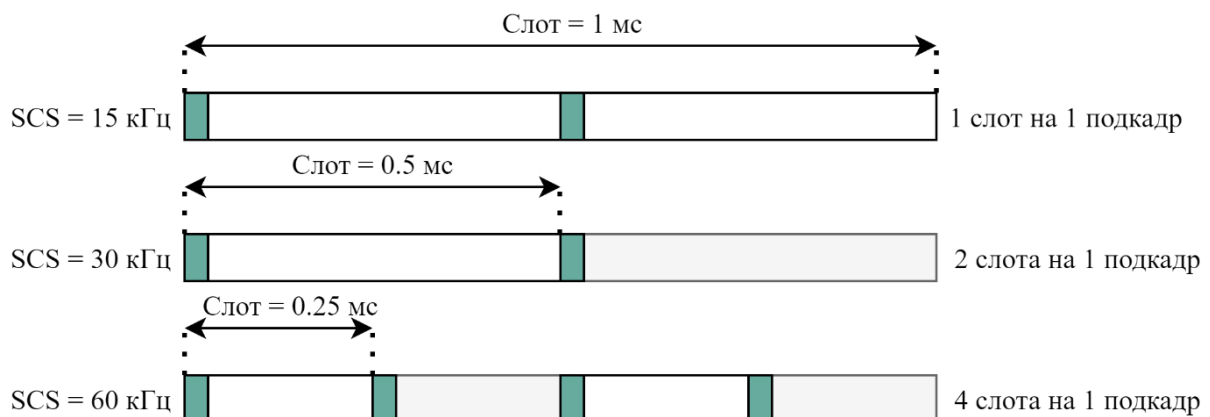
$N_{CP} = 144\kappa * 2^{-\mu} + 16\kappa$ , для символов OFDM: 0 и  $7 * 2^{\mu}$  – длинный CP.

$N_u = 2048\kappa * 2^{-\mu}$  – длина символа OFDM.

$$\kappa = T_s/T_c = 64, \quad (2.2)$$

где  $T_s$  – базовая единица времени в LTE.  $T_c$  – базовая единица времени в NR. Длинный CP нужен для выравнивания длительности подкадра до 1 мс (Рис.4):

$$T_{sub} = ((N_u + N_{CP}) * 2^{\mu} * 14 + 16 * 2) * T_s = 1 \text{ мс}. \quad (2.3)$$



**Рис.4 Размещение длинного циклического префикса для SCS 15 и 30 кГц**

Для нумерологии 60 кГц может использоваться расширенный CP:  $N_{CP} = 512k * 2^{-\mu}$ . При этом число OFDM символов в слоте изменится с 14 на 12.

Информация в 5G размещается на частотно-временной сетке. Минимальной физической единицей в 5G является ресурсный элемент (RE), формируемый одной поднесущей на длительности одного OFDM символа. Важной единицей для переноса информации в частотной области является ресурсный блок (RB) – 12 смежных поднесущих. Длительность ресурсного блока не фиксирована, а ширина полосы зависит от нумерологии.

Одним из нововведений 5G является возможность делить канальную полосу на части (BWP), которые представляют набор смежных ресурсных блоков и характеризуются собственным SCS и CP. Это помогает снизить энергопотребление устройства, так как пользовательское оборудование (UE) может адаптировать свою полосу пропускания. В UE может быть сконфигурировано до четырех частей полосы пропускания, но в определенный момент времени только одна часть полосы пропускания активна для каждого направления передачи.

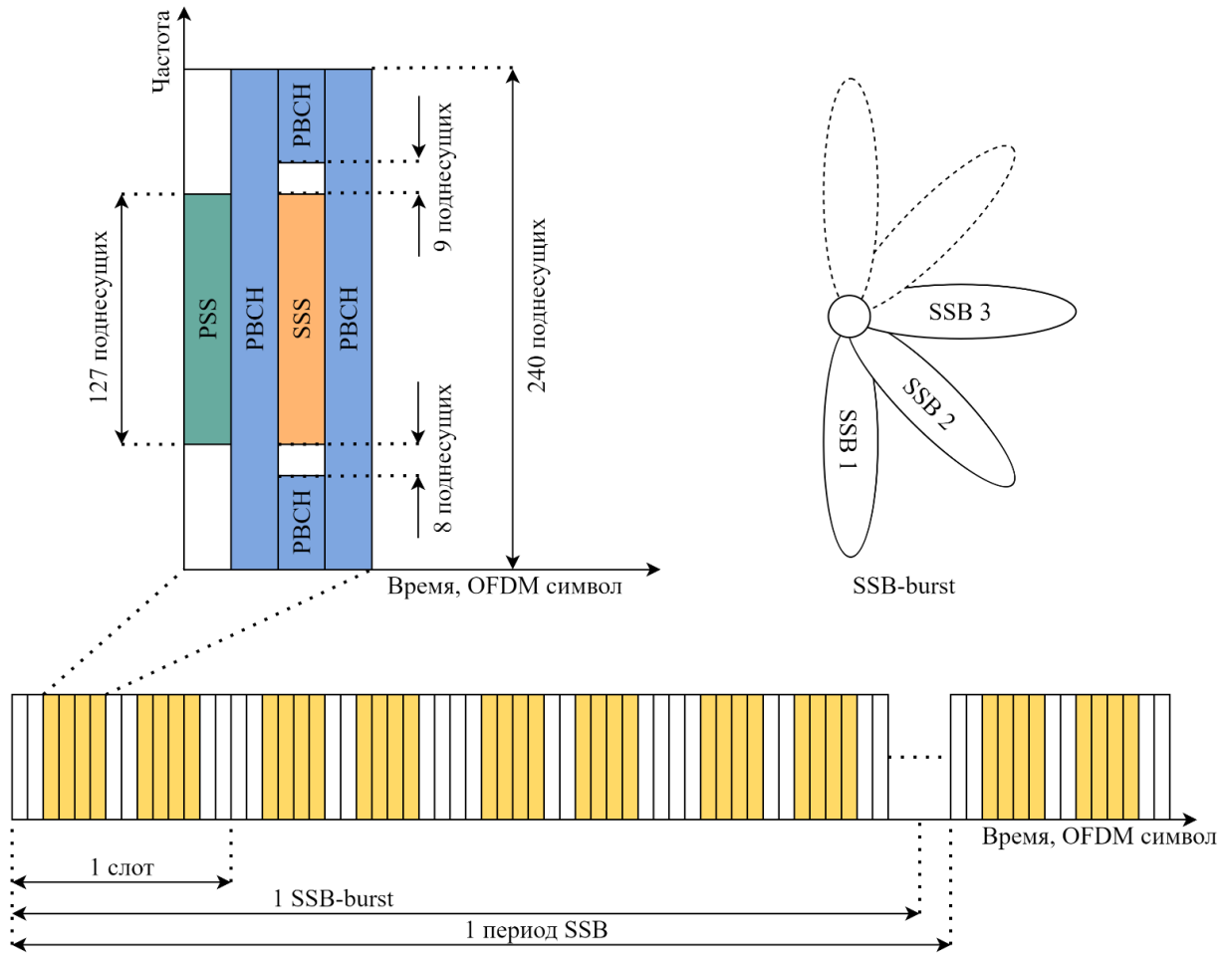
## **2.2 Сигналы синхронизации в системе связи 5G NR**

Блок сигнала синхронизации (SSB) – требуется для первичной синхронизации пользователя с сотой и представляет собой комбинацию SS и PBCH, периодически передаваемых по нисходящей линии связи (DL) из каждой соты 5G [8] [10].

SS – сигналы первичной (PSS) и вторичной (SSS) синхронизации. В PSS используется модулированная BPSK m-последовательность длиной 127. NR SSS генерируется с использованием модулированной BPSK последовательности Голда длиной 127. При обнаружении SS, UE может получить идентификатор физической соты и обеспечить синхронизацию с сотой во временной и частотной области.

PBCH – физический широковещательный канал, который несет основную системную информацию. Модулируется QPSK.

SS блок отображается на 4 символа OFDM во временной области и 240 смежных поднесущих (или 20 RB) в частотной области, как показано на Рис.5.



**Рис.5 Структура блока сигналов синхронизации SSB**

Положение SS блока в частотной области определяется глобальным номером канала синхронизации (GSCN). GSCN указываются в растре синхронизации [11]. Положение во временной области является фиксированным и периодическим и определяется в зависимости от выбранной нумерологии [12].

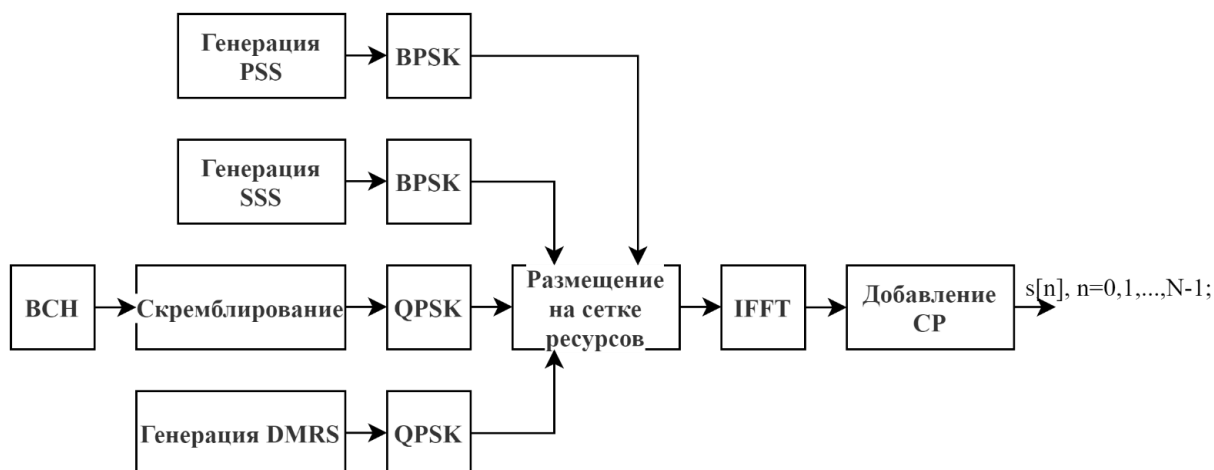
Также SS блок можно передавать в разных лучах с использованием временного мультиплексирования (Рис.5). Набор SS блоков в пределах развертки луча называется SSB-burst. Периодичность передачи SSB-burst является гибкой с периодом от 5 мс до 160 мс, но каждый SSB-burst всегда ограничен интервалом в 5 мс.

Как было сказано выше для SS блок содержит информацию о идентификаторе соты. Для каждой соты задан идентификатор  $N_{ID}^{cell}$  (PCI) [9]. Он складывается из двух частей  $N_{ID}^{(2)}$ ,  $N_{ID}^{(1)}$  получаемых из PSS и SSS сигнала соответственно и дает 1008 возможных идентификаторов физических сот:

$$N_{ID}^{cell} = 3 * N_{ID}^{(1)} + N_{ID}^{(2)}, \quad (2.4)$$

где  $N_{ID}^{(1)} \in \{0, 1, \dots, 335\}$ ,  $N_{ID}^{(2)} \in \{0, 1, 2\}$ .

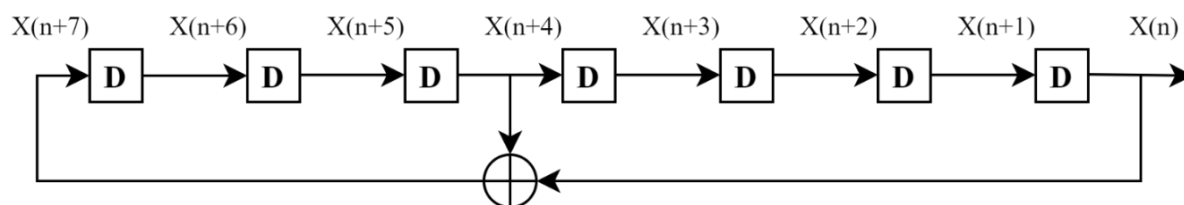
На Рис.6 приведена блок схема формирования SSB блока.



**Рис.6 Блок схема формирования блока сигналов синхронизации SSB**

### 2.3 Генерация сигналов первичной синхронизации

Для обнаружения SS блока и его синхронизации используется последовательность PSS. В частотной области PSS представляет собой одну из 3-х последовательностей длины 127. Базовая m-последовательность  $X(n)$  генерируется схемой на Рис.7.



Инициализирующая последовательность:

$$[X(6) X(5) X(4) X(3) X(2) X(1) X(0)] = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$$

**Рис.7 Схема генерации m-последовательности**

Идентификатор соты  $N_{ID}^{(2)} = 0, 1$  или  $2$ , определяет циклический сдвиг для последовательности  $X(n)$ , чтобы получить три PSS последовательности:

$$X_i(n) = X((n + i * 43) \bmod 127), \text{ где } i = N_{ID}^{(2)}. \quad (2.5)$$

Далее последовательности модулируются BPSK:

$$D_{PSS}(n) = 1 - 2 * X_i(n), \text{ где } i = N_{ID}^{(2)}. \quad (2.6)$$

Итоговая последовательность размещается в центре SS блока шириной 240 поднесущих. Перед переходом во временную область 240 поднесущих SS блока дополняются защитным интервалом по 8 поднесущих с каждой стороны. Далее

берется обратное быстрое преобразование Фурье от получившихся 256 поднесущих. В силу свойства преобразования Фурье, при действительном спектре PSS будет симметричен во временной области.

