

1. Линейная частотная модуляция

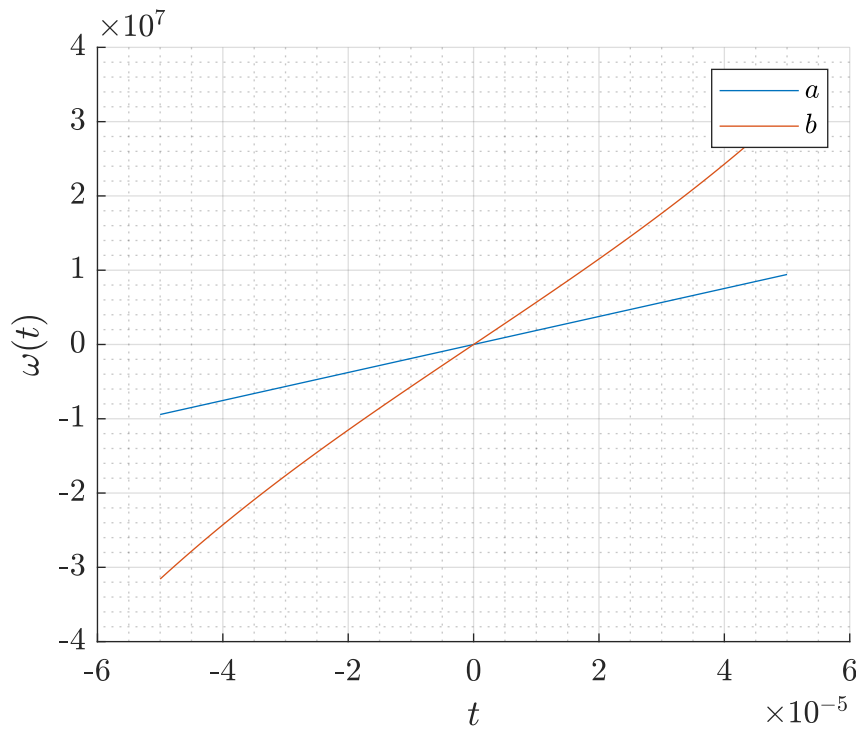


Рис. 1: Различные частотные модуляции: (а) линейная частотная модуляция; (б) нелинейная частотная модуляция.

Рассмотрим сначала линейную зависимость

$$\omega(t) = 2\pi\Delta f = \frac{t}{\tau}, \quad (1)$$

где $\Delta f = 3$ МГц — ширина полосы сигнала, $\tau = 100$ мкс — длительность сигнала (см. рис. 1а).

Целью будет являться выделение сигнала вида $x(t) = \exp\{i\omega(t)t\}$ (см. рис. 3) из статического шума. На практике это означает применение согласованного фильтра, который выполняет операцию свертки случайного сигнала $\xi(t)$ с детерминированным $x(t)$

$$x(t) * \xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\xi^*(t - \tau)d\tau.$$

