Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет. Кафедра статистической радиофизики и мобильных систем связи.

Отчет по лабораторной работе №1

Согласованные фильтры

Выполнили студенты 450 группы
Понур К.А., Хавьер, Шиков А.П.

Нижний Новгород, 2020

Оглавление

1 Теоретическая часть

1.1 Прямоугольный импульс

Представим видеоимпульс кусочной функцией:

$$f(t) = \begin{cases} A, & \text{при } 0 \le t \le \tau \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > \tau \end{cases}$$

Получим аналитическое выражения для амплитудного, фазового и энергетического спектра прямоугольного видеоимпульса.

Запишем преобразование Фурье от сигнала $f(t)$

$$F(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = \frac{A}{-j\omega}e^{-j\omega t}\bigg|_0^\tau = A\tau \cdot \frac{\sin\omega\frac{\tau}{2}}{\omega\frac{\tau}{2}}e^{-j\omega\frac{\tau}{2}}$$

Амплитудный спектр сигнала $f(t)$ будет модулем преобразования Фурье$|F(j\omega)|$

$$S(\omega) = |F(j\omega)| = A\tau\frac{\sin\omega\frac{\tau}{2}}{\omega\frac{\tau}{2}}$$

Фазовый спектр будет равен

$$\Psi(\omega) = \frac{\omega\tau}{2}$$

Функция корреляции будет равна

$$K(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+t_0)\mathrm{d}t_0 = \begin{cases} A^2\tau(1-\frac{|t|}{\tau}), & \text{при } |t| \le \tau, \\ 0, & \text{при } |t| > \tau \end{cases}$$

Спектральную плотность мощности тоже несложно найти как прямое преобразование Фурье от функции корреляции $K(t)$:

$$E(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = 2A^2\tau\int\limits_0^\tau \left(1-\frac{t}{\tau}\right)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$$

$$-\frac{1}{\tau}\int\limits_0^{\tau} te^{-j\omega t}\mathrm{d}t = \frac{e^{-j\omega\tau}(-j\omega\tau-1)+1}{\tau\omega^2}$$

$$\int\limits_0^{\tau} e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = \frac{1}{-j\omega}\left(e^{-j\omega\tau}-1\right)$$

$$E(\omega) = \left(A\tau\frac{\sin\omega\frac{\tau}{2}}{\omega\frac{\tau}{2}}\right)^2$$

Можем оценить расстояние между нулями главного лепестка энергетического спектра:

$$\Delta\omega = \frac{4\pi}{\tau}$$

Также можно оценить энергию сигнала на бесконечном интервале:

$$E_0 = \frac{(A\tau)^2}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin\omega\frac{\tau}{2}}{\omega\frac{\tau}{2}}\right)^2\mathrm{d}\omega = \frac{A^2\tau^2}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2\mathrm{d}\xi \tag{1}$$

Интеграл в выражении (1) равен π, а значит энергия на бесконечном интервале:

$$E_0 = A^2\tau^2$$

1.2 Прямоугольный импульс с гармоническим заполнением

Представим радиоимпульс кусочной функцией ($\omega_0 \gg \frac{2\pi}{\tau}$):

$$f(t) = \begin{cases} A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), & \text{при } 0 \le t \le \tau \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > \tau \end{cases}$$

Получим аналитическое выражения для амплитудного, фазового и энергетического спектра прямоугольного радиоимпульса.

Запишем преобразование Фурье от сигнала $f(t)$

$$F(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = \begin{cases} \frac{A\tau}{2}\frac{\sin\frac{\omega+\omega_0}{2}\tau}{\frac{\omega+\omega_0}{2}\tau}\exp\left\{j\frac{\omega-\omega_0}{2}\tau + j\varphi_0\right\}, & \omega \geq 0 \\ \frac{A\tau}{2}\frac{\sin\frac{\omega-\omega_0}{2}\tau}{\frac{\omega-\omega_0}{2}\tau}\exp\left\{j\frac{\omega+\omega_0}{2}\tau + j\varphi_0\right\}, & \omega < 0 \end{cases}$$

Амплитудный спектр сигнала $f(t)$ будет модулем преобразования Фурье и будет вычисляться аналогично случаю прямоугольного импульса

$$S(\omega) = |F(j\omega)|$$

Фазовый спектр по определению будет равен

$$\Psi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\mathrm{Im}\{F(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{F(j\omega)\}}$$

Функция корреляции будет равна

$$K(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+t_0)\mathrm{d}t_0 = \begin{cases} A^2\tau(1-\frac{|t|}{\tau})\cos\omega_0 t, & \text{при } |t| \leq \tau, \\ 0, & \text{при } |t| > \tau \end{cases}$$

Спектральную плотность мощности тоже несложно найти как прямое преобразование Фурье от функции корреляции $K(t)$:

$$E(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = S^2(\omega) + S^2(-\omega)$$

При этом энергетика радиоимпульса равно энергетике видеоимпульса

$$E_0 = A^2\tau^2$$

2 Практическая часть

Тут практика

2.1 Задание 1. Простые и сложные сигналы и их свойства

В этом задании рассматриваются особенности простых и сложных сигналов, которые проявляются в поведении спектров сигналов. Следует проследить за тем, какие существуют закономерности при изменении спектров в зависимости от изменения временных параметров простых и сложных сигналов. Для каждого рассмотренного сигнала $m(t)$ строятся графики реализации сигнала, амплитудного и фазового спектров, а так же функция корреляции и спектральная плотность энергии.

2.1.1 Прямоугольный видеоимпульс

При длительности импульса $\tau = 10$ мс и $\tau = 20$ мс на лабораторной установке получены (см. рис. 1 и рис. 2) амплитудные, фазовые и энергетические спектры. Экспериментальные зависимости хорошо согласуются с теоретическими, изложенными выше в **??**.

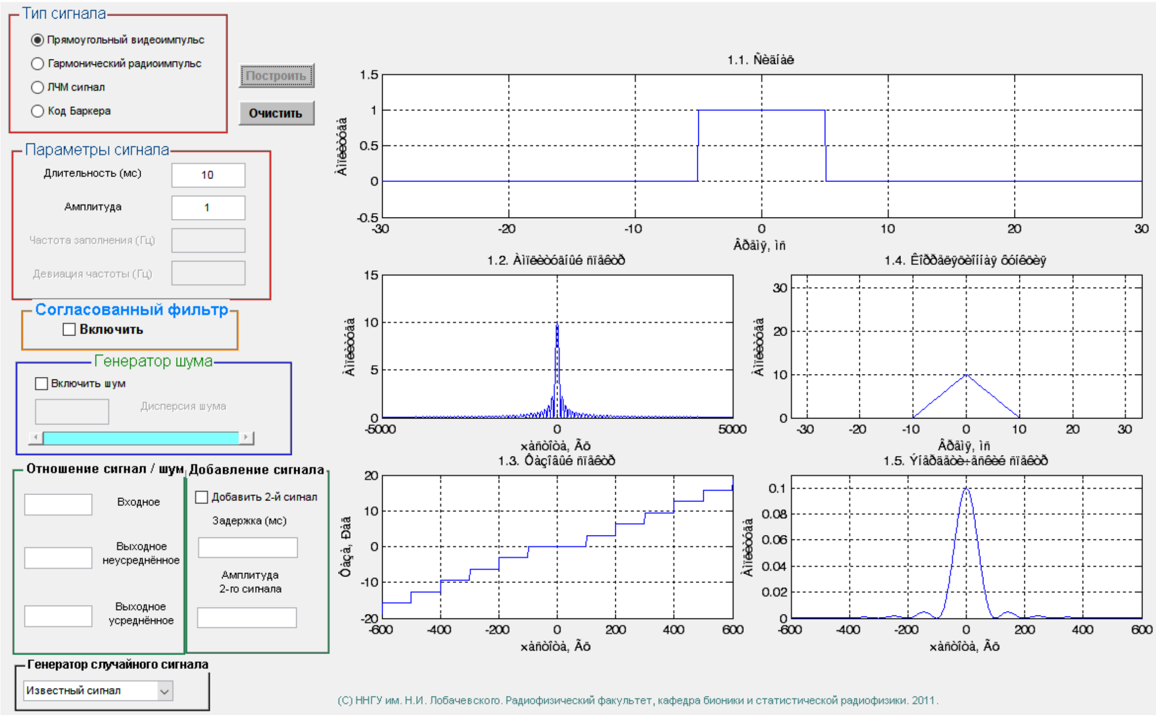

Рис. 1: Приборная панель виртуального прибора. Моделируется прямоугольный видеоимпульс с длительность $\tau = 10$ мс

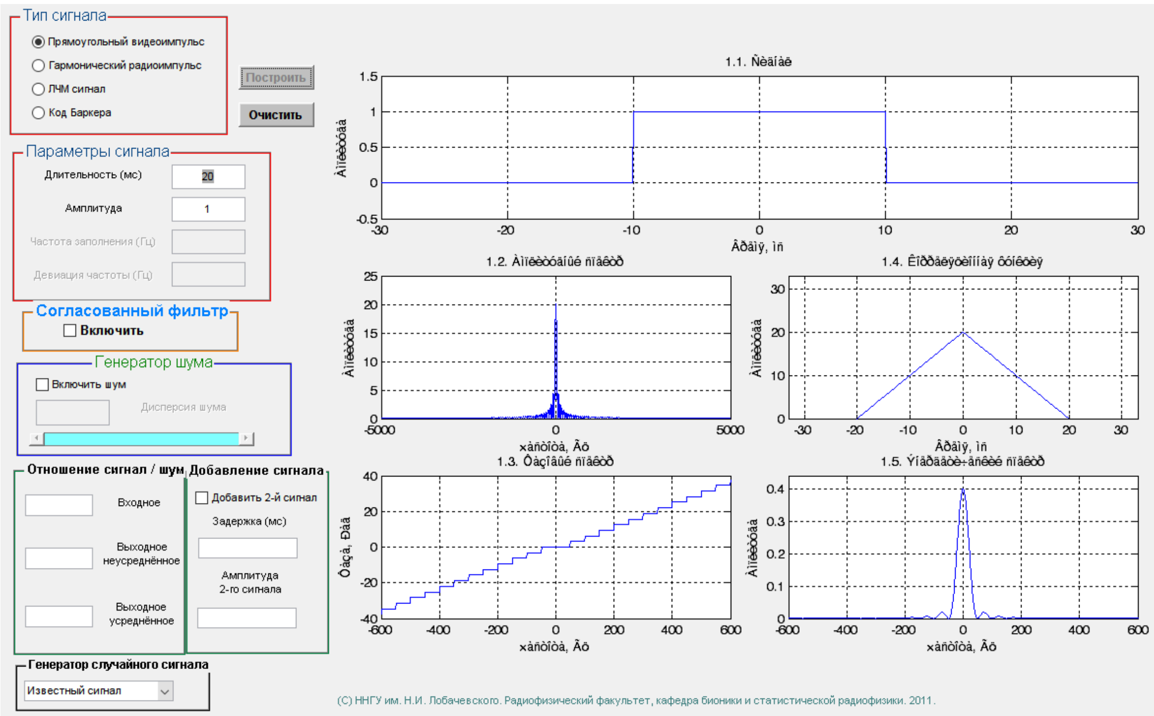

Рис. 2: Приборная панель виртуального прибора. Моделируется прямоугольный видеоимпульс с длительность $\tau = 20$ мс

Оценка базы Найдем базу для прямоугольного импульса по следующей формуле:

$$B = T \cdot \Delta f,$$

где T - эффективная длительность, Δf - эффективная ширина полосы спектра сигнала(в качестве оценки берется половина ширины главного лепестка амплитудного спектра).

$$B_{10ms} = 10^{-2} \cdot 100 = 1, \quad B_{20ms} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 50 = 1$$

База прямоугольного импульса равна единице, что означает что это простой сигнал. Таким образом справедливо соотношение $\Delta f = \frac{1}{T}$. Действительно, в соответствии с этой зависимостью, наблюдается сужение амплитудного спектра при увеличении длительности сигнала.