## 2.4 Обнаружение сигналов первичной синхронизации

Рассмотрим задачу обнаружения и различения PSS сигнала с помощью антенной решетки на фоне гауссовского шума. В данном случае, в отличие от (1.1), (1.2), имеется 4 гипотезы  $H_0, H_1, H_2, H_3$ . Гипотеза  $H_0$  – полезный сигнал отсутствует.  $H_1, H_2, H_3$  – присутствует PSS,  $N_{ID}^{(2)} = 0, 1, 2$  соответственно. Тогда задача обнаружения и различения может быть сформулирована как выбор одной из четырех гипотез:

$$H_0: \mathbf{x}[n] = \boldsymbol{\omega}[n], \quad (2.7)$$

$$H_1: \mathbf{x}[n] = \mathbf{s}_1[n] + \boldsymbol{\omega}[n], \quad (2.8)$$

$$H_2: \mathbf{x}[n] = \mathbf{s}_2[n] + \boldsymbol{\omega}[n], \quad (2.9)$$

$$H_3: \mathbf{x}[n] = \mathbf{s}_3[n] + \boldsymbol{\omega}[n], \quad (2.10)$$

где  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $\mathbf{x}[n] = [x_1[n] x_2[n] \dots x_M[n]]^T$  – вектор отсчетов наблюдаемых сигналов размерности  $M$ ,  $\mathbf{s}_i[n]$  – векторы PSS сигналов размерности  $M$ , принимаемых на АР от внешнего источника сигнала, а  $\boldsymbol{\omega}[n]$  – вектор собственных шумов АР  $\boldsymbol{\omega}[n] \sim \text{CN}(0, \sigma^2)$  размерности  $M$ , где все выборки некоррелированные и независимы.  $N$  – объем выборки.  $M$  – число элементов АР.

Для обнаружения одной из 3-х PSS необходимо 3 приемника. Так как  $n$ -мерные плотности вероятностей наблюдаемых сигналов  $\mathbf{x}[n]$  известны, то используется необобщенное отношение правдоподобия LR (1.3), которое приводится к выходному сигналу согласованного фильтра (СФ) в момент времени  $N$  [13]. В силу того, что фаза сигналов на приемнике неизвестна, реализуются некогерентные приемники. А так как сигналы комплексные, то берется модуль.

$$y_{im}[k] = \sum_{n=1}^k x_m[n] h_{im}^*[k-n], \quad (2.11)$$

$$h_{im}[k] = s_{im}[N-k].$$

Из чего следует:

$$T_{im} = |(y_{im}[N])|^2 = |(\sum_{n=1}^N x_m[n] s_{im}^*[n])|^2, \quad (2.12)$$

$$T_i = \sum_{m=1}^M T_{im}, \quad (2.13)$$

где  $i = 1, 2, 3$  – номер приемника,  $y_{im}$  – выходной сигнал СФ для  $i$ -ого приемника, с  $m$ -ой антенны (2.11);  $T_{im}$  – решающая статистика для  $i$ -ого приемника, с  $m$ -ой антенны (2.12);  $T_i$  – решающая статистика для  $i$ -ого приемника (2.13).

Для обнаружения наличия любого сигнала будем применять критерий Неймана-Пирсона. Учитывая наличие 3-х приемников, вероятность ложной тревоги  $P_{fa}$  будет определяться как:

$$P_{fa} = 1 - (1 - P_{fai})^3, \quad (2.14)$$

где  $P_{fai}$  – вероятность ложной тревоги для одного приемника. При этом для вынесения решения  $h_0$ , для всех  $i$  должно выполняться неравенство:

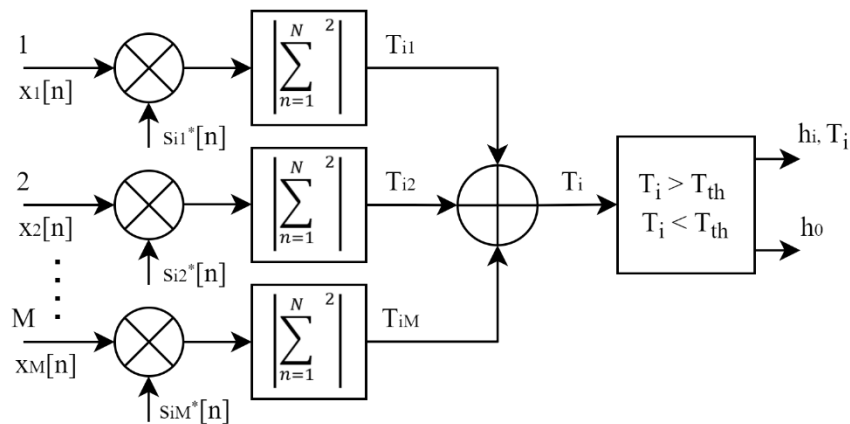
$$T_i < T_{thi}. \quad (2.15)$$

Для различения сигналов будем использовать критерий максимального правдоподобия, где априорные вероятности прихода для различных сигналов равны. В данном случае различение сигнала сводится к выбору максимальной решающей статистики. Для принятия решения  $h_i$ , должно выполняться неравенство:

$$T_i > T_j, \text{ где } i \neq j. \quad (2.16)$$

## 2.5 Схемы обнаружения и различения сигналов первичной синхронизации

Для обнаружения и различения PSS сигнала используется 3 приемника, каждый из которых настроен на прием конкретного PSS. Сначала производится обнаружение сигнала каждым из приемников ( $i = 1, 2, 3$ ) (Рис.8).

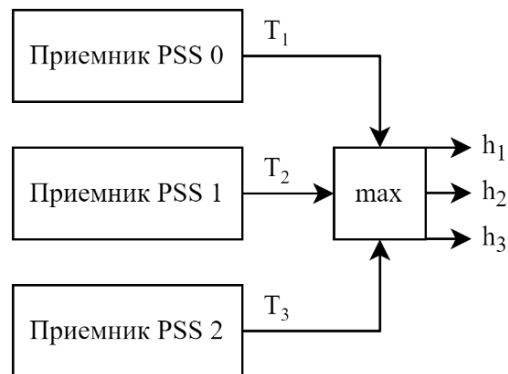


**Рис.8 Схема обнаружения детерминированных сигналов синхронизации на  $i$ -ом приемнике**

Здесь на АР поступает сигнал  $x[n]$  и реализуется некогерентный прием на основе СФ. Далее сигналы с СФ суммируются и формируется решающая статистика  $T_i$ . Наконец статистика  $T_i$  сравнивается с порогом  $T_{th}$ , найденным по критерию Неймана-Пирсона, и принимается решение о наличии  $h_i$  или отсутствии  $h_0$  сигнала на приемнике с индексом  $i$ . Если принято решение о наличии сигнала хотя бы на одном приемнике, то производится различение сигналов.



Для различения сигнала используется схема на Рис.9, где приемники представляют из себя схему с Рис.8.



**Рис.9 Схема различения детерминированных сигналов синхронизации**

Здесь формируемая на каждом приемнике решающая статистика  $T_i$  в случае прохождения порога поступает на вход устройства выбора максимума. Далее принимается решение о наличии конкретного сигнала  $h_1$ ,  $h_2$  или  $h_3$ , на основе максимума статистики.

### Глава 3. Модели каналов связи

Канал связи представляет собой физическую среду, которая используется для передачи сигналов от передатчика к приемнику [14]. Передаваемый сигнал искажается при прохождении через канал. Поэтому характеристики канала оказывают большое влияние на передаваемую информацию.

Одним из эффектов, вызываемых каналом связи, является многолучевое распространение, возникающее в результате прихода на приемник не только прямого луча (иногда его вообще нет), но и одного (нескольких) отраженных или преломленных лучей. Многолучевое распространение является причиной замираний сигнала. Для описания многолучевого распространения используются различные статистические модели канала.

#### 3.1 Гауссовский шумовой канал

Рассмотрим сначала однолучевой канал. В данном случае мы считаем амплитуду канального коэффициента  $h$  равной 1 и замирания в канале отсутствуют [15]. Присутствует только собственный шум.

Передаваемый сигнал  $\mathbf{a}$  представляет из себя либо комплексный гауссовский многомерный сигнал, либо PSS сигнал со средним 0 и дисперсией  $\rho$  (мощность сигнала).

$$\mathbf{a} = [a[1], a[2], \dots, a[N]], \quad (3.1)$$

где  $N$  – длина передаваемой последовательности. AP задается вектором  $\mathbf{h}$ , который задает сдвиг фаз между ее элементами:

$$\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_M], \quad (3.2)$$

где  $M$  – число элементов AP. Элемент вектора при этом задается как:

$$h_m = \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} (m-1)d \sin \varphi + \theta\right). \quad (3.3)$$

$\varphi$  – угол падения;

$d$  – расстояние между антеннами;

$\lambda$  – длина волны;

$\theta$  – случайная фаза.

Собственный шум AP  $\mathbf{W}$  представляем в виде матрицы, размерности  $M \times N$ , комплексных гауссовских случайных величин со средним 0 и дисперсией 1.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \omega_1[1] & \cdots & \omega_1[N] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_M[1] & \cdots & \omega_M[N] \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Сигнал, приходящий на AP:

$$\mathbf{S} = \mathbf{h}^T \mathbf{a} = \begin{bmatrix} s_1[1] & \cdots & s_1[N] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_M[1] & \cdots & s_M[N] \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Добавляя шум получаем итоговый сигнал на приемнике:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S} + \mathbf{W} = \begin{bmatrix} x_1[1] & \cdots & x_1[N] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_M[1] & \cdots & x_M[N] \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

### 3.2 Рэлеевский канал

Теперь рассмотрим случай многолучевого распространения и будем предполагать, что в точку приема поступает большое число переотраженных сигналов с разных направлений, при этом учтем, что максимальная задержка между сигналами много меньше длительности сигнала  $\tau_{\max} \ll T$ . Каждый такой сигнал имеет случайные значения параметров, следовательно принятый сигнал также будет иметь случайные значения параметров. Поэтому его свойства следует рассматривать на основе статистических методов. То есть мы должны знать распределения вероятностей амплитуды и фазы сигнала [14].

Центральная предельная теорема говорит нам, что распределение вероятностей суммы одинаково распределенных, статистически независимых случайных величин должно стремиться к нормальному распределению, когда число слагаемых увеличивается. Тогда влияние канала на сигнал можно учесть с помощью следующего множителя:

$$h = Ae^{i\varphi} = \sum_k (i_k + i * q_k) = I + i * Q, \quad (3.7)$$

где величины  $I$  и  $Q$  (квадратурные компоненты), являющиеся результатом суммирования  $i_k$  и  $q_k$ , являются гауссовскими случайными величинами со средним 0 и дисперсией замираний  $\sigma^2$ :

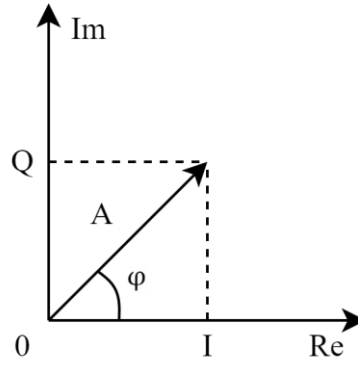
$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{I^2}{2\sigma^2}\right); \quad p(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{Q^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.8)$$

В совпадающие моменты времени величины  $I$  и  $Q$  являются статистически независимыми. Поэтому двумерную функцию плотности вероятности можно записать, как произведение одномерных функций (3.8):

$$p(I, Q) = p(I)p(Q) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{I^2+Q^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.9)$$

Теперь необходимо найти плотности вероятности амплитуды  $A$  и фазы  $\varphi$  принятого сигнала. Амплитуда и фаза связаны с  $I$  и  $Q$  следующим образом (Рис.10):

$$A = \sqrt{I^2 + Q^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{Q}{I}. \quad (3.10)$$



**Рис.10 Связь амплитуды и фазы сигнала с его квадратурами**

Сначала найдем двумерную функцию плотности вероятности  $p(A, \varphi)$  параметров  $A$  и  $\varphi$ .  $p(A, \varphi)$  и  $p(I, Q)$  связаны между собой через якобиан преобразования следующим образом:

$$p(A, \varphi) = p[I(A, \varphi), Q(A, \varphi)] \begin{bmatrix} \partial I / \partial A & \partial I / \partial \varphi \\ \partial Q / \partial A & \partial Q / \partial \varphi \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Причем  $I = A \cos \varphi$ ;  $Q = A \sin \varphi$ . Тогда якобиан равен  $A$ . Отсюда находим  $p(A, \varphi)$  из (3.9) и (3.10):

$$p(A, \varphi) = \frac{A^2}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.12)$$

Для определения одномерной функции плотности вероятности  $p(A)$  необходимо двумерную функцию плотности вероятности (3.12) проинтегрировать по всем возможным значениям фазы  $\varphi$ :

$$p(A) = \int_0^{2\pi} p(A, \varphi) d\varphi = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right); 0 < A < \infty. \quad (3.13)$$