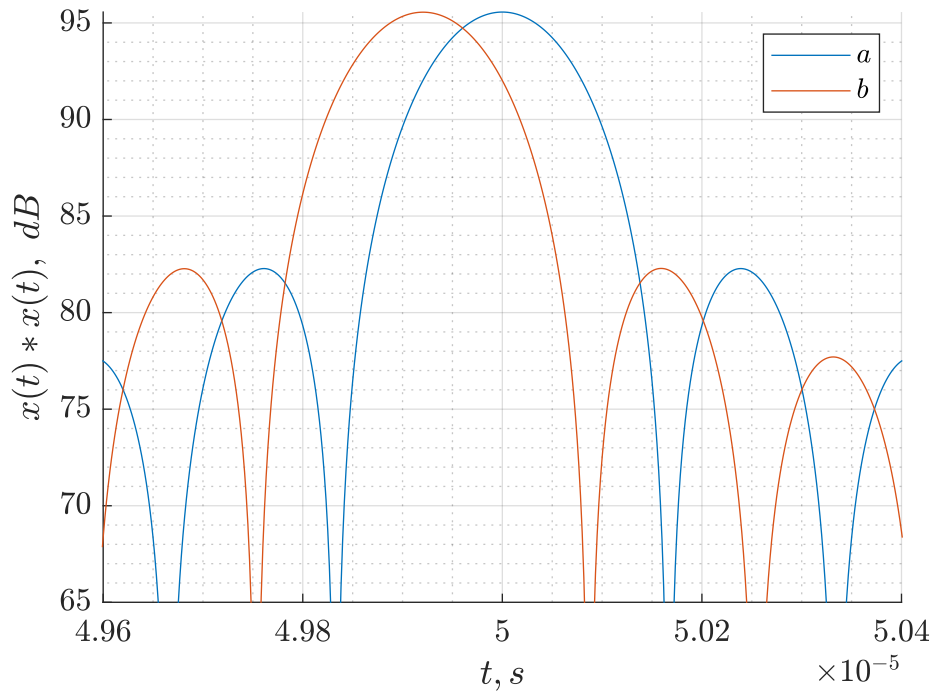


Рис. 2: Свертка детерминированного сигнала $x(t)$ (ЛЧМ) с самим собой. (а) без учета доплеровского смещения; (b) с учетом доплеровского смещения.

Но операция нахождения функции свертки процесс ресурсоемкий, поэтому правильнее воспользоваться теоремой о свертке

$$x(t) * \xi(t) = X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega), \text{ где}$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{i\omega t} dt \equiv \mathfrak{F}\{x(t)\},$$

$$\Xi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t)e^{i\omega t} dt \equiv \mathfrak{F}\{\xi(t)\},$$

перейти в частотную область и считать свертку как обратное Фурье преобразование спектров сигналов

$$x(t) * \xi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \mathfrak{F}^{-1}\{X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega)\}.$$

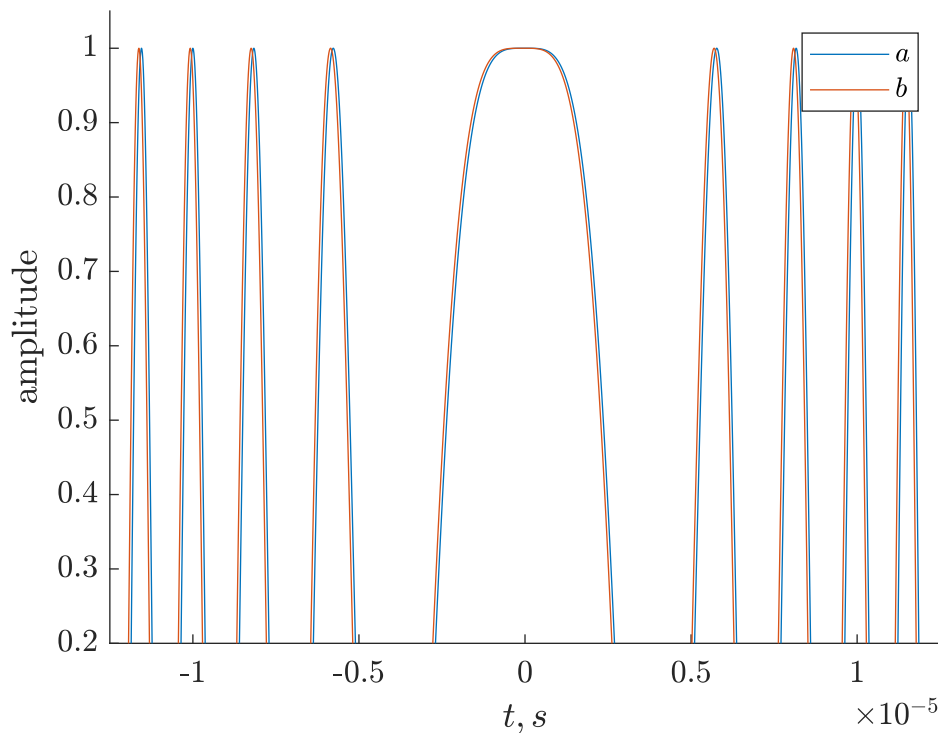


Рис. 3: Детерминированный сигнал $x(t)$ (a) ЛЧМ; (b) НЧМ.