Оценка энергии Полная энергия прямоугольного сигнала равна $A^2\tau^2$ (см. 1.1). Поскольку, за ширину спектра мы приняли не бесконечные пределы, а только ширину главного лепестка, то следует пересчитать энергию. Посчитав численно интеграл для видеоимпульса с шириной спектра $[-100, 100]$ Гц, получим, что 90.2% энергии находится в указанном диапазоне.

Диапазон	E
$(-\infty, \infty)$	0.01
$(-100, 100)$	0.00902

2.1.2 Прямоугольный видеоимпульс с гармоническим заполнением

Изучить амплитудный, фазовый и энергетический спектры. Задать длительность импульса 10мс и 20мс, амплитуду равной 1 и частоту заполнения 400Гц, а затем проанализировать зависимости.

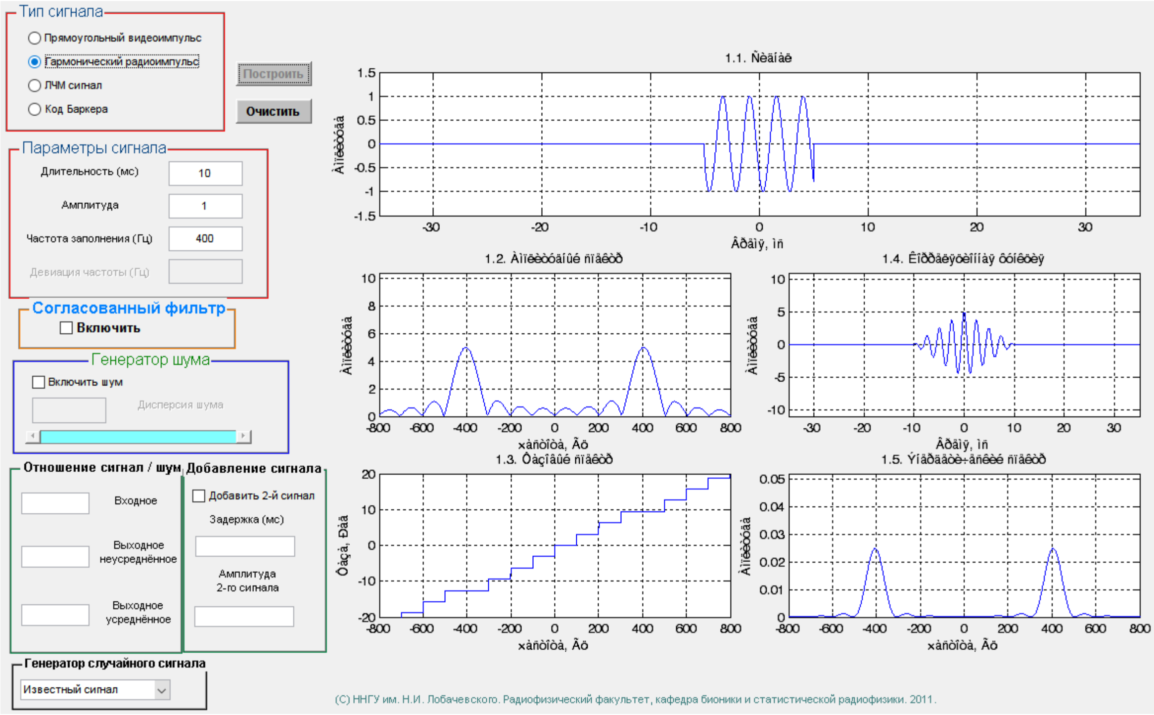

Рис. 3: Приборная панель виртуального прибора. Моделируется прямоугольный радиоимпульс с длительность $\tau = 10$ мс

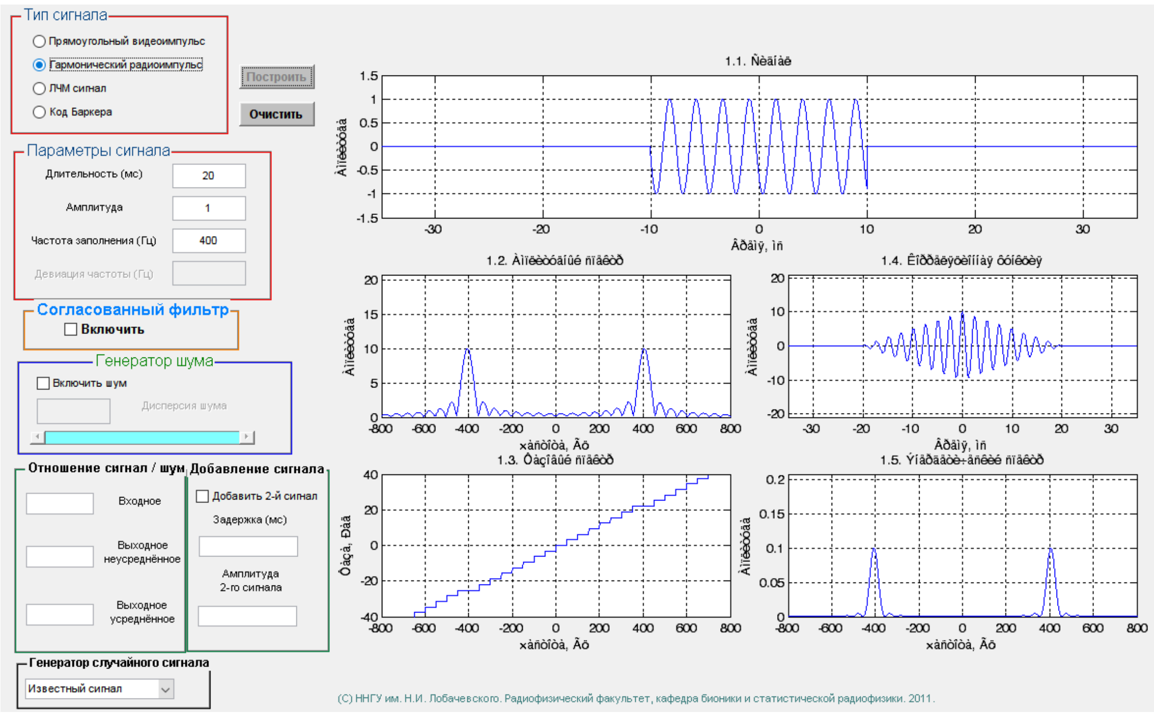

Рис. 4: Приборная панель виртуального прибора. Моделируется прямоугольный радиоимпульс с длительность $\tau = 20$ мс

При изменении длительности импульса радиоимпульс ведет себя аналогично видеоимпульсу, что и предсказывает теория.

$$B_{10ms} = 10^{-2} \cdot 100 = 1, \quad B_{20ms} = 20 \cdot 10^{-2} \cdot 50 = 1$$

Значение базы - единица, означает что радиоимпульс это простой сигнал.

2.1.3 Линейно-частотный модулированный импульс

Получить временные реализации ЛЧМ сигнала с параметрами:

- длительность 100мс, средняя частота заполнения 1000Гц, девиация 500Гц;
- длительность 100мс, средняя частота заполнения 1000Гц, девиация 1000Гц
- амплитуда 1.