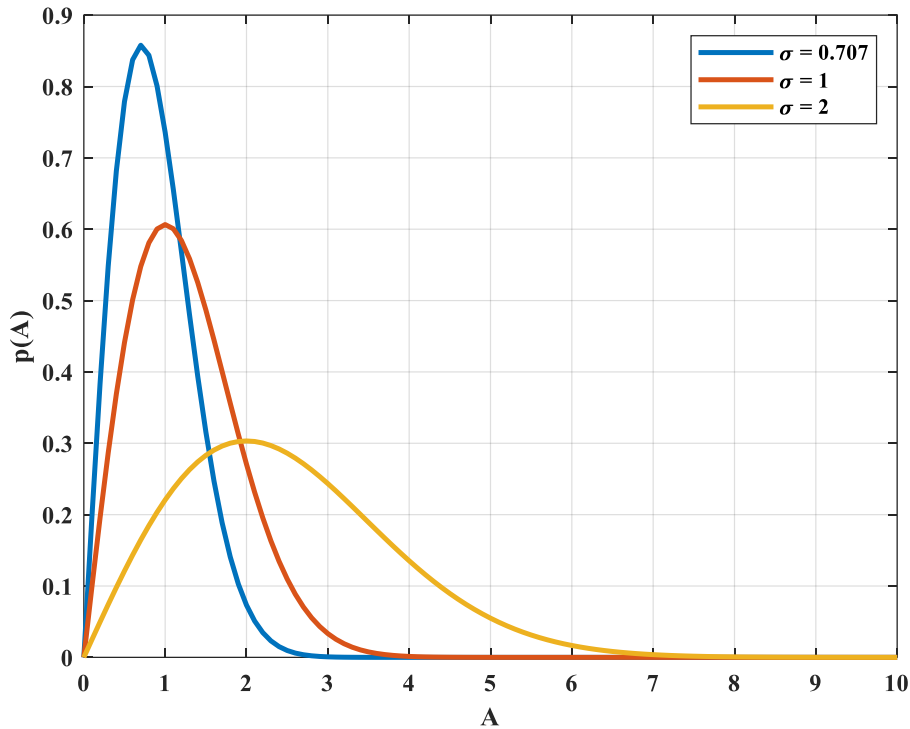
Распределение амплитуды (3.13) называется распределением Рэлея, а канал связи называют рэлеевским каналом. Сигнал в таком канале испытывает замирания, так как его амплитуда может принимать малые значения.

Интегрируя двумерную функцию плотности вероятности (3.12) по всем возможным значениям амплитуды, находим функцию плотности вероятности  $p(\varphi)$  следующим образом:

$$p(\varphi) = \int_0^\infty p(A, \varphi) dA = \frac{1}{2\pi}; 0 < \varphi < 2\pi. \quad (3.14)$$

Отсюда следует, что фаза распределена равномерно в промежутке  $(0, 2\pi)$ . Сопоставляя  $p(A)$  и  $p(\varphi)$  с выражением для  $p(A, \varphi)$ , приходим к выводу, что  $p(A, \varphi) = p(A)p(\varphi)$ . Это значит, что амплитуда и фаза являются независимыми случайными процессами в совпадающие моменты времени.

Рэлеевское распределение амплитуды зависит только от одного параметра  $\sigma$  (Рис.11). Максимум кривой находится в точке  $A=\sigma$ .



**Рис.11 Рэлеевское распределение амплитуды**

Математическое ожидание амплитуды равно:

$$\langle A \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1.2533\sigma. \quad (3.15)$$

Средняя мощность сигнала делится между квадратурными компонентами I и Q поровну и равна:

$$\langle A^2 \rangle = 2\sigma^2. \quad (3.16)$$

Дисперсия амплитуды вычисляется по следующей формуле:

$$\sigma_A^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 = \frac{4-\pi}{2} \sigma^2. \quad (3.17)$$

Медианное значение амплитуды показывает границу, по обе стороны от которой, амплитуда принимает значения с вероятностью 50%:

$$A_m = \sqrt{2\ln 2} \sigma = 1.1774\sigma. \quad (3.18)$$

Интегральная функция распределения имеет следующий вид:

$$F(A) = \int_0^A p(A') dA' = 1 - \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.19)$$

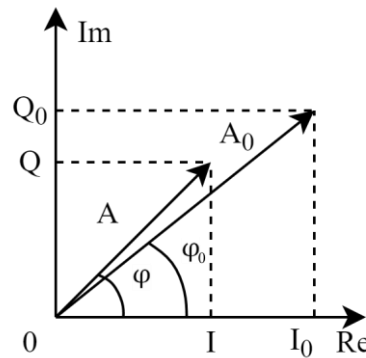
Рэлеевский канал можно сделать, задав канальный коэффициент  $h_m$  как (3.7). При этом положим, что  $\sigma^2 = 1/2$  ( $\sigma \approx 0.707$ ).

$$h_m = I_m + i * Q_m = Ae^{i\varphi}, \quad (3.20)$$

где  $I_m$  и  $Q_m \sim N(0, 1/2)$ . Из написанного ранее видно, что при этом амплитуда  $A$  имеет распределение Рэлея, а фаза распределена равномерно в промежутке  $(0, 2\pi)$ .

### 3.3 Райсовский канал

Если на вход приемной антенны вместе с переотраженными сигналами поступает также прямой сигнал, то характер замирания сигнала меняется. В этом случае прямой сигнал считается детерминированным, а результирующий сигнал представляет собой сумму детерминированного и случайного рэлеевского сигналов (Рис.12) [14].



**Рис.12 Геометрическая интерпретация суммы детерминированного и случайного сигналов**

Амплитуда и фаза для детерминированного сигнала обозначены как  $A_0$  и  $\phi_0$ , а для суммарного сигнала как  $A$  и  $\phi$ . Тогда одномерные функции распределения вероятностей квадратурных компонент имеют вид:

$$p(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(I-I_0)^2}{2\sigma^2}\right); \quad p(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Q-Q_0)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.21)$$

Двумерную функцию распределения вероятностей  $p(A, \phi)$  получим аналогично (3.12), сделав замену:  $I = A\cos\phi$ ;  $Q = A\sin\phi$  и учитывая якобиан преобразования (3.11). В результате получим, что:

$$p(A, \phi) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(A\cos\phi - I_0)^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{(A\sin\phi - Q_0)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.22)$$

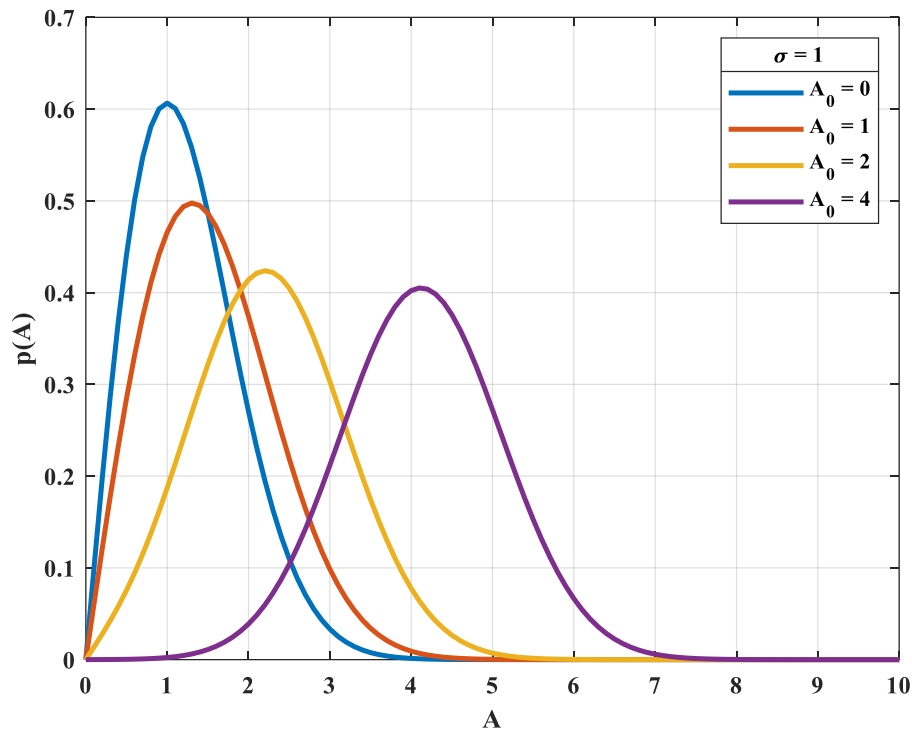
Для определения одномерной функции плотности вероятности  $p(A)$  необходимо двумерную функцию плотности вероятности (3.22) проинтегрировать по всем возможным значениям фазы  $\phi$ :

$$p(A) = \int_0^{2\pi} p(A, \phi) d\phi = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + A_0^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AA_0}{\sigma^2}\right); \quad A > 0, \quad (3.23)$$

где  $I_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента и  $A_0^2 = I_0^2 + Q_0^2$ .

Распределение амплитуды (3.23) называется распределением Райса, а канал связи называют райсовским каналом. Видно, что при  $A_0=0$  имеем рэлеевский закон

распределения (3.13) и канал становится рэлеевским. А при  $A_0 \gg A$  имеем распределение стремится к нормальному, а канал к гауссовскому шумовому.



**Рис.13 Райсовское распределение амплитуды**

Распределение Райса определяется двумя параметрами: дисперсией замираний  $\sigma^2$  и детерминированной составляющей  $A_0$  (Рис.13).

Канальный коэффициент (3.3) для райсовского канала можно представить как сумму статической и рэлеевской составляющих [15]:

$$h_m = \sqrt{\frac{K}{K+1}} h_m^{st} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} h_m^{rl} = A e^{i\varphi}, \quad (3.24)$$

где  $h_m^{st} = 1$ , а  $h_m^{rl}$  из (3.20). А  $K$  – это  $K$ -фактор равный отношению статической и рэлеевской составляющих мощности сигнала:

$$K = \frac{A_0^2}{A^2}. \quad (3.25)$$

При этом амплитуда  $A[n]$  имеет распределение Райса.

## Глава 4. Результаты компьютерного моделирования

Практическая часть данной работы выполнялась в среде MATLAB, где была создана модель, соответствующая нашей задаче. Блок схемы обработки изображены на Рис.2 для сигналов с неизвестной структурой и Рис.8, Рис.9 для детерминированных сигналов. Основные этапы построения данной модели приведены ниже:

1. Сначала моделируется сигнал, который представляет из себя вектор из  $N = 256$  отсчетов. Сами отсчеты являются либо случайными комплексно гауссовскими величинами  $\sim CN(0, \sigma^2)$ , либо PSS сигналом ( $N_{ID}^{(2)} = 0$ ), формирование которого описано в разделе 2.3. Мощность сигнала задается в зависимости от ОСШ.

2. Далее сигнал проходит через различные каналы связи и принимается с помощью линейной эквидистантной антенной решетки (3.5). Канал связи задается дополнительным множителем (3.3), (3.20), (3.24). Угол прихода сигнала на АР задается случайно в интервале от  $-60^\circ$  до  $60^\circ$ . Фронт волны плоский.

3. На принятый АР сигнал накладывается аддитивный белый гауссовский шум (3.4), (3.6). Выборки шума некоррелированные и независимы. Мощность шума нормирована и ОСШ по сути – мощность сигнала.

4. Для полученного сигнала вычисляется решающая статистика. В случае сигнала с неизвестной структурой используются статистики из раздела 1.3. Если сигнал детерминированный, то используется СФ как описано в разделе 2.4.

5. Решающая статистика сравнивается с экспериментально рассчитанным порогом. В случае сигнала с неизвестной структурой принимается решение о наличии либо отсутствии сигнала (раздел 1.4). В случае детерминированного сигнала также выполняется также различение сигнала (раздел 2.4).

6. Проводится  $10^4$  тестов (выполнение шагов 1-5) для каждого из заданных значений ОСШ. И на основе полученных результатов строятся кривые обнаружения.



#### 4.1 Кривые обнаружения сигнала с неизвестной структурой

Кривые обнаружения для AGM и MAX- $\lambda$  статистик. При этом: вероятность ложной тревоги  $P_{fa} = 0.0001$ ; число элементов AP – 4, 8; длина сигнала – 256 отсчетов; число тестов  $10^4$ .

