1. Введение

Я создал репозиторий для удобства https://github.com/kannab98/radiolocation. Надеюсь, проблем с кодировками и путями в *.m файлах не возникнет.

Кстати, разобрался почему прошлая моя программа не запустилась на вашем компьютере: поддержка внутрискриптовых функций была добавлена лишь в версии R2016a.

Параметры

$$\tau = 100 \text{ мкс} - \text{длительность сигнала}$$
$$\Delta f = 3 \text{ МГц} - \text{ширина полосы}$$
$$f_{\text{допп}} = 0.01 \cdot \Delta f - \text{допплеровское смещение}$$
$$a = 1 - \text{коэффициет нелинейности}$$

Вопросы

- Верная ли функция взята для НЧМ?
- Действительно ли должно быть смещение свертки по оси времени при учете допплеровского смещения?

2. Линейная частотная модуляция

Рассмотрим сначала линейную зависимость

$$\omega(t) = 2\pi\Delta f = \frac{t}{\tau}, \tag{1}$$

где $\Delta f = 3$ МГц – ширина полосы сигнала, $\tau = 100$ мкс – длительность сигнала (см. рис. 2a).

Целью будет являться выделение сигнала вида $x(t) = \exp\{i\omega(t)t\}$ (см. рис. 3) из статического шума. На практике это означет применение согласованного фильтра, который выполняет операцию свертки случайного сигнала

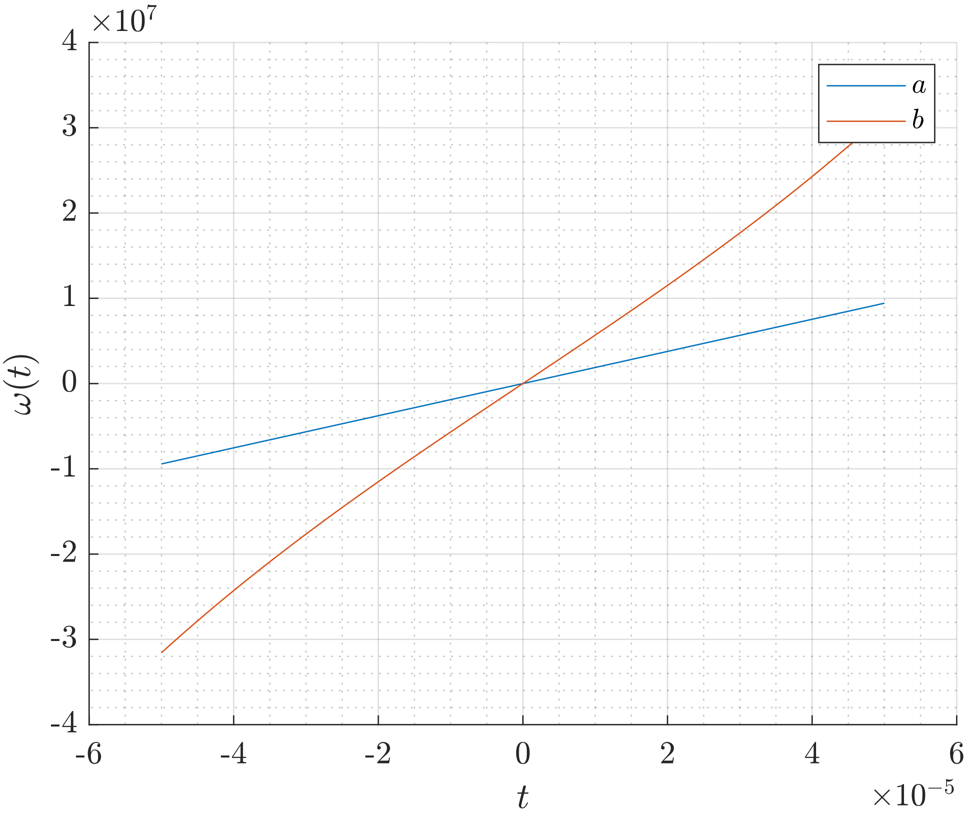

Рис. 1: Различные частотные модуляции: (a) линейная частотная модуляция; (b) нелинейная частотная модуляция.