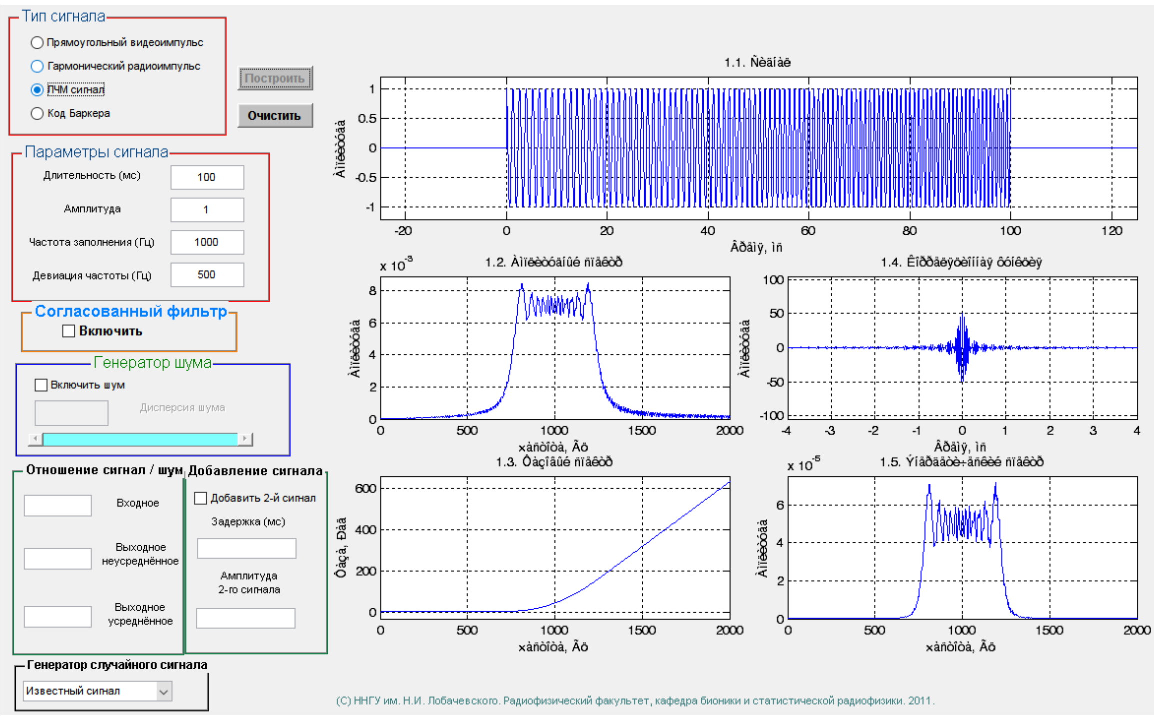

Рис. 5: 500 Гц

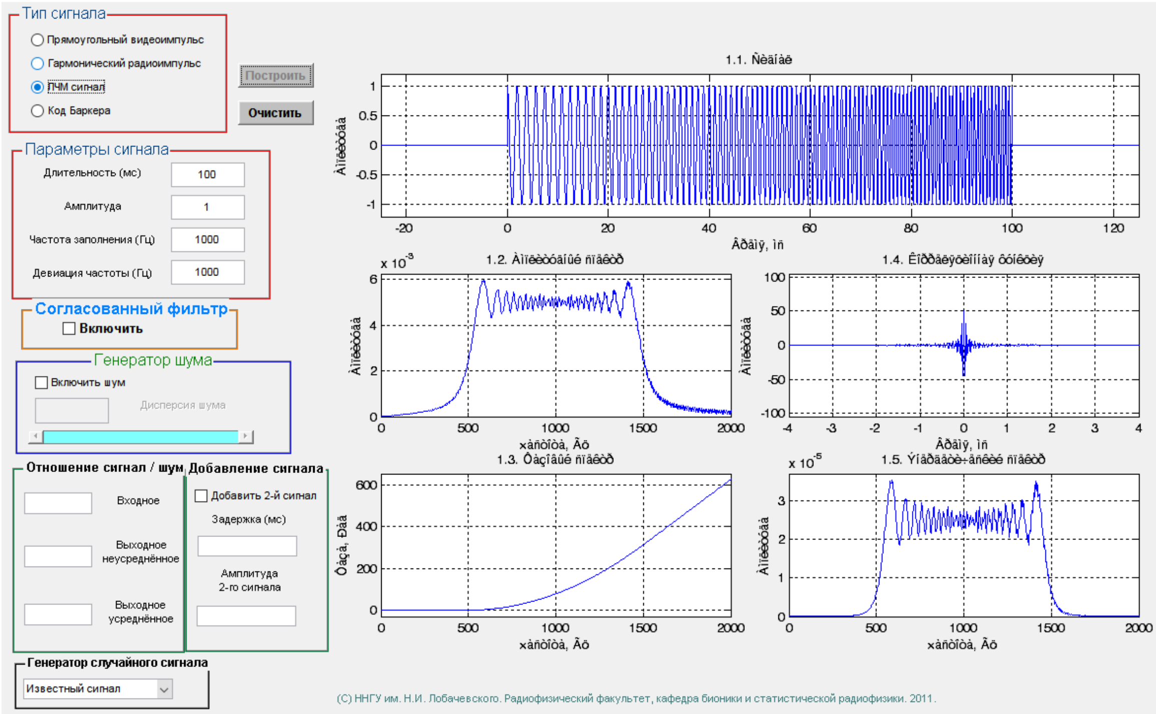

Рис. 6: 1000 Гц

$$B_{500Hz} = 100 \cdot 10^{-3} \cdot (1260 - 760) = 50, \quad B_{1000Hz} = 100 \cdot 10^{-3} \cdot (1500 - 500) = 100$$

Для ЛЧМ сигнала сравнить протяженность корреляционной функции с длительностью сигнала. Во сколько раз она меньше длительности сигнала?

При длительности ЛЧМ сигнала 100 мс, протяженность функции корреляции составила всего 0.4 мс, что в 250 раз меньше.

Для ЛЧМ сигнала оценить диапазон изменения фазовых сдвигов у гармоник сигнала в пределах полосы амплитудного спектра. Нарисовать амплитудный спектр в приближенном виде (аппроксимируя прямоугольником) и посмотреть, какой в этих пределах фазовый спектр.

Диапазон изменения фазовых сдвигов в случае девиации 500 Гц составил $\varphi \in [0 - 160]$ радиан (см. рис. 7), в случае девиации 1000 Гц составил $\varphi \in [0 - 260]$ радиан (см. рис. 8).