##### 1) AGM детектор

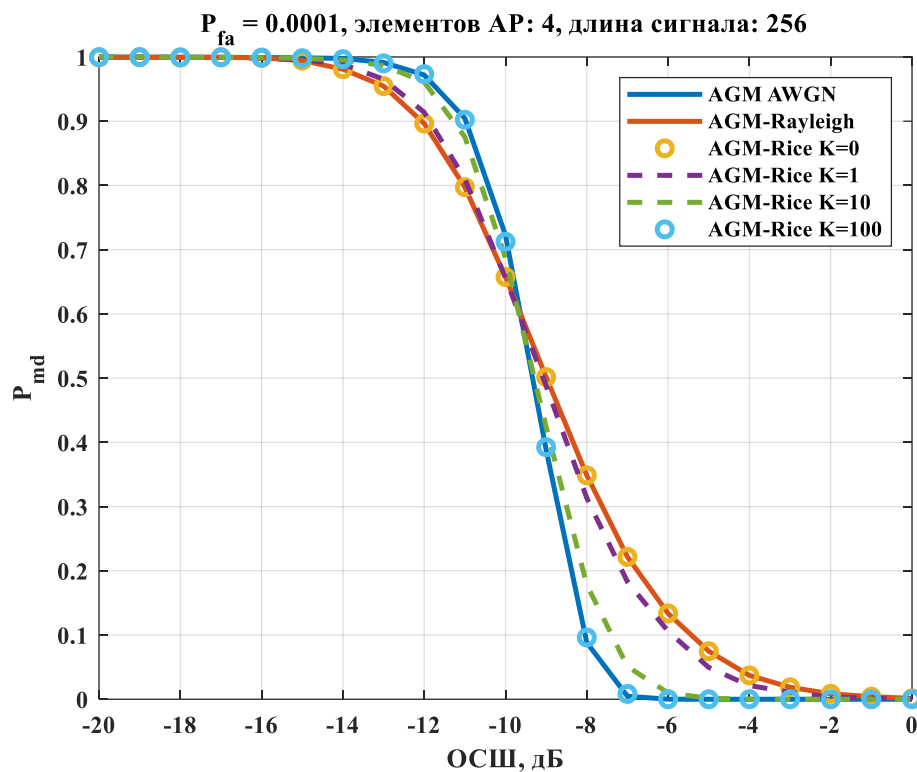
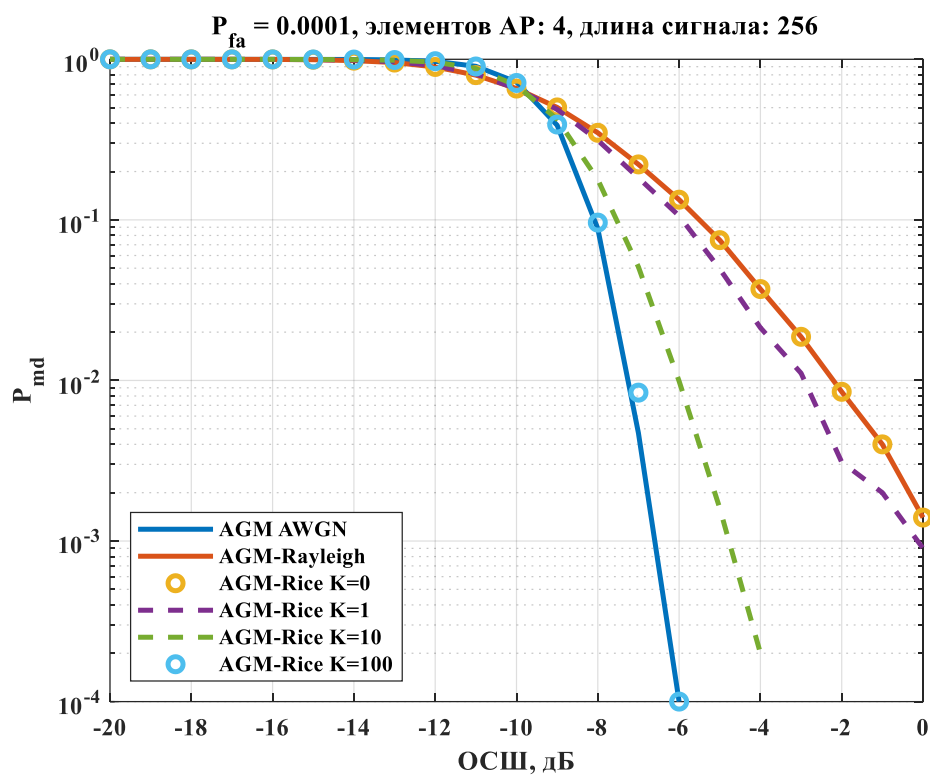
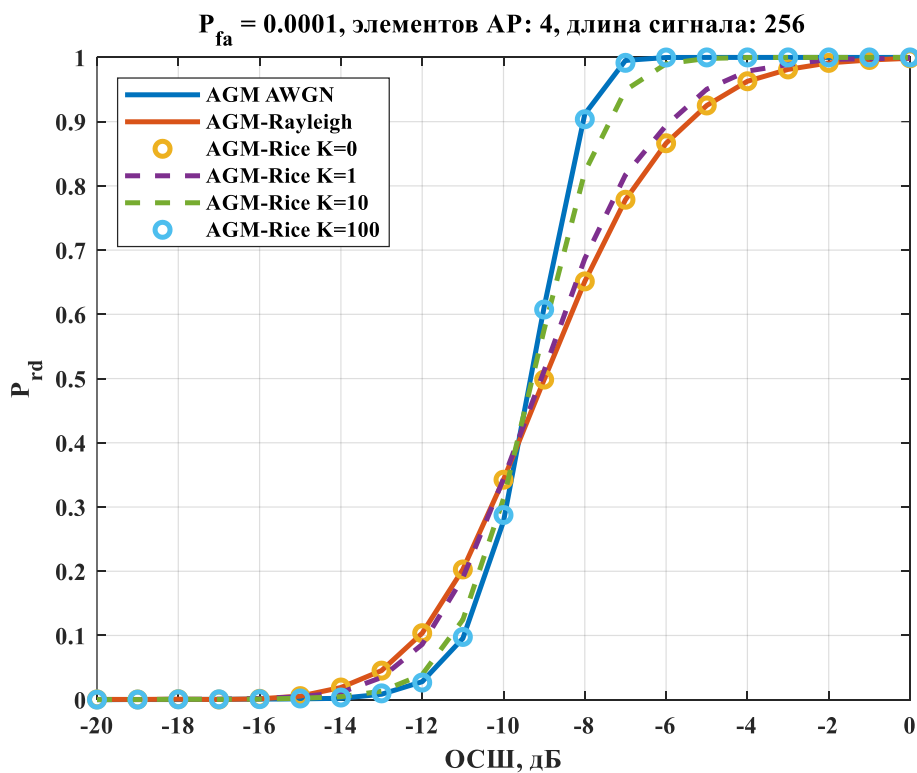


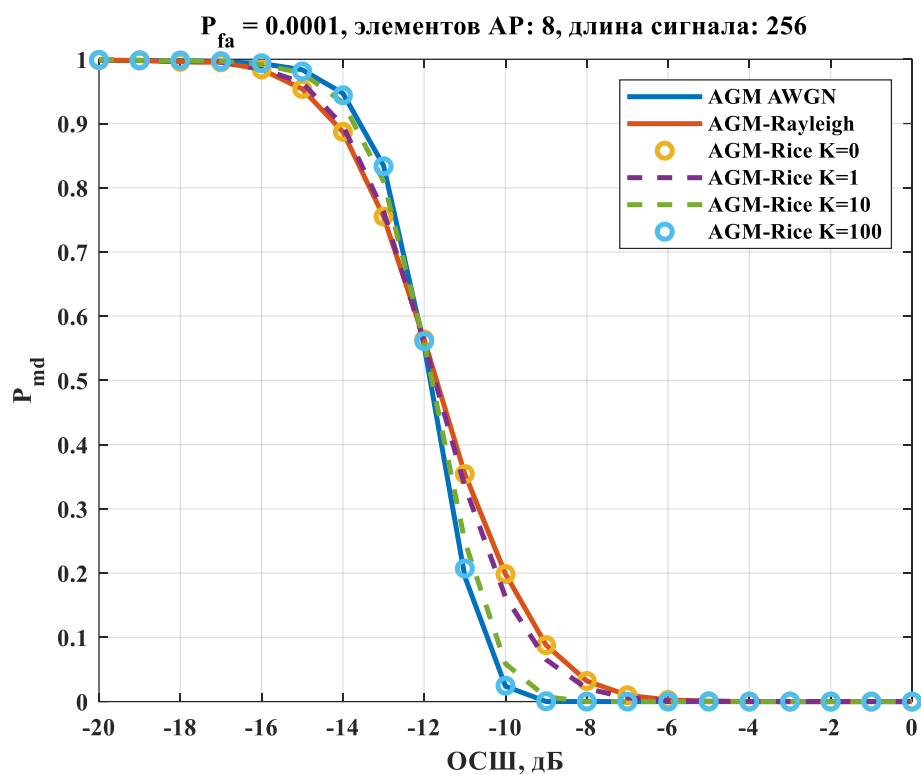
Рис.14 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  AGM детектором для разных моделей канала и 4 элементной AP



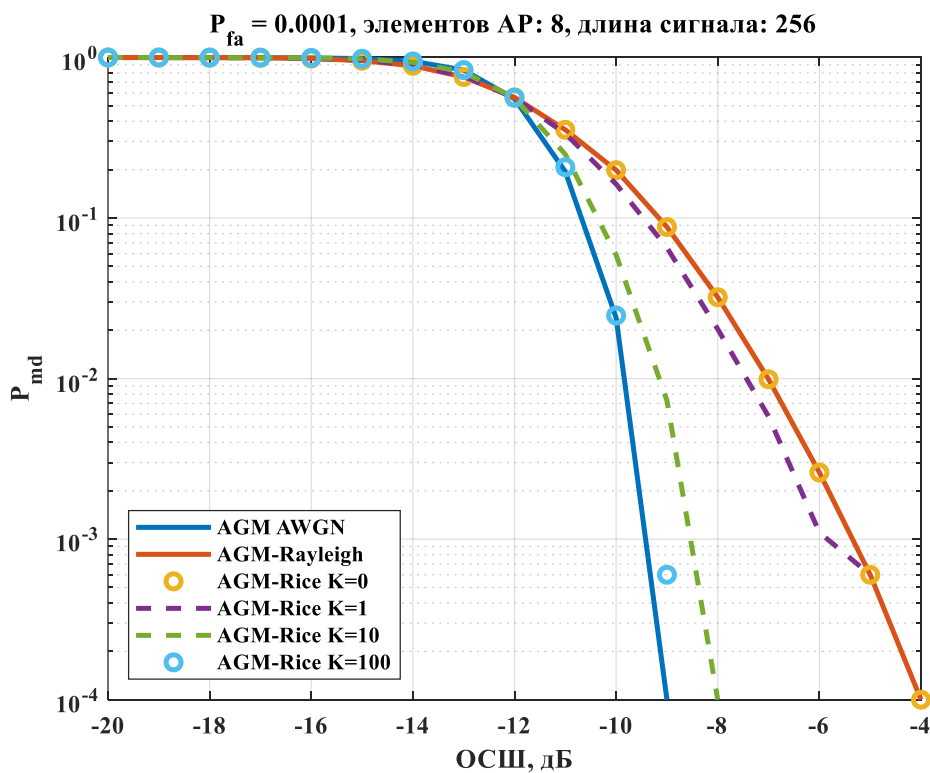
**Рис.15** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) AGM детектором для разных моделей канала и 4 элементной АР в логарифмическом масштабе



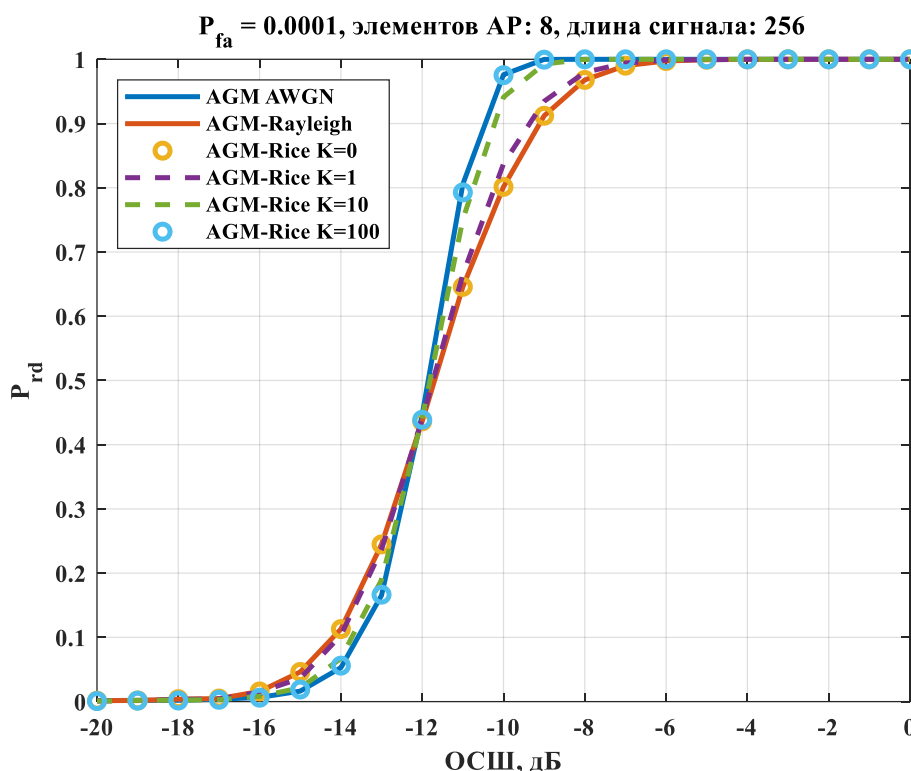
**Рис.16** Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) AGM детектором для разных моделей канала и 4 элементной АР



**Рис.17 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  AGM детектором для разных моделей канала и 8 элементной AP**



**Рис.18 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  AGM детектором для разных моделей канала и 8 элементной AP в логарифмическом масштабе**



**Рис.19 Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) AGM детектором для разных моделей канала и 8 элементной АР**

### **Выводы по AGM детектору**

Эффективность детектирования для канала с замираниями (рэлеевского канала) получилась ниже по сравнению с эффективностью детектирования для канала без замираний (гауссовского шумового канала). Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$ , для гауссовского шумового и рэлеевского каналов, соответственно требуется ОСШ: -7.3 и -2.2 дБ при 4 элементах АР и -9.8 и -7 дБ при 8 элементах АР.