На рис.2а изображена свертка детерминированного сигнала $x(t)$ с самим собой, приведенная к логарифмическому масштабу.

2. Нелинейная частотная модуляция.

Нелинейная частотная модуляция используется для уменьшения высоты боковых лепестков у функции свертки $x(t)*x(t)$. В нашем случае НЧМ принимает вид

$$\omega(t) = 2\pi\Delta f \left(\frac{t}{\tau} + a \sinh \left(a \frac{t}{\tau} \right) \right), \quad (2)$$

где a – коэффициент нелинейности. В предельном случае $a = 0$ формула (2) вырождается в формулу (1).

Свертка для нелинейного случая изображена на рис. 4.

Как видно из рис. 4 боковые лепестки стали меньше, по сравнению с рис. 2 примерно на 5 дБ.

Также, на рис. 4b можно заметить что при учете доплеровского смеще-

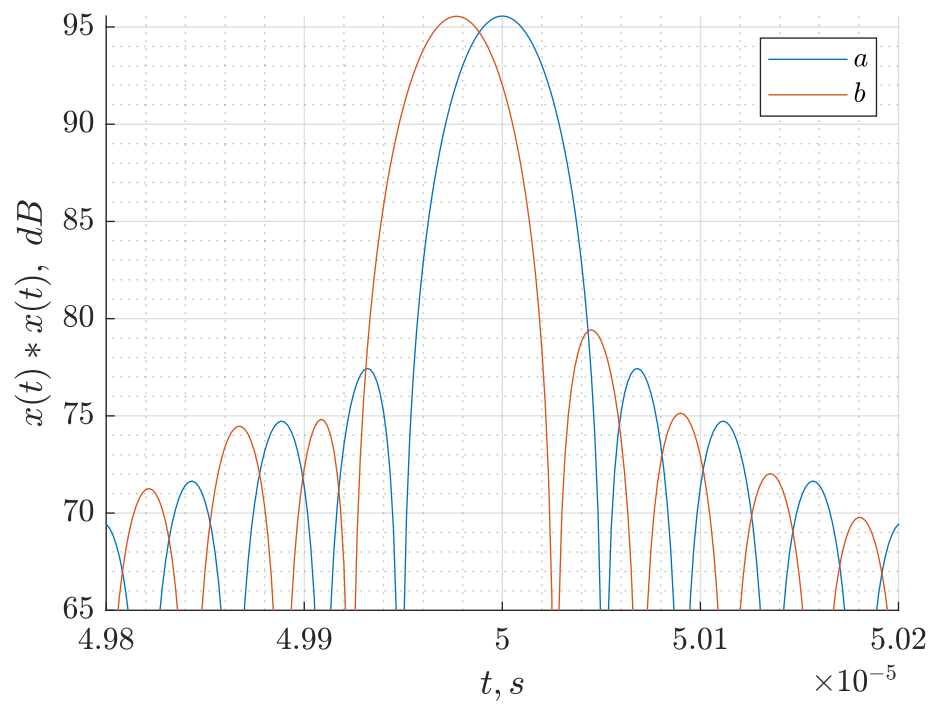


Рис. 4: Свертка детерминированного сигнала $x(t)$ (НЧМ) с самим собой. (а) без учета доплеровского смещения; (б) с учетом доплеровского смещения.

ния график стал асимметричным: левый лепесток на 4 дБ слабее правого.