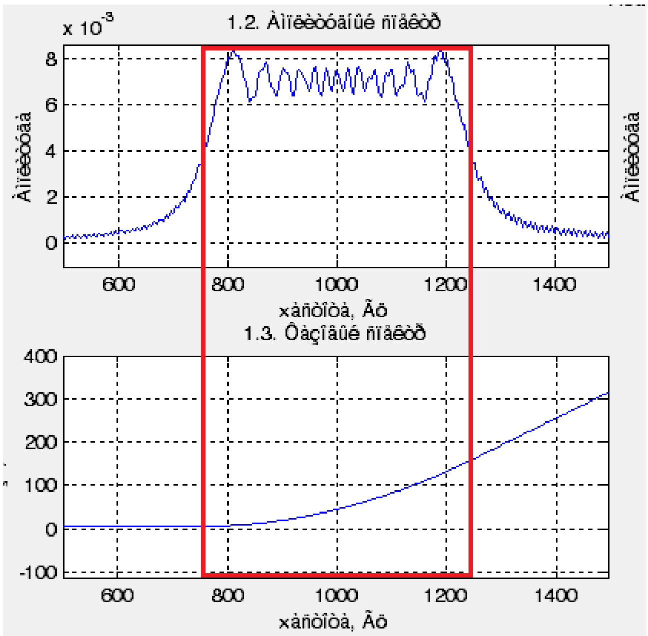

Рис. 7: Диапазон изменения фазовых сдвигов у гармоник сигнала, девиация 500 Гц

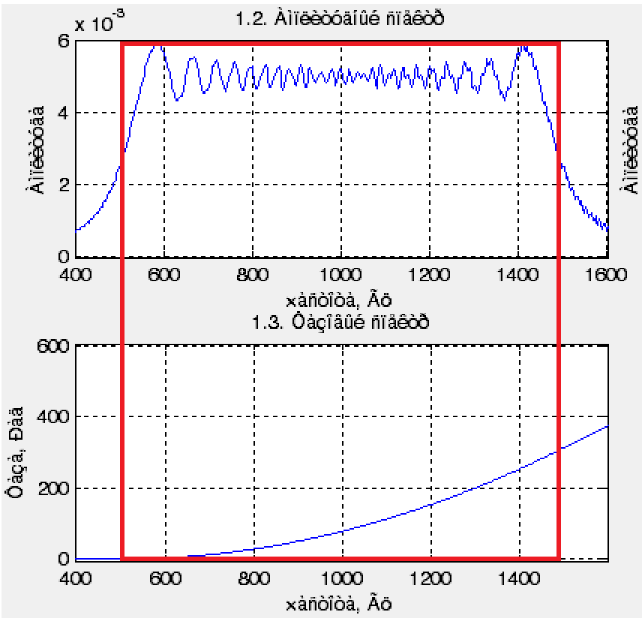

Рис. 8: Диапазон изменения фазовых сдвигов у гармоник сигнала, девиация 1000 Гц

2.1.4 Код Баркера

Получить реализации для кода Баркера (N=13) при длительности 13мс и 26мс

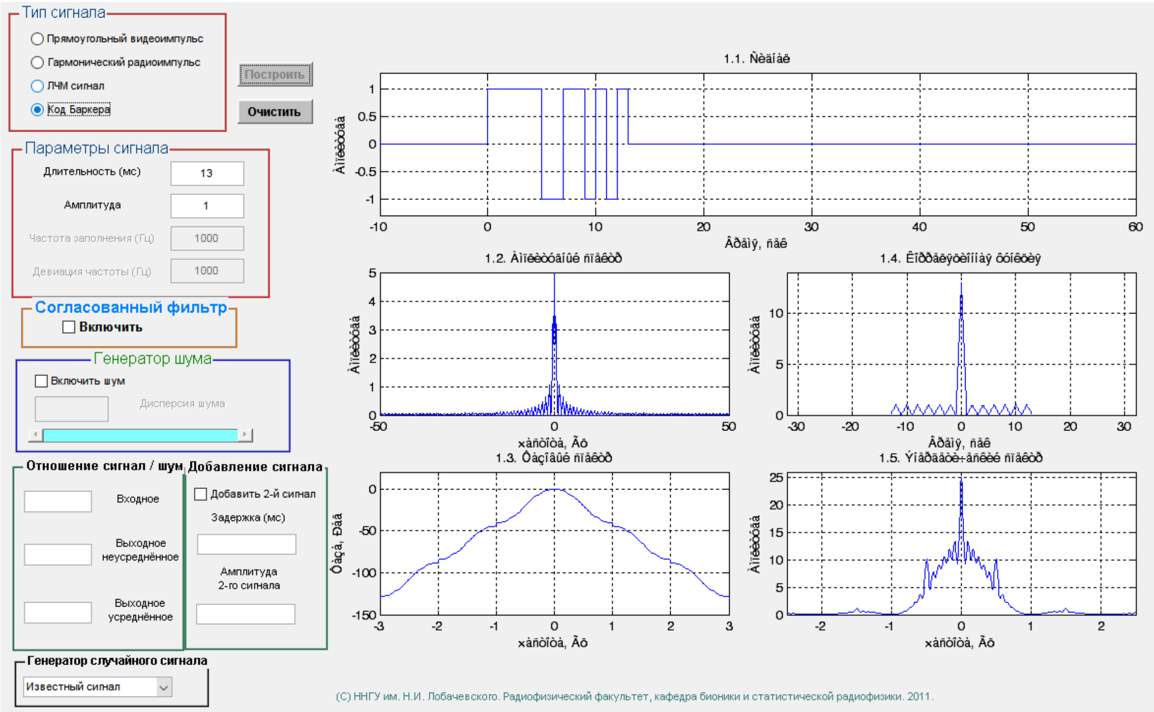

Рис. 9: 13 мс

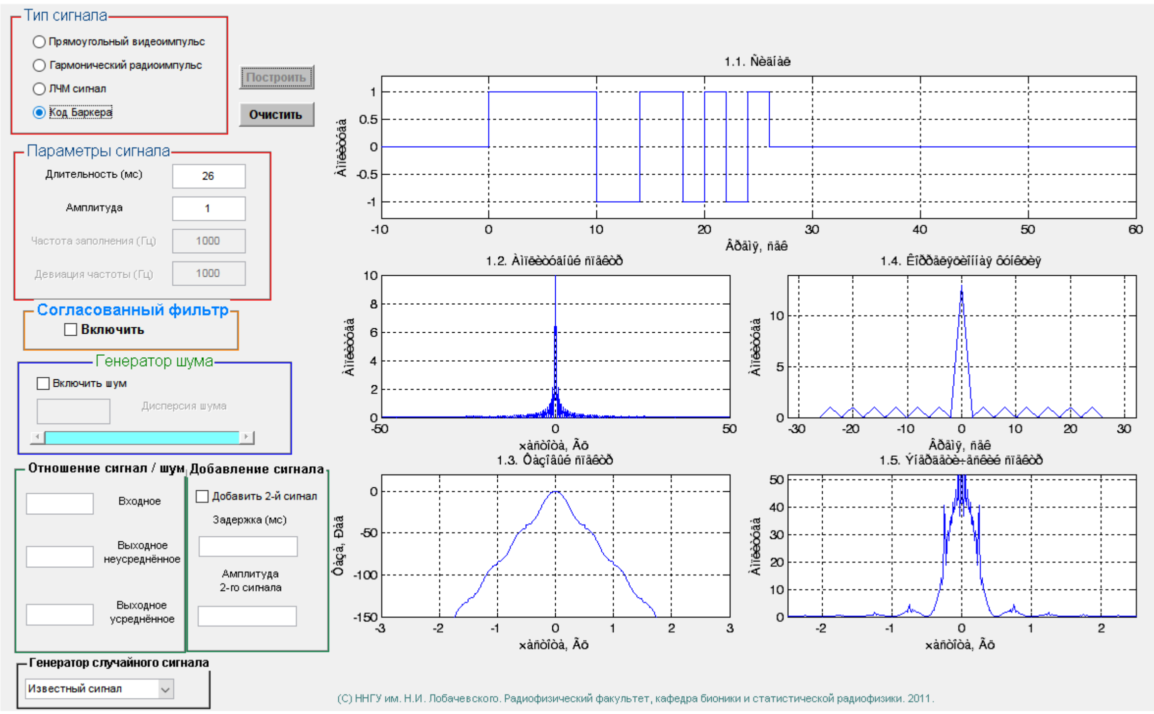

Рис. 10: 26 мс

$$B_{13ms} = 13 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 13 \cdot 10^{-3}, \quad B_{26ms} = 26 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5 = 13 \cdot 10^{-3}$$

2.2 Задание 2. Параметры согласованного фильтра и выходного сигнала

В этом задании изучаются характеристики согласованных фильтров, соответствующих каждому из сигналов, рассмотренных в задании №1. Кроме того, исследуются вид и свойства выходных сигналов. Учитывая, что при расширении фазового спектра длительность сигнала увеличивается, а при уменьшении до нуля – укорачивается, в данном задании необходимо внимательно проследить за укорочением сигнала. Самый короткий и самый большой по амплитуде он должен получиться при нулевом фазовом спектре

АЧХ $|K(i\omega)|$ и ФЧХ $\varphi(\omega)$ согласованного фильтра связаны с амплитудным и фазовым спектром сигнала следующим образом:

$$|K(i\omega)| = |C_0| \cdot |C_m(i\omega)|, \quad \varphi(\omega) = -\varphi_m - \omega t + arg(C_0),$$

где C_m, φ_m - амплитудный и фазовый спектры входного сигнала $m(t)$.

Во всех случаях импульсная переходная характеристика фильтра имеет вид зеркально отраженного сигнала, сдвинутого таким образом, чтобы начало характеристики совпадало с $t = 0$.

$$h(t) = C_0 m(-(t - t_0)) = C_0 m(-t + t_0).$$

Сигнал на выходе согласованного фильтра пропорционален функции корреляции первого рода:

$$M(t) = C_0 \Psi(t_0 - t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} C_0 m(t') m(t_0 - t + t') \mathrm{d}t'$$

2.2.1 Прямоугольный видеоимпульс

Рассмотрим прохождение прямоугольного видеоимпульса через согласованный фильтр. Рассмотрим два случая: длительность T 10 и 30 мс. Результаты работы программы приведены соответсвенно но рис. 11 и 12.

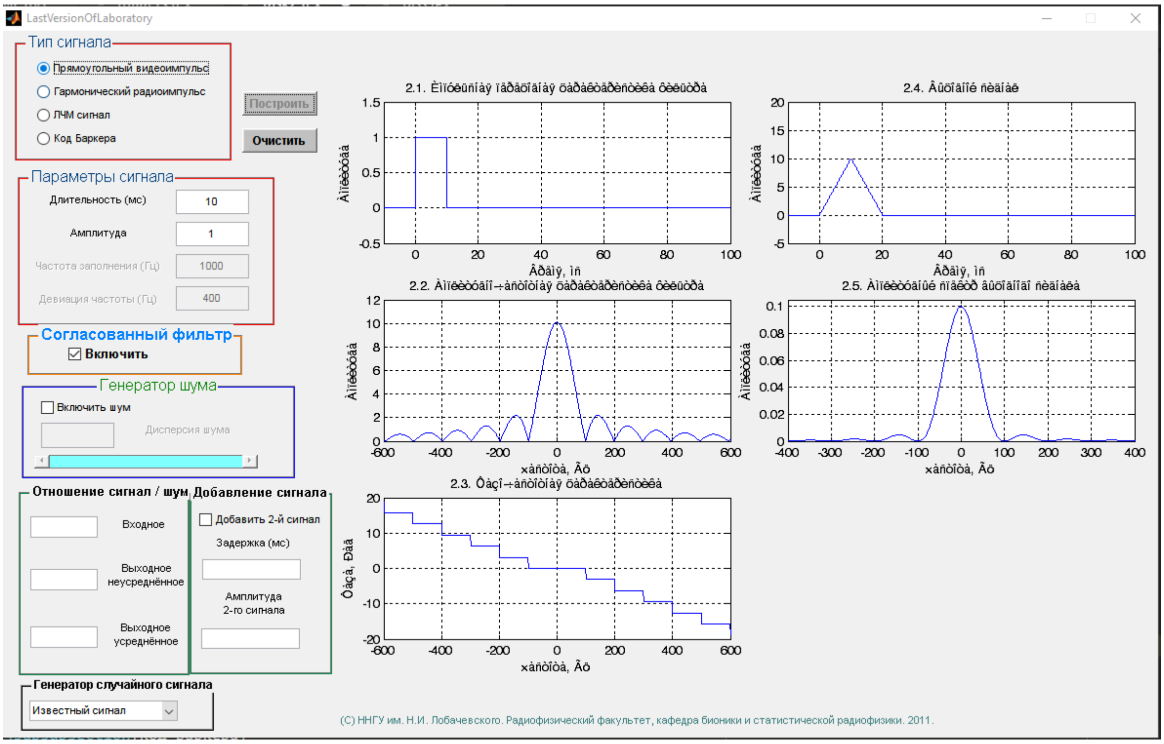

Рис. 11: Прямоугольный видеоимпульс, пропущенный через согласованный фильтр, $T = 10$ мс

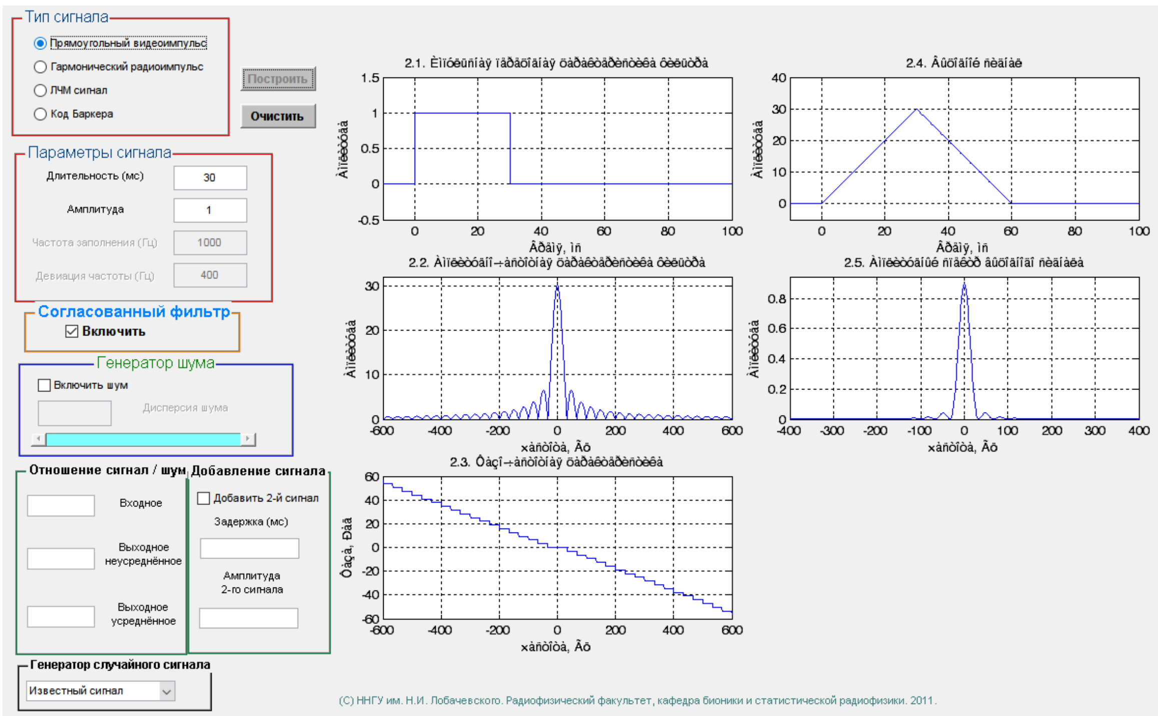

Рис. 12: рямоугольный видеоимпульс, пропущенный через согласованный фильтр, $T = 30$ мс

1. При увеличении длительности входного сигнала, длительность выход-

ного сигнала также увеличивается, а амплитудный спектр выходного сигнала сужается.

2. Определим базу выходного сигнала.

$$B_{10ms} = T \cdot \Delta f \simeq 20 \cdot 10^{-3} \cdot 90 = 1.8$$

$$B_{30ms} = T \cdot \Delta f \simeq 60 \cdot 10^{-3} \cdot 30 = 1.8$$

База выходного сигнала больше базы входного.

2.2.2 Прямоугольный видеоимпульс с гармоническим заполнением

Пропустим через согласованный фильтр радиоимпульс с чатотой заполнения 500 Гц, и длительностью 10 и 30 мс. Результаты приведены на рис. 13 и 14 соответственно.