Эффективность детектирования для райсовского канала занимает промежуточное положение между рэлеевским каналом и гауссовским шумовым каналом. Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$  в райсовском канале, при  $K = 100, 10, 1, 0$ , соответственно требуется ОСШ: -7.1, -6, -2.9, -2.2 дБ при 4 элементах АР и -9.8, -9.2, -7.4, -7 дБ при 8 элементах АР.

Однако можно заметить, что для больших вероятностей пропуска цели  $P_{md}$  ( $>0.6$ ), требуемый ОСШ в рэлеевском канале ниже, чем в гауссовском шумовом. На уровне  $P_{md} = 0.9$  разница в ОСШ примерно в 1 дБ для 4 элементов АР и 0.6 дБ для 8 элементов АР.

При увеличении числа элементов АР разница между гауссовским шумовым и рэлеевским каналами уменьшается. На уровне  $P_{md} = 10^{-2}$ : 5.1 дБ для 4 элементов АР и 2.8 дБ для 8 элементов АР.

## 2) MAX-lambda детектор

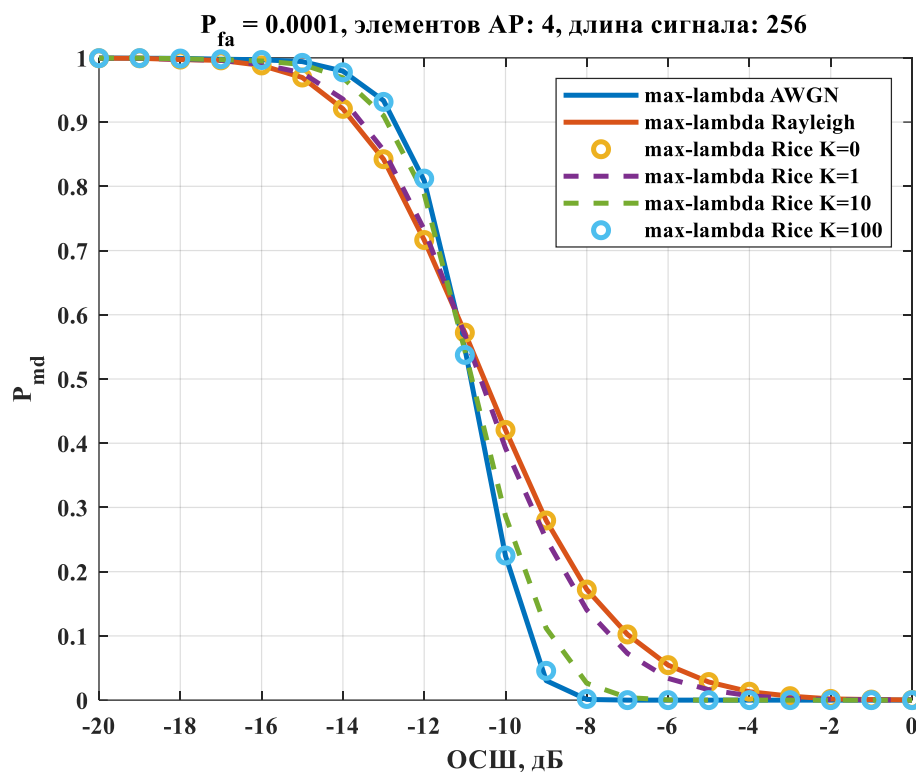


Рис.20 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 4 элементной AP

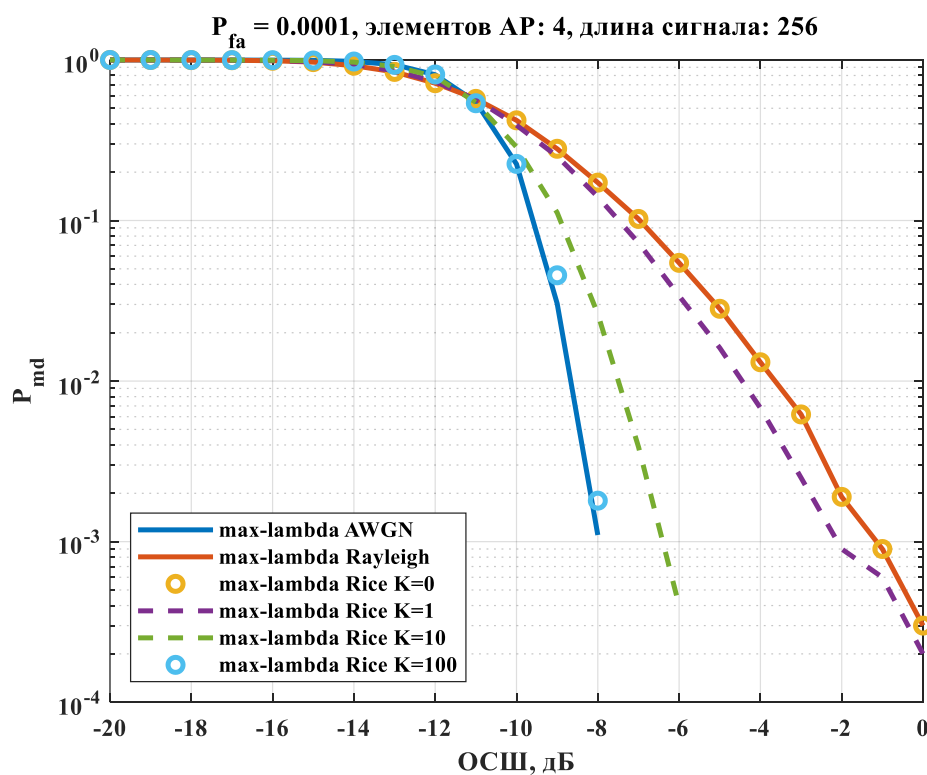
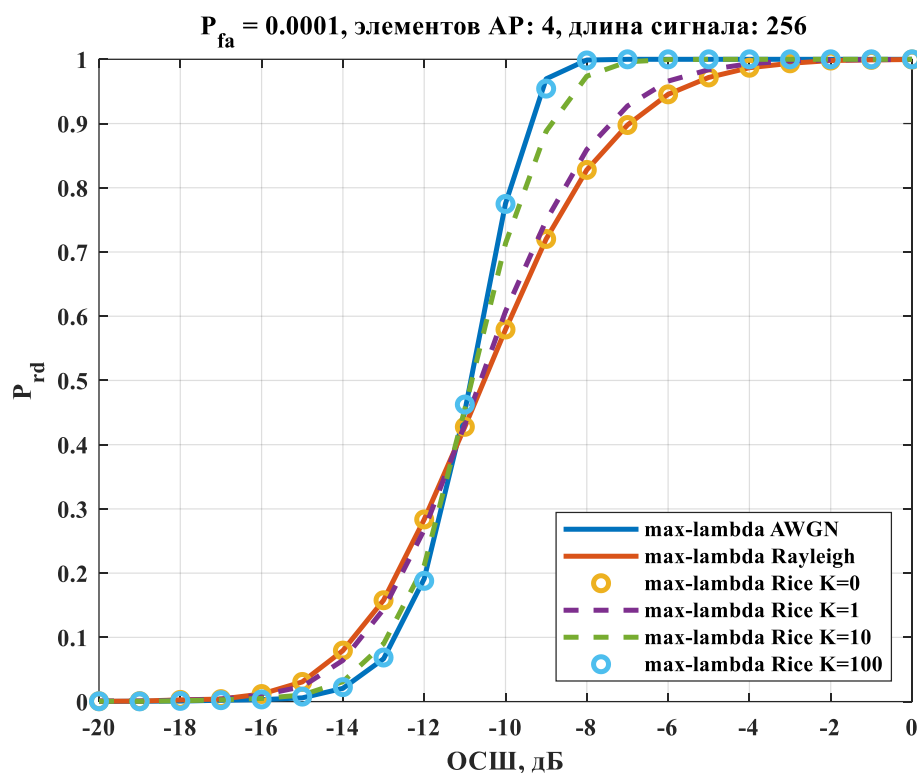
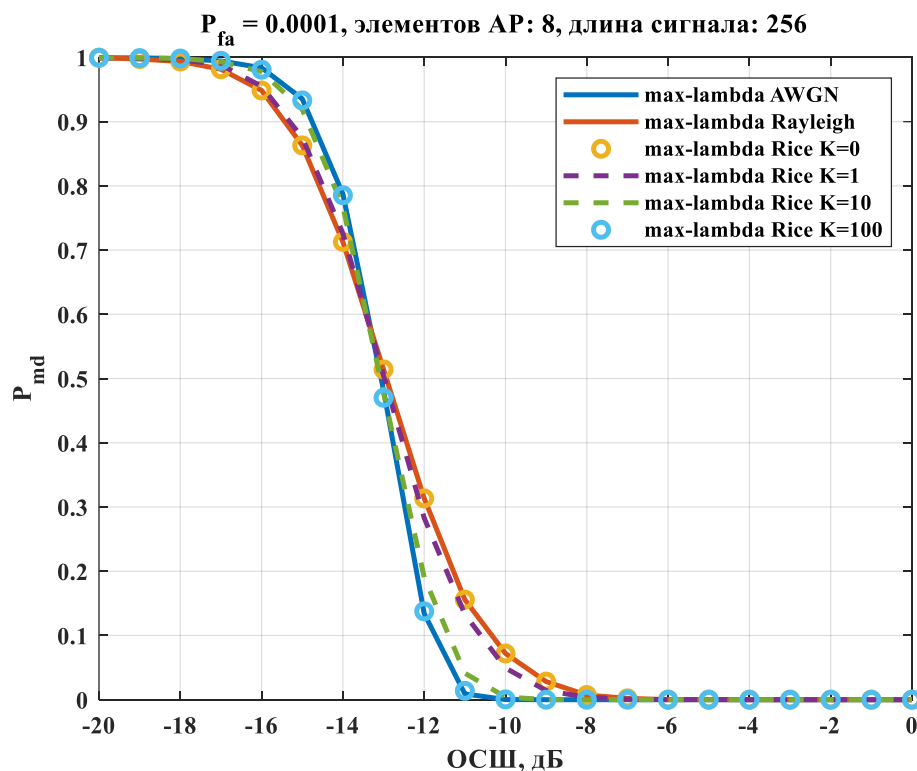


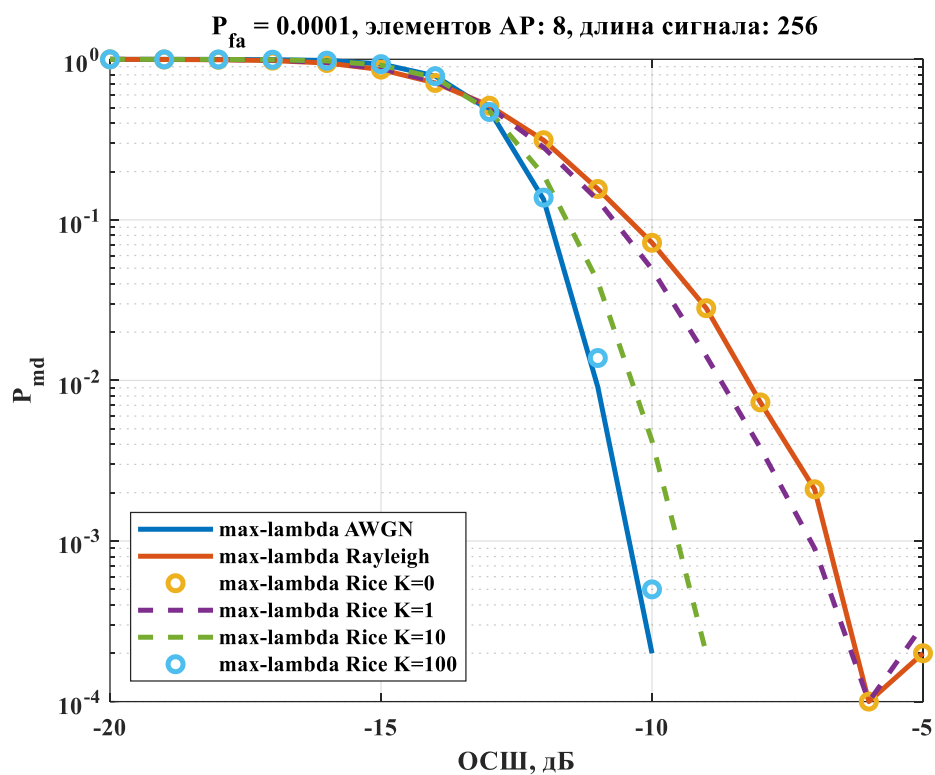
Рис.21 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 4 элементной AP в логарифмическом масштабе