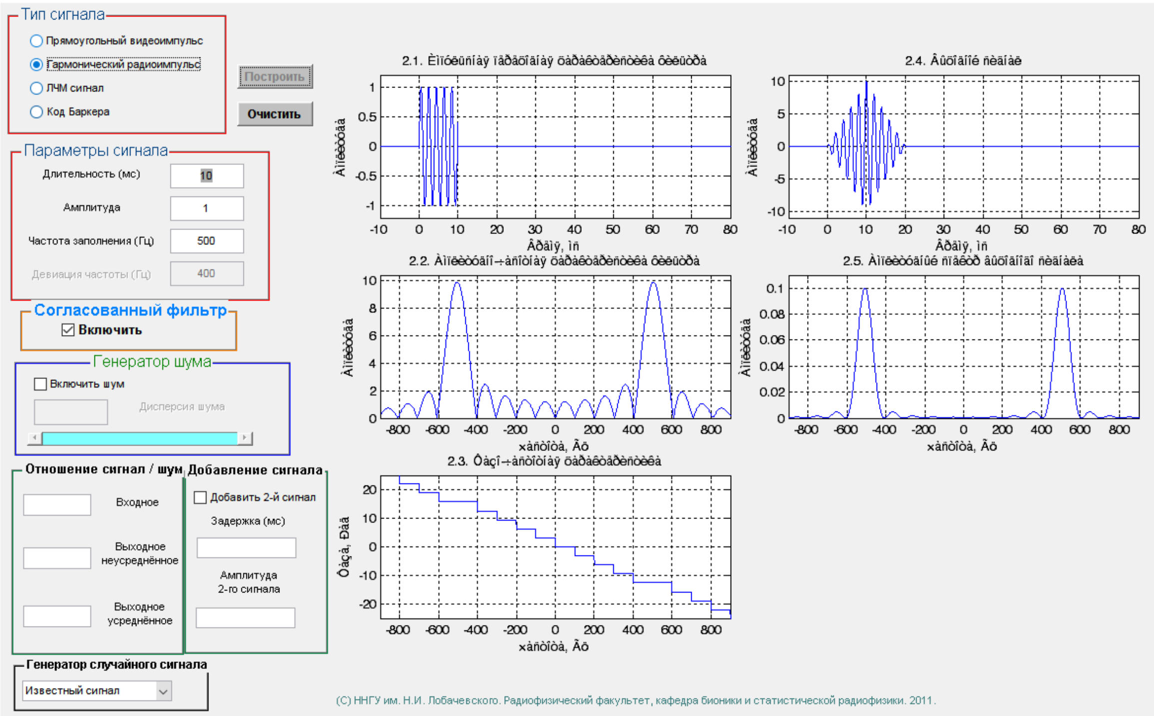

Рис. 13: 10 мс

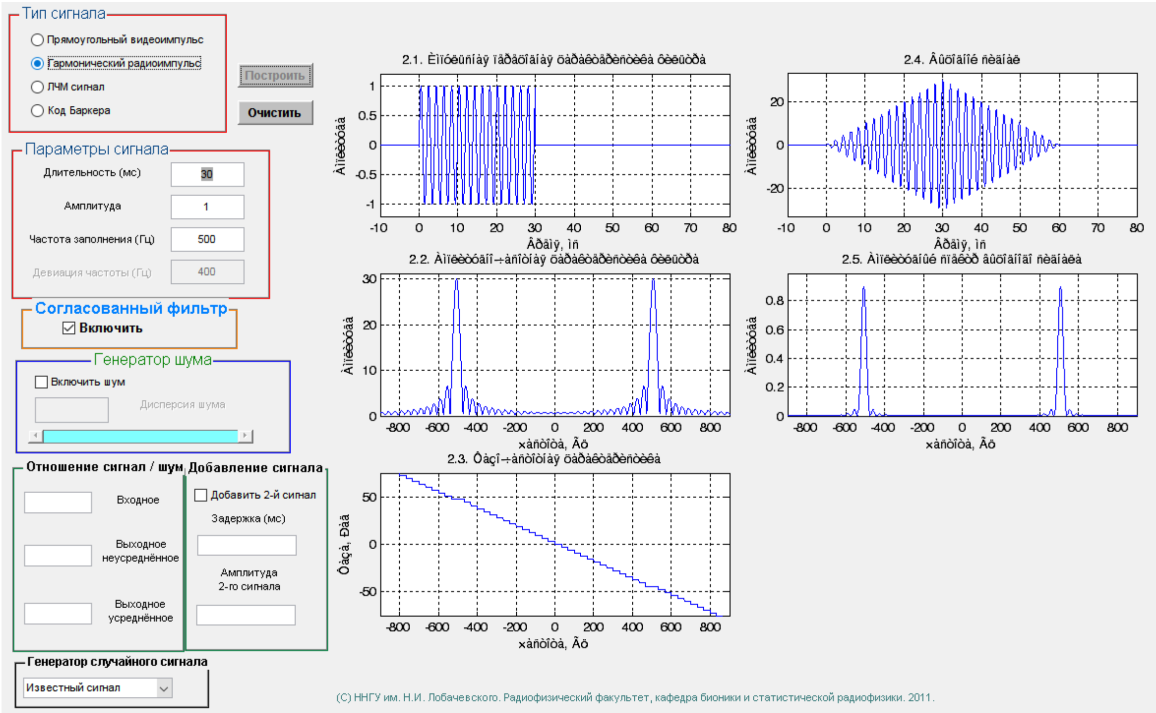

Рис. 14: 30 мс

Результаты анализа радиоимпульса аналогичны результатам для видеоимпульса:

1. При увеличении длительности входного сигнала, длительность выходного сигнала также увеличивается, а амплитудный спектр выходного сигнала сужается.

2. Определим базу выходного сигнала.

$$B_{10ms} = T \cdot \Delta f \simeq 20 \cdot 10^{-3} \cdot 80 = 1.6$$

$$B_{30ms} = T \cdot \Delta f \simeq 60 \cdot 10^{-3} \cdot 25 = 1.5$$

   База выходного сигнала больше базы входного.

2.2.3 ЛЧМ сигнал

Далее рассмотрим ЛЧМ сигнал. Зададим длительность сигнала 100мс, частоту заполнения 1000 Гц, а девиацию возьмем равной 500 и 1000 Гц. Результаты приведены на рис. 15 и 16 соответственно.

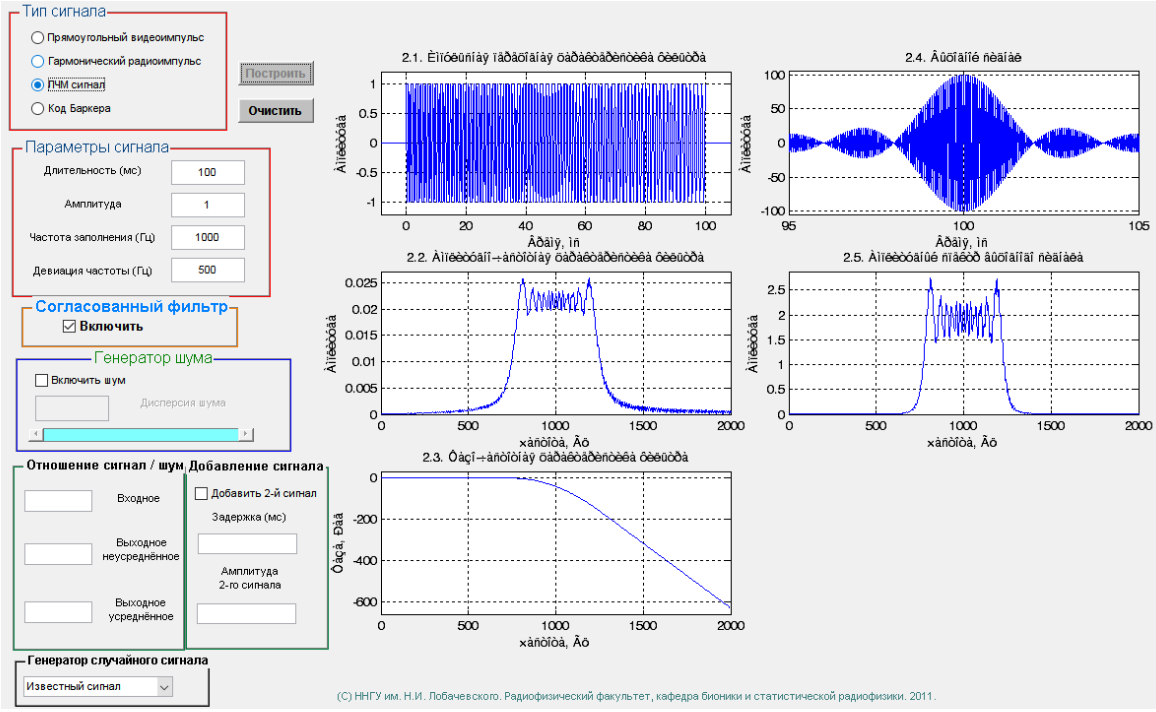

Рис. 15: Девиация 500 Гц

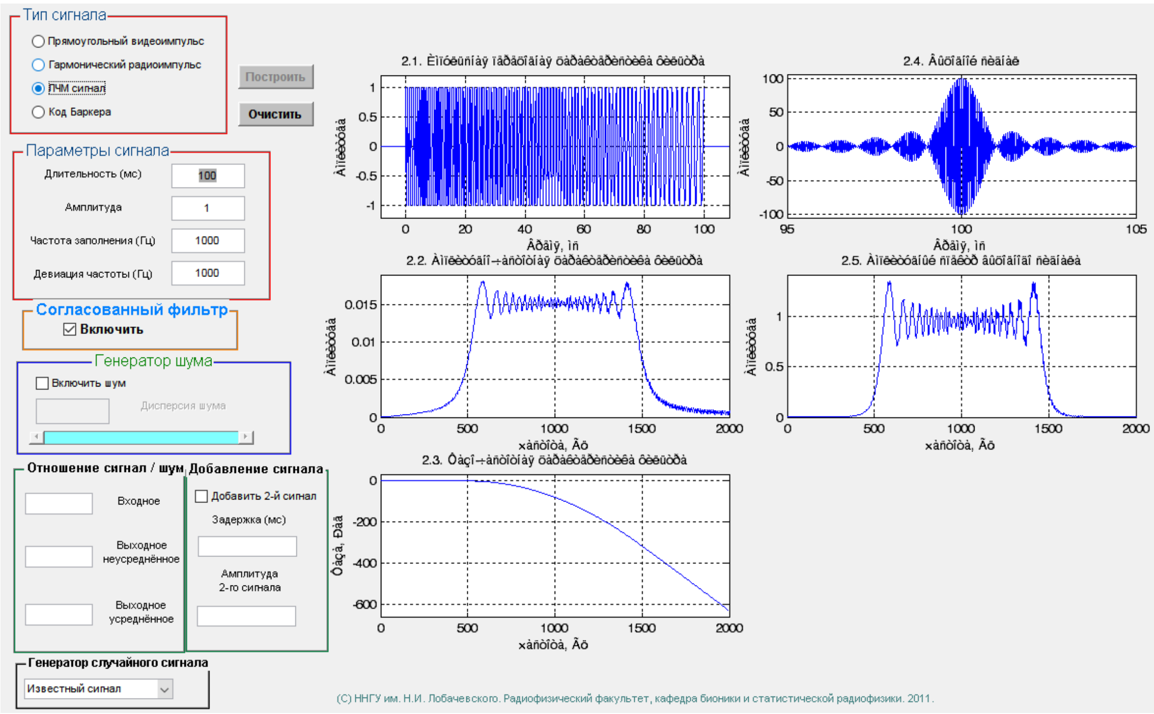

Рис. 16: Девиация 1000 Гц

Импульсная характеристика перешла в ЛЧМ-колебание с зеркальной по отношению к сигналу модуляцией.