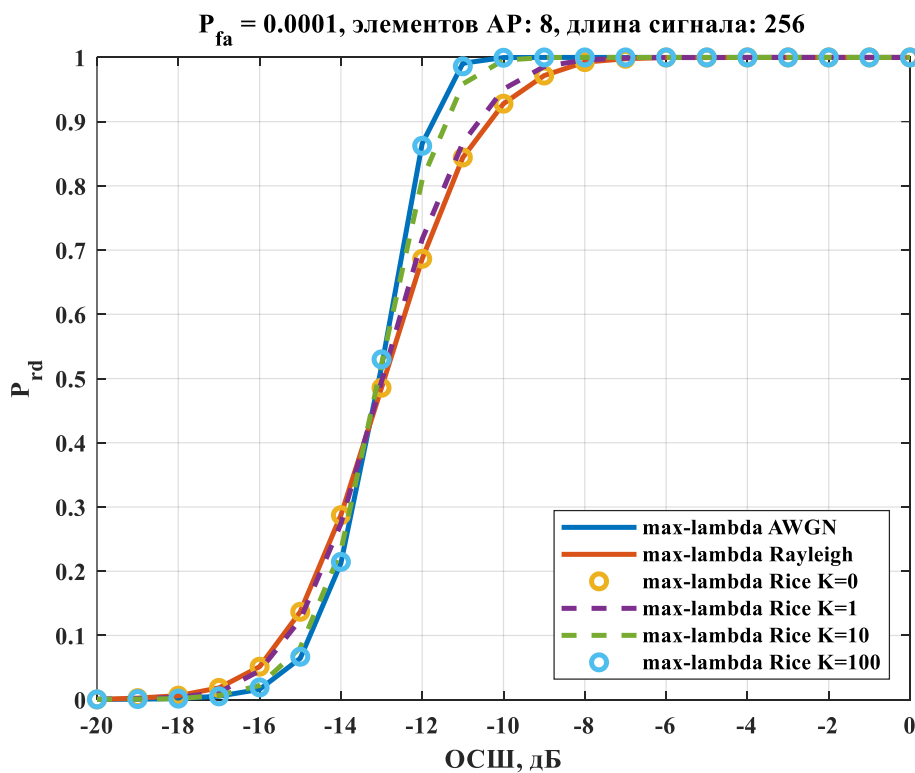
**Рис.22 Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 4 элементной АР**



**Рис.23 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 8 элементной АР**



**Рис.24** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 8 элементной АР в логарифмическом масштабе



**Рис.25** Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) MAX-lambda детектором для разных моделей канала и 8 элементной АР

### **Выводы по MAX-lambda детектору**

При MAX-lambda детекторе результаты между каналами в целом аналогичны AGM детектору. Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$ , для гауссовского шумового и рэлеевского каналов, соответственно требуется ОСШ: -8.7 и -3.6 дБ при 4 элементах AP и -11 и -8.2 дБ при 8 элементах AP, а для райсовского канала, при  $K = 100, 10, 1, 0$ , соответственно требуется ОСШ: -8.6, -7.5, -4.4, -3.6 дБ при 4 элементах AP и -10.9, -10.4, -8.7, -8.2 дБ при 8 элементах AP.

Для вероятностей пропуска цели  $P_{md} > 0.6$ , требуемый ОСШ в рэлеевском канале все также ниже, чем в гауссовском шумовом. На уровне  $P_{md} = 0.9$  разница в ОСШ примерно в 1 дБ для 4 элементов AP и 0.6 дБ для 8 элементов AP.

При увеличении числа элементов AP разница между гауссовским шумовым и рэлеевским каналами уменьшается. На уровне  $P_{md} = 10^{-2}$ : 5.1 дБ для 4 элементов AP и 2.8 дБ для 8 элементов AP. Что совпадает с результатом для AGM детектора.



## 4.2 Кривые обнаружения детерминированного сигнала

Кривые обнаружения для согласованного фильтра и сигнала PSS с  $N_{ID}^{(2)} = 0$ .  
При этом: вероятность ложной тревоги  $P_{fa} = 0.0001$ ; число элементов AP – 1, 4, 8;  
длина сигнала – 256 отсчетов; число тестов  $10^4$ .

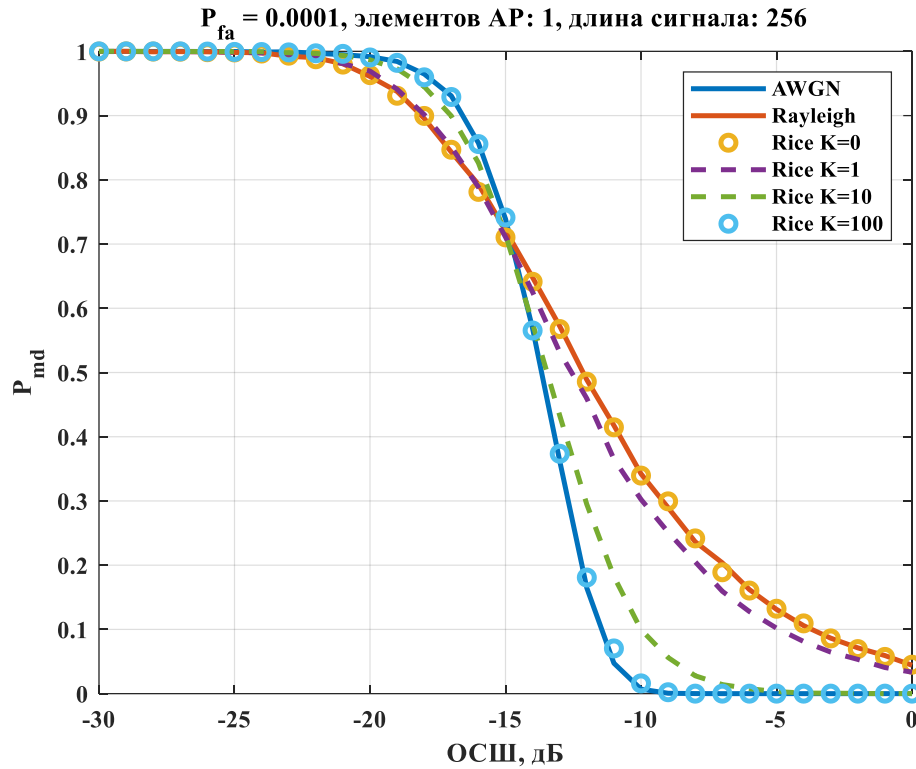
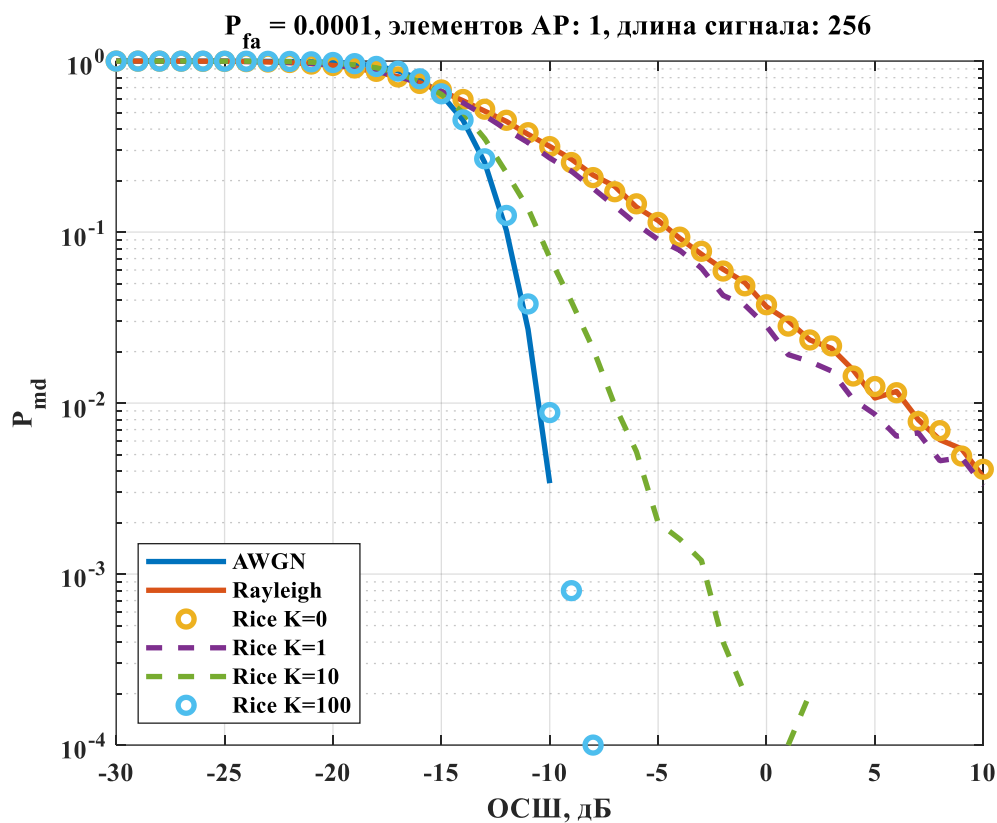
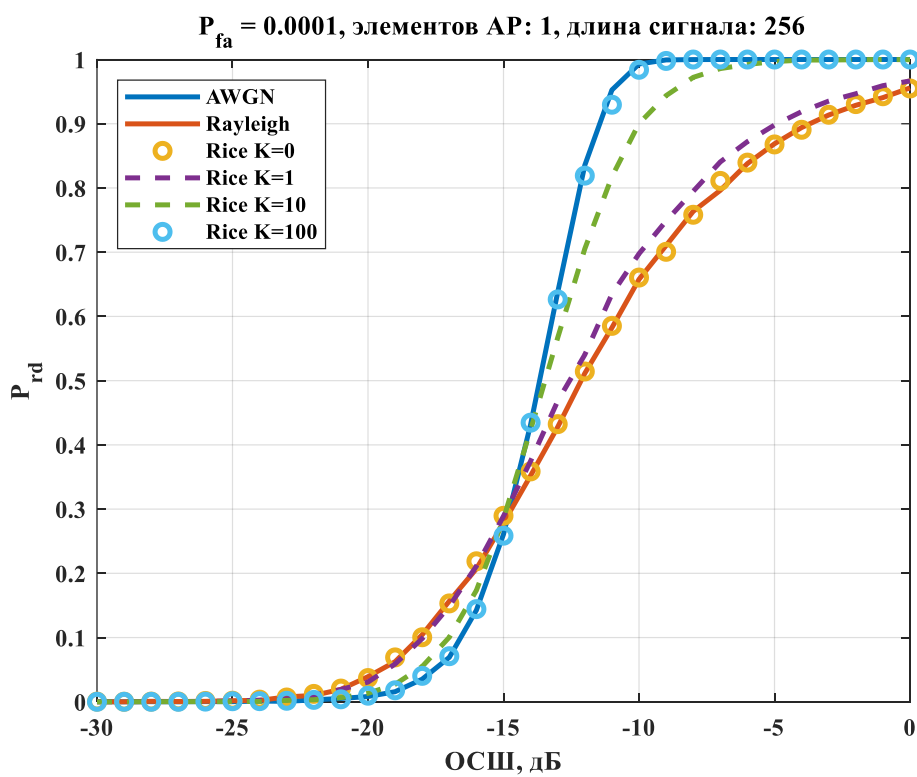


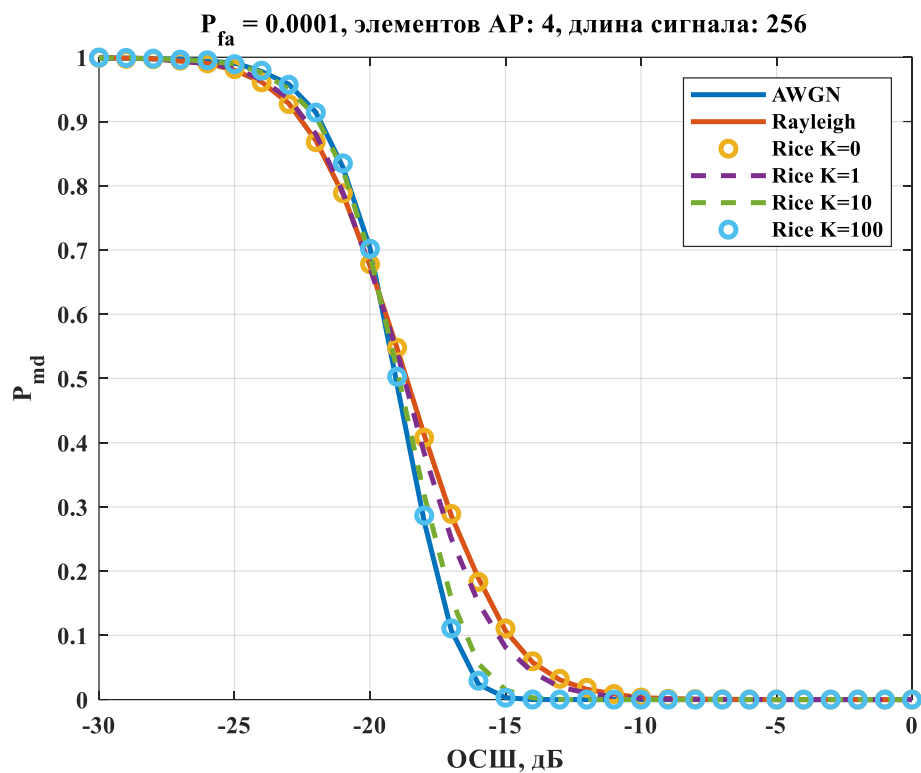
Рис.26 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  СФ для разных моделей канала и 1 элементной AP



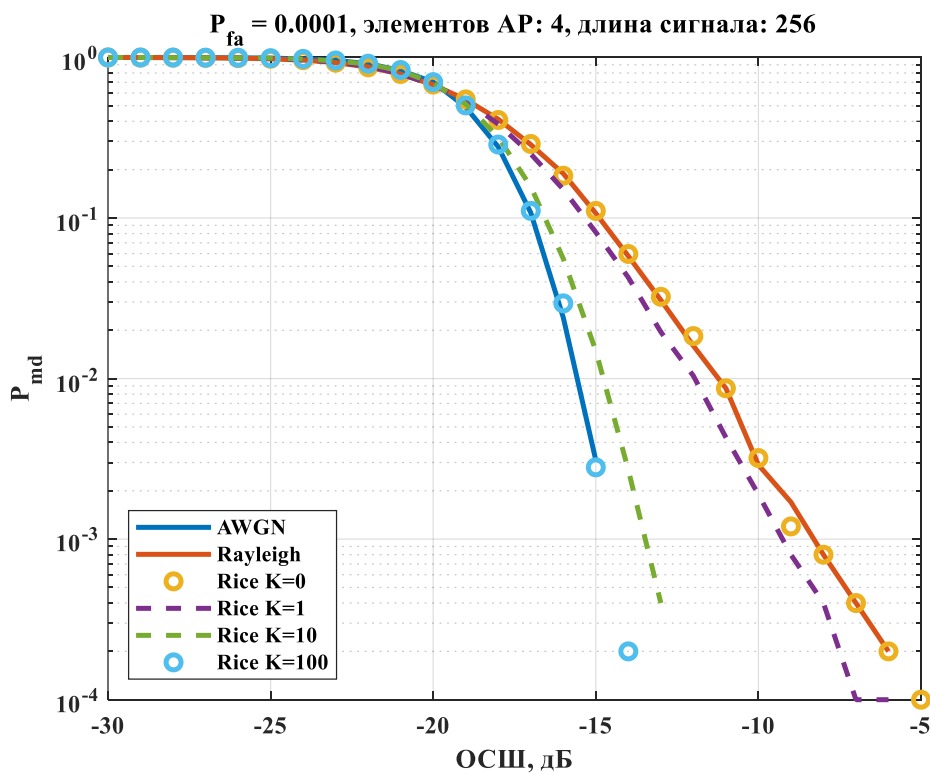
**Рис.27** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) СФ для разных моделей канала и 1 элементной АР в логарифмическом масштабе



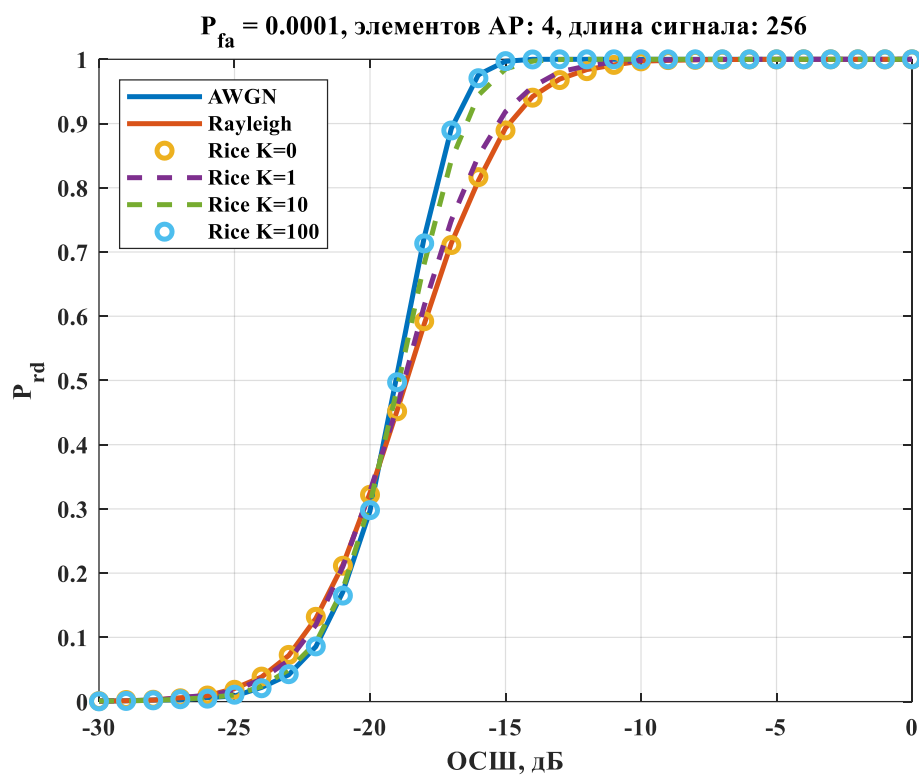
**Рис.28** Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) СФ для разных моделей канала и 1 элементной АР



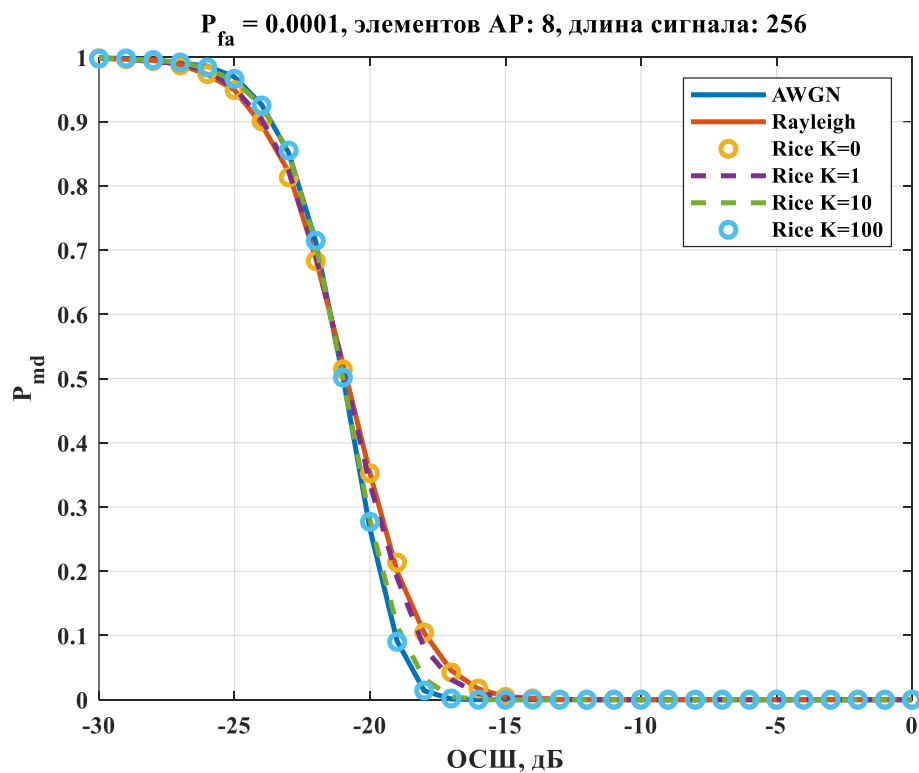
**Рис.29** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  СФ для разных моделей канала и 4 элементной АР



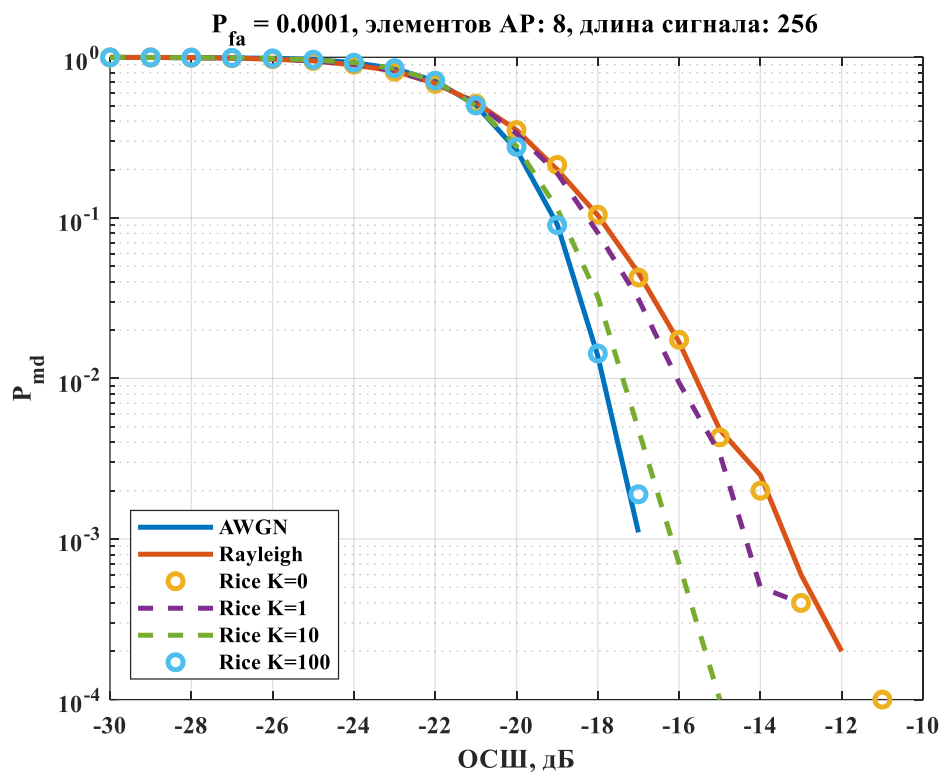
**Рис.30** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  СФ для разных моделей канала и 4 элементной АР в логарифмическом масштабе



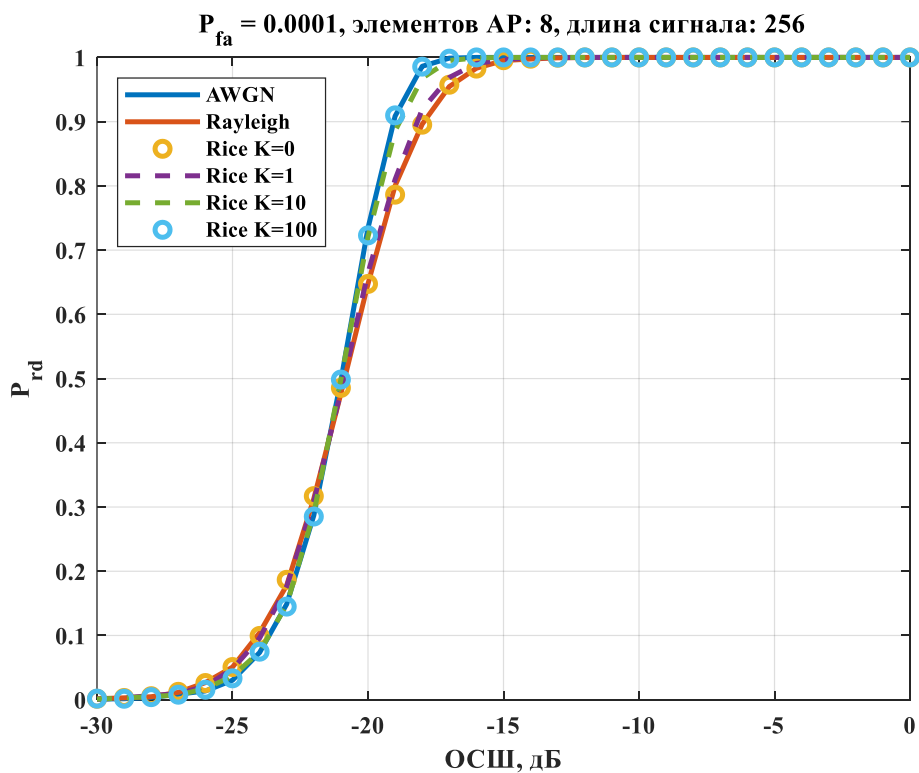
**Рис.31 Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}(\text{ОСШ})$  СФ для разных моделей канала и 4 элементной АР**



**Рис.32 Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}(\text{ОСШ})$  СФ для разных моделей канала и 8 элементной АР**



**Рис.33** Кривые обнаружения сигнала  $P_{md}$ (ОСШ) СФ для разных моделей канала и 8 элементной АР в логарифмическом масштабе



**Рис.34** Кривые обнаружения сигнала  $P_{rd}$ (ОСШ) СФ для разных моделей канала и 8 элементной АР

### **Выводы по согласованному фильтру**

Результаты при СФ в целом аналогичны результатам детекторов сигнала с неизвестной структурой. Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$ , для гауссовского шумового и рэлеевского каналов, соответственно требуется ОСШ: -10.5 и 6.4 дБ при 1 элементе АР, -15.6 и -11.2 дБ при 4 элементах АР и -17.9 и -15.6 дБ при 8 элементах АР, а для райсовского канала, при  $K = 100, 10, 1, 0$ , соответственно требуется ОСШ: -10.2, -7, 4.2, 6.4 дБ при 1 элементе АР, -15.5, -14.8, -12, -11.2 дБ при 4 элементах АР и -17.8, -17.4, -16.1, -15.6 дБ при 8 элементах АР.

Для вероятностей пропуска цели  $P_{md} > 0.6 - 0.7$ , требуемый ОСШ в рэлеевском канале ниже, чем в гауссовском шумовом. На уровне  $P_{md} = 0.9$  разница в ОСШ примерно в 1.5 дБ для 1 элемента АР, 0.7 дБ для 4 элементов АР и 0.4 дБ для 8 элементов АР.