1. Сравним длительности входного и выходного сигналов. Эффективная длительность выходного сигнала составляет 4 мс, при этом она не зависит от длительности входного сигнала. Это происходит из-за сжимающих свойств фильтра, и того факта что ЛЧМ сигнал является сложным сигналом. В данном случае он обладает базой $B \simeq 50$, что мы и наблюдаем при уменьшении длительность выходного сигнала в $\sim B$ раз.

   При увеличении величины девиации, эффективная длительность выходного сигнала уменьшилась в два раза, составляя 2 мс. Амплитудный спектр при этом не изменился.

2. Определим базу выходного сигнала.

$$B_{500Hz} = T \cdot \Delta f \simeq 4 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 2$$

$$B_{1000Hz} = T \cdot \Delta f \simeq 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 2$$

   База выходного сигнала меньше базы входного, за счет сильного уменьшения длительности и сохранения спектра.

2.2.4 Код Баркера

Далее рассмотрим код Баркера. Зададим длительность сигнала равной 13 с и 26 с. Результаты приведены на рис. 17 и 18 соответственно.

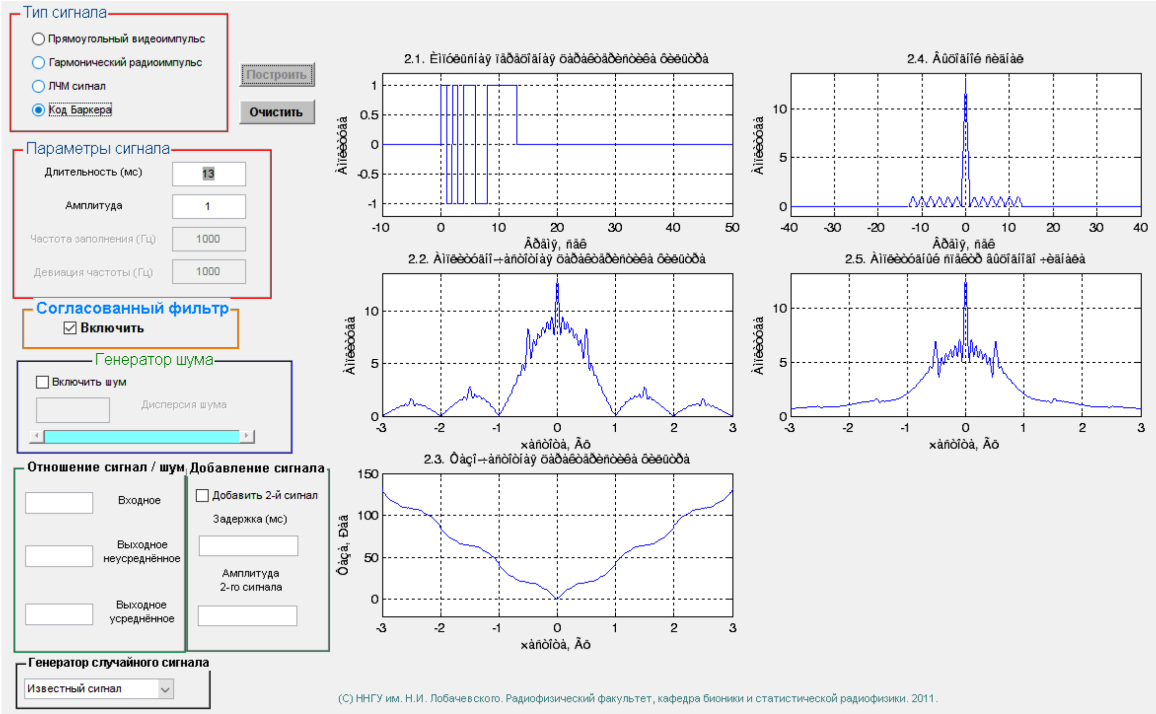

Рис. 17: 13 с

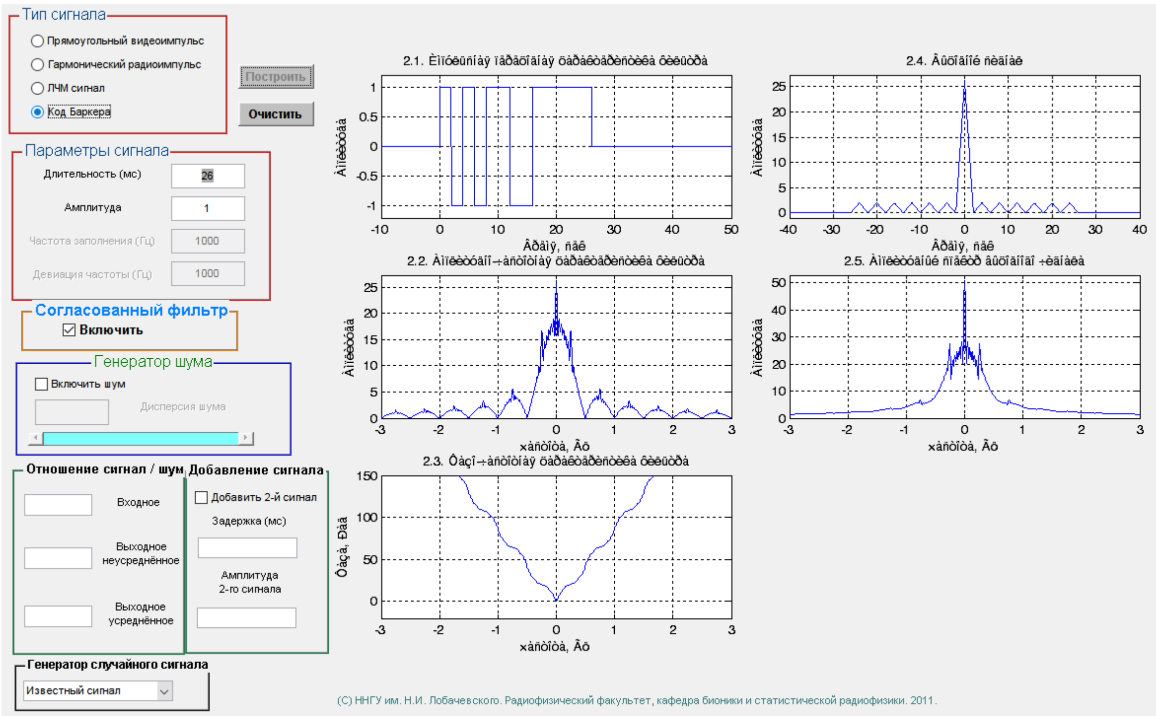

Рис. 18: 26 с

1. При длительности входного сигнала в 13 с, эффективная длительность выходного сигнала составляет 26 с. При этом при увеличении длитель-

ности входного сигнала до 26 с, длительность выходного также увеличилась в два раза.

2. Определим базу выходного сигнала.

$$B_{13s} = T \cdot \Delta f \simeq 2 \cdot 26 = 52$$

$$B_{26s} = T \cdot \Delta f \simeq 2 \cdot 52 = 104$$

2.3 Задание 3. Согласованная фильтрация линейно-частотно модулированного сигнала

В этом задании на примере ЛЧМ сигнала подробно исследуются особенности фильтрации сложных сигналов.

Выбрать среднюю частоту заполнения 1000Гц, длительность ЛЧМ сигнала менять в пределах от 10мс до 100мс девиацию частоты изменять от 400Гц до 1000Гц

Пропустить ЛЧМ сигнал через согласованный фильтр. Качественно проанализировать, чем определяются основные параметры выходного сигнала: величина его максимума и степень укорочения сигнала, временное положение максимума. Получить и построить графики следующих зависимостей, оставляя среднюю частоту неизменной:

Задание 3 *Текст Ильи*

1) Максимум выходного сигнала достигается в момент окончания входного сигнала, соответственно, чем длинне входной сигнал тем позже наступит пик выходного. Расстояние между нулем амлпитуды и ее максимумом не зависит от длительности входного сигнала.

При изменении девиации частоты входного сигнала не меняется положение максимума амплитуды во времени, но меняется длительность между пиковым и нулевым значением амплитуды.

2) При увеличении длительности сигнала прямо пропорционально возрастает амплитуда сигнала на выходе.

Изменение девиации частоты на амплитуду не виляет.

Сигнал на выходе согласованного фильтра имеет форму корреляционной функции полезного сигнала.

Пиковое значение выходного сигнала согласованного фильтра достигается не раньше, чем окончится импульсный сигнал, поступающий на вход фильтра. Иначе невозможно накопить всю энергию входного сигнала для формирования пика на выходе фильтра в момент времени t_0. Увеличение t_0 сверх величины $\tau + T$ не влияет на величину максимума выходного сигнала, а лишь сдвигает его в сторону большего запаздывания. Поэтому имеет смысл выбирать $t_0 = \tau + T$. Тогда максимальное значение выходного сигнала достигается точно в момент окончания входного импульса.

Сигнал $M(t)$ достигает максимального значения в момент t_0, поскольку функция корреляции всегда имеет максимальное значение в нуле $max(\Psi_M(\tau)) = \Psi(0)$. Тогда максимальное значение с точностью до постоянного множителя C_0 равно энергии сигнала: Формула (35)

Сжатие сигнала (его укорочение) прямо пропорционально базе сигнала. В случае ЛЧМ сигнала база сигнала регулируется значением девиации частоты. При увеличении девиации уменьшается τ - характерное время выходного сигнала (см формулу 53). При уменьшении τ увеличивается характерная ширина спектра выходного сигнала (как следствие из Фурье-преобразования). Получаем, что при увеличении девиации сигнала увеличивается его база.

2.4 Задание 4. Зависимость отношения сигнал/шум на выходе согласованного фильтра от параметров входного сигнала

В задании исследуется свойство системы с согласованным фильтром при различных параметрах ЛЧМ сигнала: девиации частоты $\Delta f_{\text{дев}}$ и длительности сигнала τ.