При увеличении числа элементов АР разница между гауссовским шумовым и рэлеевским каналами уменьшается. На уровне  $P_{md} = 10^{-2}$ : 16,9 дБ для 1 элемента АР, 4.4 дБ для 4 элементов АР и 2.3 дБ для 8 элементов АР.

## Заключение

По результатам компьютерного моделирования можно сделать вывод, что эффективность детектирования для канала с замираниями (рэлеевского канала) ниже по сравнению с эффективностью детектирования для канала без замираний (гауссовского шумового канала). Для уровня вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$  разница в ОСШ достигает 4.4, 5.1 дБ для 4 элементов АР и 2.3, 2.8 дБ для 8 элементов АР, для детерминированного сигнала и сигнала с неизвестной структурой соответственно. То есть с ростом числа элементов АР разница между каналами уменьшается. Это следует из того, что замирания между элементами АР отличны друг от друга и чем больше антенн, тем менее существенно их влияние.

Эффективность детектирования для райсовского канала занимает промежуточное положение между рэлеевским каналом и гауссовским шумовым каналом, как и следует из теории. При отсутствии прямого луча ( $K = 0$ ) имеем рэлеевский канал, а при  $K \gg 1$  – гауссовский шумовой канал.

Однако можно заметить, что при больших вероятностях пропуска цели  $P_{md} > 0.6 - 0.7$ , ОСШ, требуемый в рэлеевском канале ниже, чем в гауссовском шумовом. На уровне  $P_{md} = 0.9$  разница в ОСШ примерно в 1 дБ для 4 элементов АР и 0.5 для 8 элементов АР. Это связано с тем, что рэлеевский канал, способен не только ослабить, но и с некоторой вероятностью усилить сигнал (из (3.19) можно получить что это около 0.37 при  $\sigma^2 = 1/2$ . Вероятность замираний при этом  $1 - 0.37 = 0.63$ ). Замирания при таких  $P_{md}$  не так существенны, так как сигналов способных преодолеть порог мало, а воздействие замираний на сигналы неспособные этого сделать не имеют значения.

При всем этом MAX-lambda детектор более эффективен, чем AGM детектор при обнаружении сигнала с неизвестной структурой, так как имеется информация о мощности шума и когерентности сигнала. Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$  разница в ОСШ между MAX-lambda и AGM достигает 1.2-1.4 дБ. А обнаружение детерминированного сигнала с помощью СФ эффективнее чем обнаружение сигнала с неизвестной структурой AGM и MAX-lambda детекторами. Это следует из того, что СФ знает полезный сигнал. Для вероятности пропуска цели  $P_{md} = 10^{-2}$  разница в ОСШ между СФ и MAX-lambda достигает 6.9 дБ для гауссовского шумового канала и 7.4-7.6 дБ для рэлеевского канала. От изменения числа элементов АР разница в ОСШ не изменилась.

## Приложение

Реализация на MATLAB. Приведен не весь код, а только отдельные его части отвечающие за моделирование.

### 1 Прием сигналов на AP

```
% 1. Сигнал с неизвестной структурой, длиной с lengthTxSequeunce и мощностью сигнала sigmaS2
signalTx = sqrt(sigmaS2) * (randn(1,lengthSignal)+1i*(randn(1,lengthSignal)))/sqrt(2);
% 2. PSS номер cellid2, длиной 256 и мощностью сигнала sigmaS2
signalTx = sqrt(sigmaS2) * pssSignals(cellId2+1,:);

% Канал
% numRxAntenna - число элементов AP, где
% antSpLambda - отношение расстояния между элементами AP к длине волны
% AoA - азимутальный угол прихода
if channelMod == 1 % AWGN
    phase = 2*pi*rand;
    h = exp(1i*2*pi*antSpLambda*kron((0:numRxAntenna-1).', sin(AoA))) *
    diag(exp(1i*phase));
elseif channelMod == 2 % Rayleigh
    h = (exp(1i*2*pi*antSpLambda*kron((0:numRxAntenna-1).', sin(AoA)))) .* ...
    (randn(numRxAntenna,1)+1i*randn(numRxAntenna,1))/sqrt(2);
elseif channelMod == 3 % Rice
    h = (exp(1i*2*pi*antSpLambda*kron((0:numRxAntenna-1).', sin(AoA)))) .* ...
    (sqrt(Kfactor) + (randn(numRxAntenna,1)+1i*randn(numRxAntenna,1))/sqrt(2))/sqrt(Kfactor+1);
else
    error('channelMod is not supported');
end

% Шум
n = (randn(numRxAntenna,lengthSignal) + 1i*randn(numRxAntenna,lengthSignal))*(1/sqrt(2));

% Передача сигнала через канал и прием на AP
signalRx = zeros(numRxAntenna, lengthSignal);
for iRxAntenna = 1:numRxAntenna
    signalRx(iRxAntenna,:) = filter(h(iRxAntenna,:),1,signalTx);
end

% Добавление шума
signalRx = signalRx + n;
```



## 2 Решающие статистики и сравнение с порогом

% 1. Для сигнала с неизвестной структурой

```
lambda = 0;
```

% Оценка корреляционной матрицы

```
M = (signalRx* signalRx')/lengthSequeunce;
```

% Вычисление собственных чисел

```
[~,D,~] = svd(M);
```

```
D = abs(D);
```

% Нахождение решающей статистики

```
if detectionSubMode == 1
```

```
    lambda(k) = D(1,1); % Детектор MAX-lambda
```

```
elseif detectionSubMode == 2
```

```
    M = size(r,1); % Детектор AGM
```

```
    lambda = (1/M)*sum(diag(D))/(prod(diag(D))^(1/M));
```

```
else
```

```
    error('detectionSubMode is not supported');
```

```
end
```

% Сравнение статистики с порогом и принятие решения о наличии, либо отсутствии сигнала

```
detectIdx = find(lambda > threshold,1,'first');
```

```
detectFlag = true; % Если true, то сигнал есть
```

```
detectTimeIdx = 1;
```

```
if isempty(detectIdx)
```

```
    detectFlag = false;
```

```
    detectTimeIdx = nan;
```

```
end
```

```
detectMetric = lambda; % Для расчета порога
```

% 2. Для детерминированного сигнала

% numSignalRef = 3 – число приемников

```
detectFlags = zeros(numSignalRef, 1);
```

```
detectTimeIdx = zeros(numSignalRef, 1);
```

```
detectMetric = zeros(numSignalRef, 1);
```

```
for iSignalRef = 1:numSignalRef
```

```
    % Согласованный фильтр
```

```
    outMatchedFilter =
```

```
filter(conj(signalRef(iSignalRef,end:1:1)),1,signalRx(:,:,iSignalRef),[],2);
```

```
    combinationOutMatchedFilter = sum(abs(outMatchedFilter.^2),1);
```

% Сравнение статистики с порогом и принятие решения о наличии, либо отсутствии сигналов

```
    detectIdx = find(combinationOutMatchedFilter(lengthSequeunce) >  
threshold(iSignalRef),1,'first');
```

```
    if isempty(detectIdx)
```

```
        detectFlags(iSignalRef) = false;
```

```
        detectTimeIdx(iSignalRef) = NaN;
```

```
    else
```

```
        detectFlags(iSignalRef) = true;
```

```
        detectTimeIdx(iSignalRef) = detectIdx;
```

```
    end
```

```
    detectMetric(iSignalRef,:) = combinationOutMatchedFilter(length(signalRef)); % Для  
расчета порога и различия
```

```
end
```

```
detectFlag = any(detectFlags); % Если true, то сигнал есть
```

```

% Различение сигналов
% maxPSSIdx – номер PSS, решение о наличии которого принято
if detectFlag == false
    maxTimeIdx = NaN;
    maxPSSIdx = NaN;
else
    [~, maxPSSIdx] = max(detectMetric);
    maxTimeIdx = detectTimeIdx(maxPSSIdx);
    maxPSSIdx = maxPSSIdx - 1;
end

```

### 3 Расчет порога

```

% 1. Для сигнала с неизвестной структурой
% На приемнике только шум
signalRx = n;
% Далее вычисляется решающая статистика detectMetric
% Строится CDF по результатам эксперимента
yCdf = (1:nTests)/nTests;
A=find(yCdf>=(1-P_fa));
detectMetricsSorted = sort(detectMetrics);
xCdf = detectMetricsSorted;
% По CDF находится порог для заданной вероятности ложной тревоги P_fa
threshold = xCdf(A(1));
% 2. Для детерминированного сигнала аналогично, только порог для каждого приемника свой
% P_fai – вероятность ложной тревоги для i-ого приемника
yCdf = (1:nTests)/nTests;
A=find(yCdf>=(1-P_fai));
for iPSS = 1:3
    detectMetricsSorted = sort(detectMetrics(iPSS,:));
    xCdf = detectMetricsSorted;
    threshold(iPSS) = xCdf(A(1));
end

```

## Техника безопасности

При выполнении компьютерного моделирования на персональной электронно-вычислительной машине (ПЭВМ) соблюдалась техника безопасности в соответствии с СанПин 2.2.2/2.4.1340-03 [16].

В помещениях для работы на компьютерах необходимым условием является наличие естественного и искусственного освещения.

Естественное освещение реализуется через окна, ориентированные преимущественно на север и северо-восток. Не допускается размещение мест пользователей ПЭВМ в цокольных и подвальных помещениях.

Искусственное освещение должно осуществляться системой общего равномерного освещения. Яркость светильников в зоне углов излучения от 50 до 90 градусов с вертикалью в продольной и поперечной плоскостях должна составлять не более 200 кд/м<sup>2</sup>, защитный угол светильников должен быть не менее 40 градусов. В случае работы преимущественно с документами, допускается применение комбинированного освещения: кроме общего устанавливаются светильники местного освещения, которые не должны создавать бликов на поверхности экрана и увеличивать его освещенность более 300 лк.

Площадь одного рабочего места для взрослых пользователей должна составлять не менее 6 м<sup>2</sup>, а объем – не менее 20 м<sup>3</sup>.

Для внутренней отделки помещений должны использоваться диффузно-отражающие материалы с коэффициентом отражения от потолка – 0.7–0.8; для стен – 0.5–0.6; для пола – 0.3–0.5.

Поверхность пола в помещениях должна быть ровной, без выбоин, нескользкой, удобной для очистки и влажной уборки, обладать антистатическими свойствами.

Микроклимат в помещениях, где установлены компьютеры, должен соответствовать санитарным нормам: температура воздуха в теплый период года должна быть не более 23–25 градусов Цельсия, в холодный – 22–24 градуса Цельсия; относительная влажность воздуха должна составлять 40–60%; скорость движения воздуха – 0.1 м/с.

Для повышения влажности воздуха в помещениях следует применять увлажнители воздуха, заправляемые ежедневно дистиллированной или прокипяченной питьевой водой. Помещения перед началом и после окончания работы за компьютером следует проветривать.

Экран видеомонитора должен находиться от глаз пользователя на оптимальном расстоянии 600-700 мм, но не ближе 500 мм с учетом размеров алфавитно-цифровых знаков и символов.

При непрерывной работе с компьютером каждые 1-2 часа делать перерыв на 10-15 минут для отдыха и выполнения комплекса физкультурно-оздоровительных упражнений.

## Ссылки

- [1] H. L. Van Trees, Detection, estimation and modulation theory, 2001.
- [2] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory, 1993.
- [3] К. В. Родюшкин, Обнаружение, разрешение и оценивание числа источников сигналов антенной решеткой в случае коротких выборок и неизвестных волновых фронтов, 2002.
- [4] К. В. Petersen и М. S. Pedersen, The Matrix Cookbook, 2012.
- [5] В. Т. Ермолаев и А. Г. Флакسمан, Современные методы пространственной обработки сигналов в информационных системах с антенными решетками, 2007.
- [6] T. J. Lim, R. Zhang, Y. C. Liang и Y. Zeng, GLRT-based spectrum sensing for cognitive radio, 2008.
- [7] В. И. Тихонов, Оптимальный прием сигналов, 1983.
- [8] X. Lin, J. Li, R. Baldemair, T. Cheng, S. Parkvall, D. Larsson, H. Koorapaty, M. Frenne, S. Falahati, A. Grövlén и K. Werner, 5G New Radio, 2018.
- [9] 3GPP, TS 38.211, NR; Physical channels and modulation, V16.7.0, 2021.
- [10] E. Dahlman, S. Parkvall и J. Sköld , 5G NR: The Next Generation Wireless Access Technology, 2018.
- [11] 3GPP, TS 38.104, NR; Base Station (BS) radio transmission and reception, V17.3.0, 2021.
- [12] 3GPP, TS 38.213, NR; Physical layer procedures for control, V16.7.0, 2021.
- [13] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory, 1998.
- [14] В. Т. Ермолаев и А. Г. Флакسمан, Теоретические основы обработки сигналов в системах мобильной радиосвязи, 2010.
- [15] В. Т. Ермолаев, А. А. Мальцев, А. Г. Флакسمан, О. В. Болховская и А. В. Ключев, Мобильная связь, вопросы теории и типовые задачи, 2014.
- [16] Главный государственный санитарный врач Российской Федерации, СанПин 2.2.2/2.4.1340-03, 2003.