2.4.1 Изменяющаяся длительность ЛЧМ сигнала

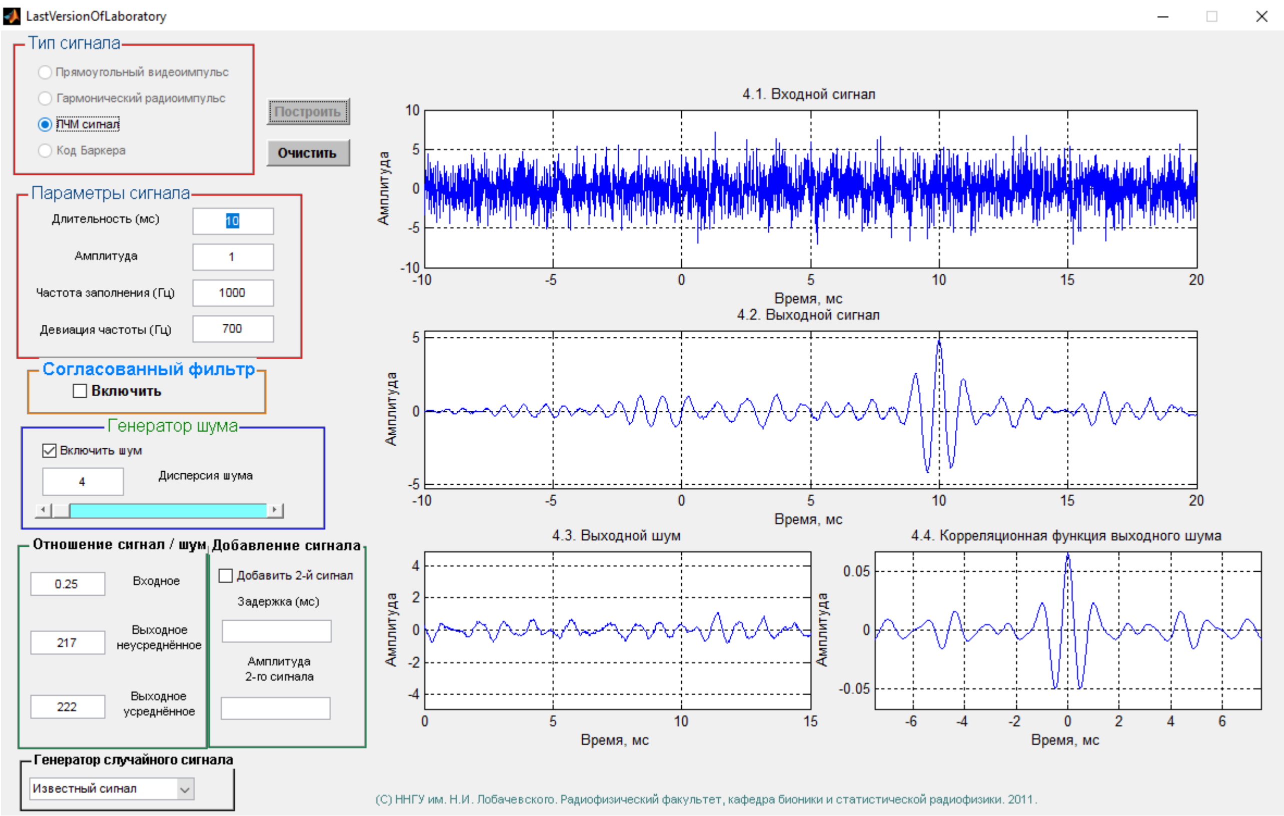

Рис. 19: Панель виртуального прибора для задания 4.

Установили девиацию частоты $\Delta f_{\text{дев}} = 700$ Гц и изменяли длительность в пределах 10 мс – 100 мс.

Был проведен эксперимент, в котором для нескольких реализаций виртуальным прибором[1] вычислялось усредненное и неусредненное отношение сигнал/шум. Получившееся облако точек представлено на рис.20.

[1] Виртуальному прибору – виртуальный студент

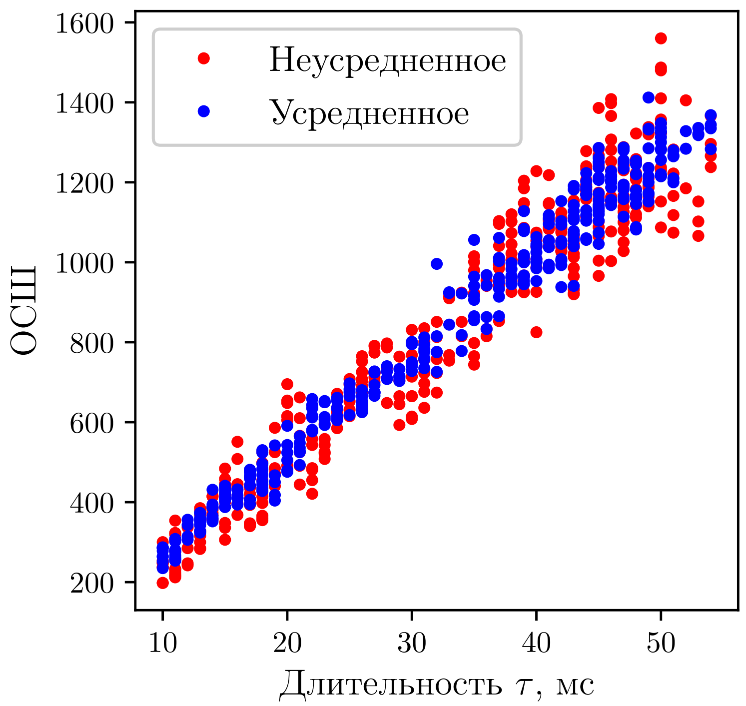

Рис. 20: Облако значений зависимости ОСШ от длительности τ ЛЧМ сигнала. Красными точками на графике отмечено ОСШ посчитанное по одной реализации, синими точками – ОСШ усредненное за 10 реализаций

Между реализациями, полученными при одинаковом значении длительности τ усреднялись, вычислялось среднее значение и формировалась усредненная функция $\overline{\text{ОСШ}}$. Зависимость усредненного $\overline{\text{ОСШ}}(\tau)$ от длительности сигнала представлена на рис. 21.

2.4.2 Изменяющаяся девиация частоты ЛЧМ сигнала

Установили длительность сигнала $\tau = 50$ мс и изменяли девиацию в пределах 400 Гц - 1000 Гц.

Для одной реализации сигнала виртуальным прибором вычислялось отношение сигнал/шум. Получившаяся зависимость приведена на рис. 22.

2.4.3 Анализ экспериментальных данных

Стоит обратить внимание на то, что шум из дельта-коррелированного превратился в сигнало-подобный. Это связано со способом фильтрации: оптимальный фильтр пропускает гармоники, соответствующие спектру сигнала.

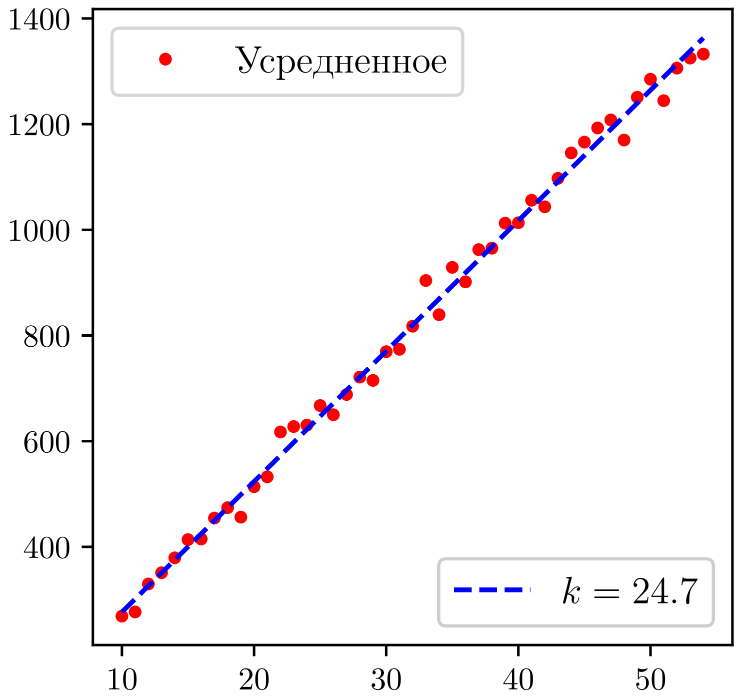

Рис. 21: Усредненная зависимость $\overline{\text{ОСШ}}$ от длительности τ ЛЧМ сигнала. Усреднение производилось по 100 реализациям для каждого значения длительности сигнала. Сплошной линией показана линейная аппроксимация получившейся зависимости. Коэффициент k обозначает коэффициент наклона прямой

В [?] показано, что мощность СПМ шума на выходе коррелятора будет равна

$$S_\eta(\omega) = |K(j\omega)|^2 S_\xi(\omega), \text{ где}$$

$S_\xi(\omega)$ – спектральная плотность мощности шума на входе в систему $|K(j\omega)|$ – коэффициент передачи согласованного фильтра.

Как известно максимальное ОСШ на выходе линейной системы можно представить в виде

$$\rho_{\text{вых}} \leq \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{|C_m(j\omega)|^2}{S_\xi(\omega)} \mathrm{d}\omega, \text{ где} \tag{2}$$

$C_m(j\omega)$ – амплитудный спектр сигнала, . Поскольку в данной работе модель шума выбрана белой, то $S_\xi(\omega) = \langle\xi\rangle$, где $\langle\xi\rangle$ – дисперсия белого шума.

Из теории также известно, что амплитудный спектр ЛЧМ-импульса с

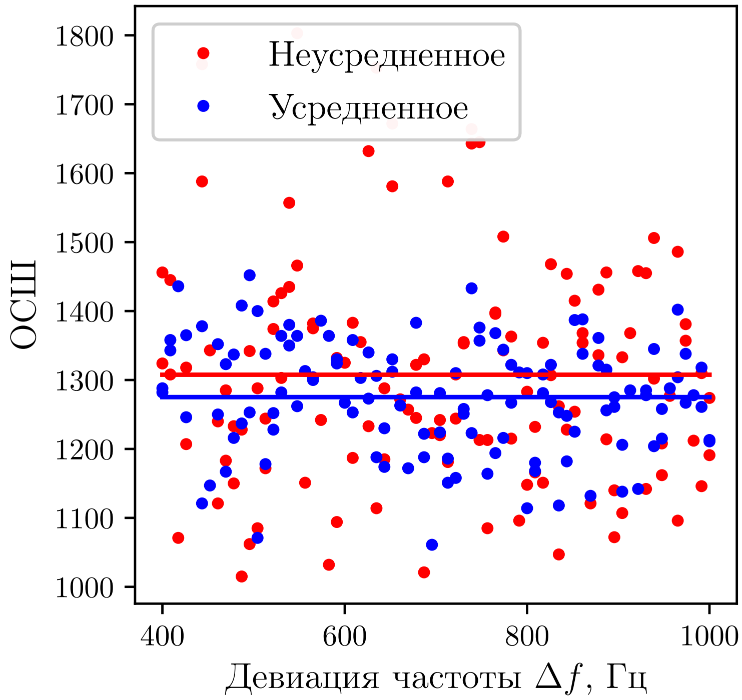

Рис. 22: Облако значений ОСШ от девиации частоты Δf ЛЧМ сигнала. Усреднение производилось по 10 реализациям для каждого значения ОСШ

большой базой $B = \frac{\tau|\Delta f_{\text{дев}}|}{2\pi} \gg 1$ можно считать прямоугольным и равным

$$|C_m(j\omega)|^2 = \frac{\varepsilon_m}{2\Delta f_{\text{дев}}} = \frac{\tau}{4\Delta f_{\text{дев}}}, \text{ при } \omega_0 - \frac{\Delta f_{\text{дев}}}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta f_{\text{дев}}}{2}$$

Интегрируя выражения (2) получаем

$$\rho_{\text{вых}} \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\tau}{4} \tag{3}$$

Из (3) следует, что ОСШ линейно зависит только от длительности импульса на выходе системы. Это и подтверждают экспериментальные графики рис. 21 и рис. 22

2.5 Задание 5. Разрешение во времени простых и сложных сигналов при согласованной фильтрации.

Проанализируем разрешение сигналов во времени при использовании согласованного фильтра. Качественно можно считать, что сигналы разрешены, если их максимумы отстоят не менее, чем на величину длительности сигнала.

Отметим, что если величина временной задержки больше длительности сигнала, то входные сигналы разнесены по времени, и уже считаются разрешенными. Поэтому, в дальнейшем будем рассматривать задержки величиной до длительности сигнала.

2.5.1 Прямоугольный видеоимпульс

Проводились измерения при значениях длительности сигналов $T = 10, 20, 40$ мс. Пример суперпозиции сигналов, а также выход с фильтра приведены на рис. 23.

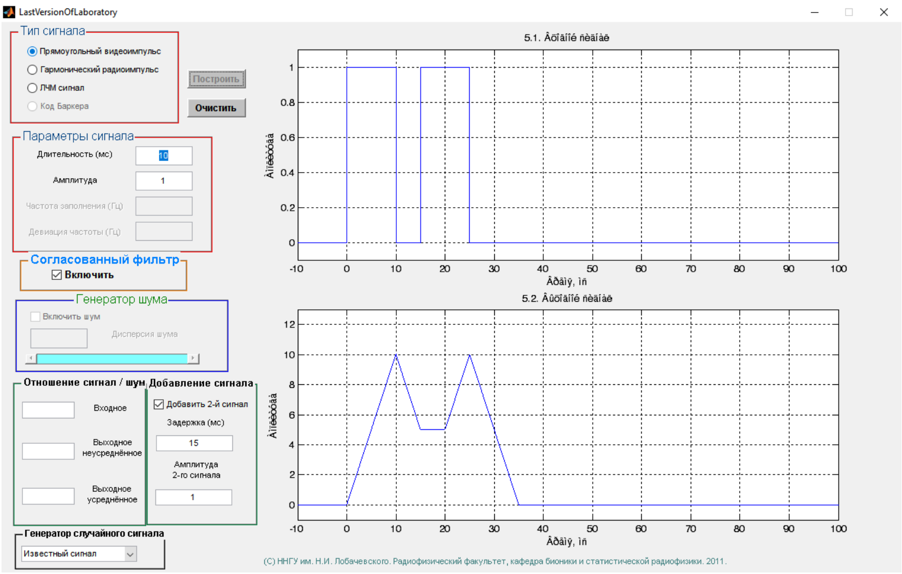

Рис. 23: Прямоугольный видеоимпульс. Длительность 10 мс, задержка 15 мс

При длительности импульса 10 мс, качественно, сигналы стали различимы при задержке в 11 мс - появились явные разделенные пики, по которым можно различить два сигнала. Однако при задержке в 11 мс, как было сказано раньше, наступает разделение сигналов на входе.

Если задержка между сигналами равна длительности первого сигнала, то два входных прямоугольных видеоимпульса сливаются в один, длительность которого становится равной 20 мс, и на входе фильтра эти сигналы не разрешены, и на выходе согласованного фильтра наблюдается только один выходной сигнал - сигналы не разрешены.

Использование согласованной фильтрации не позволяет разрешить два прямоугольных видеоимпульса подданных неразрешенными на вход фильтра.

2.5.2 ЛЧМ сигнал

Далее исследовался ЛЧМ сигнал с частотой заполнения $f = 3000$ Гц, девиацией $\Delta f = 200, 400, 800$ Гц, одинаковыми амплитудами, и длительностью $T = 10, 20, 40$ мс. ЛЧМ сигналы это сложные сигналы, чья база B много больше единицы: $B = T \cdot \Delta f \in [2, 32]$

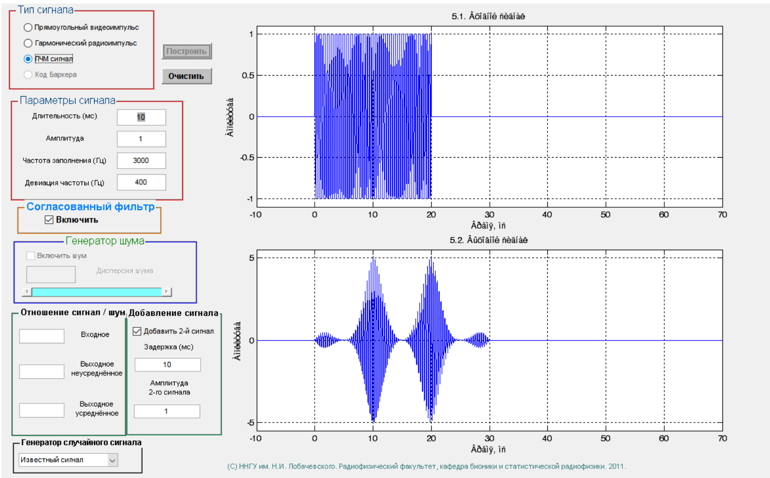

Рис. 24: ЛЧМ сигнал, $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, $\Delta t = 10$ мс

Рассмотрим сигналы с одинаковой амплитудой и длительностью. На рис. 24 приведены осциллограммы входного и выходного сигнала, длительностью $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, значение задержки $\Delta t = 10$ мс. На входе сигналы не разрешены - они сливаются в один сигнал длительностью 20 мс, однако на выходе согласованного фильтра наблюдается два разнесенных по времени пика.

Так происходит, потому что эффеткивная длительность сигнала уменьшается в B раз при прохождении согласованного фильтра. Таким образом, эффективная длительность каждого сигнала на выходе:

$$T_{eff} = \frac{T}{B} = \frac{1}{\Delta f} = \frac{10}{4} = 2.5\text{мс}$$

В случае, когда задержка меньше длительности, например $\Delta t = 5$ мс, на входе сигналы перекрываются (см. рис. 25). При этом на выходе согласованного фильтра все также наблюдаются два отчетливо разнесенных отклика.

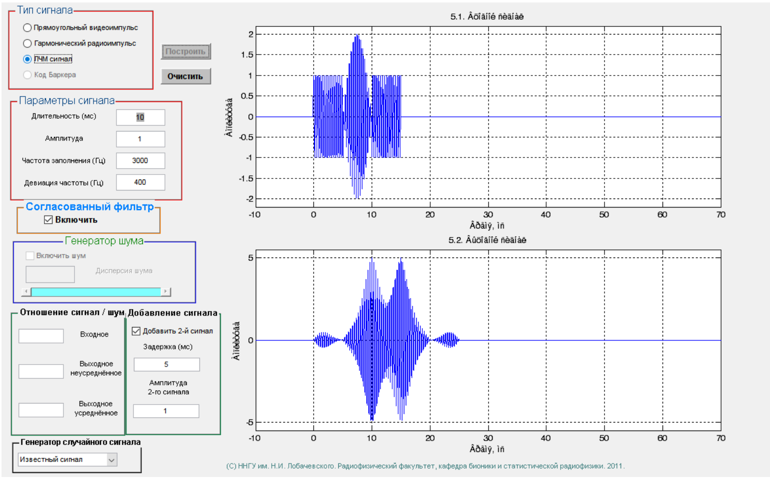

Рис. 25: ЛЧМ сигнал, $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, $\Delta t = 5$ мс

Для сигнала в $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, значение задержки Δt, при котором становятся различимы сигналы, составляет $\Delta t = 6$ мс.

Далее варьировались параметры сигналов и определялось минимальное значение временной задержки сигналов. По результатам измерений была составлена следующая таблица, в которой указаны пороговые значения задержки в мс, при которых сигналы становились различимыми:

Δf, Гц \ T,мс	10	20	30
200	6	6	7
400	3	3.05	3.05
800	1.2	1.1	1.1

Из полученных данных видно, что увеличение длительности сигнала слабо практически не влияет на разрешающую способность, в то время как величина девиации напрямую влияет на разрешающую способность - эффективная длительность сигнала на выходе $T_{eff} = \frac{1}{\Delta f}$. Укорачивая длительность сигналов, они разносятся на выходе, повышая разрешающую способность.

Видно преимущество сложных сигналов - даже слившиеся или перекрытые сигналы можно разрешить, используя согласованный фильтр.

Также рассмотрим сигналы с разной амплитудой. Пусть амплитуда задержанного сигнала меньше основного в ~ 6 раз. Длительность $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, значение задержки $\Delta t = 10$ мс (см. рис. 26).

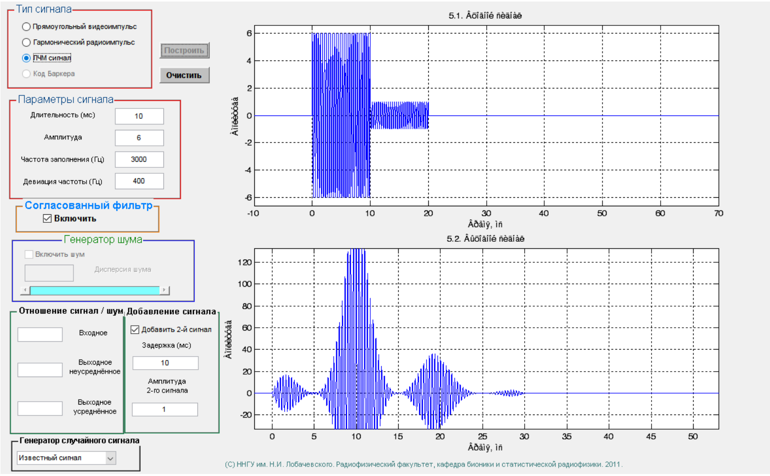

Рис. 26: ЛЧМ сигнал, $T = 10$ мс, $\Delta f = 400$ Гц, $\Delta t = 10$ мс, $A_1 = 6A_2$

На выходе фильтра наблюдается два отклика, разнесенные по времени. Таким образом, сигналы разрешены и на входе (по амплитуде), и на выходе (по времени). Однако стоит отметить, что в данной ситуации отклик второго испульса накладывается на побочный лепесток первичного импульса, и возможна ситуация, при которой сигналы будет невозможно разрешить.

Вывод Используя сложные сигналы, можно обеспечить необходимую разрешающую способность, поскольку проходя через согласованный фильтр, эффективная длительсноть сигнала сокращается в B раз, что бессмысленно в случае с простыми сигналами, которые невозможно различить при задержке меньше длительности.

2.6 Задание 6. Различение сигналов.

3 Вывод

4 Дополнение

Здесь приведены некоторые вопросы, которые разбирались на сдаче отчета