$\xi(t)$ с детерменированным $x(t)$

$$x(t) * \xi(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\xi^*(t-\tau)\mathrm{d}\tau.$$

Но операция нахождение функции свертки процесс ресурсоемкий, поэтому правильнее воспользовавшись теоремой о свертке

$$x(t) * \xi(t) = X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega), \text{ где}$$

$$X(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{i\omega t}\,\mathrm{d}t \equiv \mathfrak{F}\{x(t)\},$$

$$\Xi(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \xi(t)e^{i\omega t}\,\mathrm{d}t \equiv \mathfrak{F}\Big\{\xi^{(}t)\Big\},$$

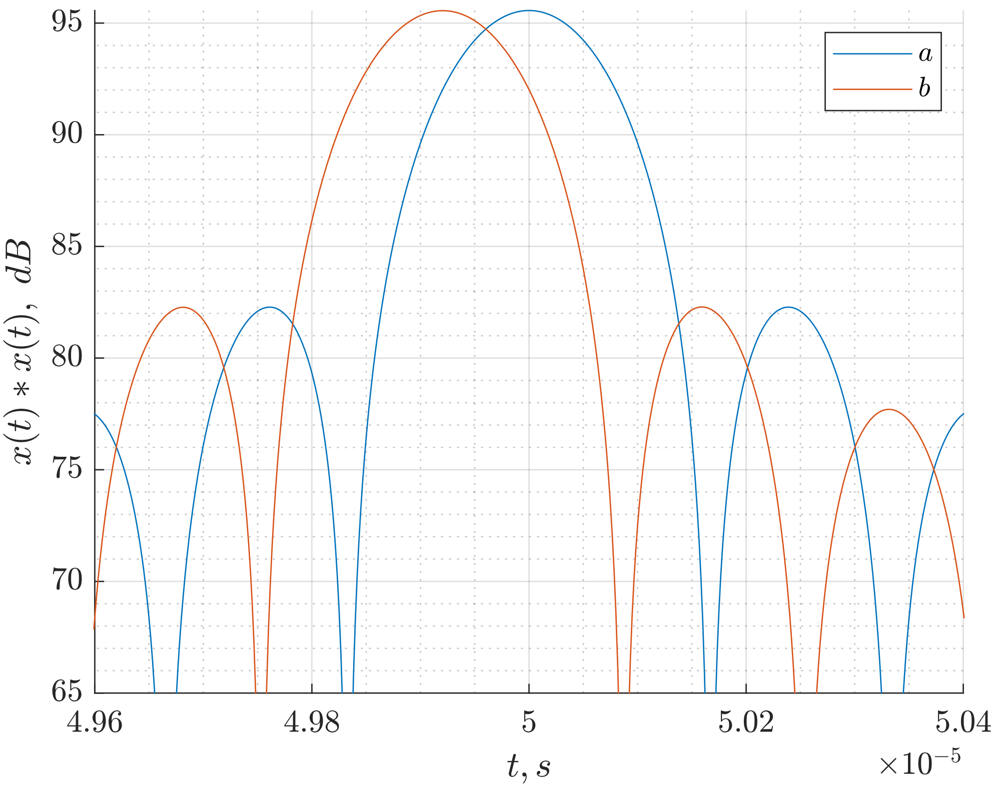

Рис. 2: Свертка детерменированного сигнала $x(t)$ (ЛЧМ) с самим собой. (a) без учета допплеровского смещения; (b) с учетом допплеровского смещения.

перейти в частотную область и считать свертку как обратное Фурье преобразование спектров сигналов

$$x(t) * \xi(t) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega) e^{-i\omega t} \mathrm{d}\omega = \mathfrak{F}^{-1}\{X(\omega) \cdot \Xi^*(\omega)\}.$$

На рис.2a изображена свертка детерменированного сигнала $x(t)$ с самим собой, приведенная к логарифмическому масштабу.

3. Нелинейная частотная модуляция.

Нелинейная частотная модуляция спользуется для уменьшения высоты боковых лепестков у функции свертки $x(t)*x(t)$. В нашем случае НЧМ принимает вид

$$\omega(t) = 2\pi\Delta f \left(\frac{t}{\tau} + \cdot \sinh\left(a\frac{t}{\tau} \right) \right), \tag{2}$$

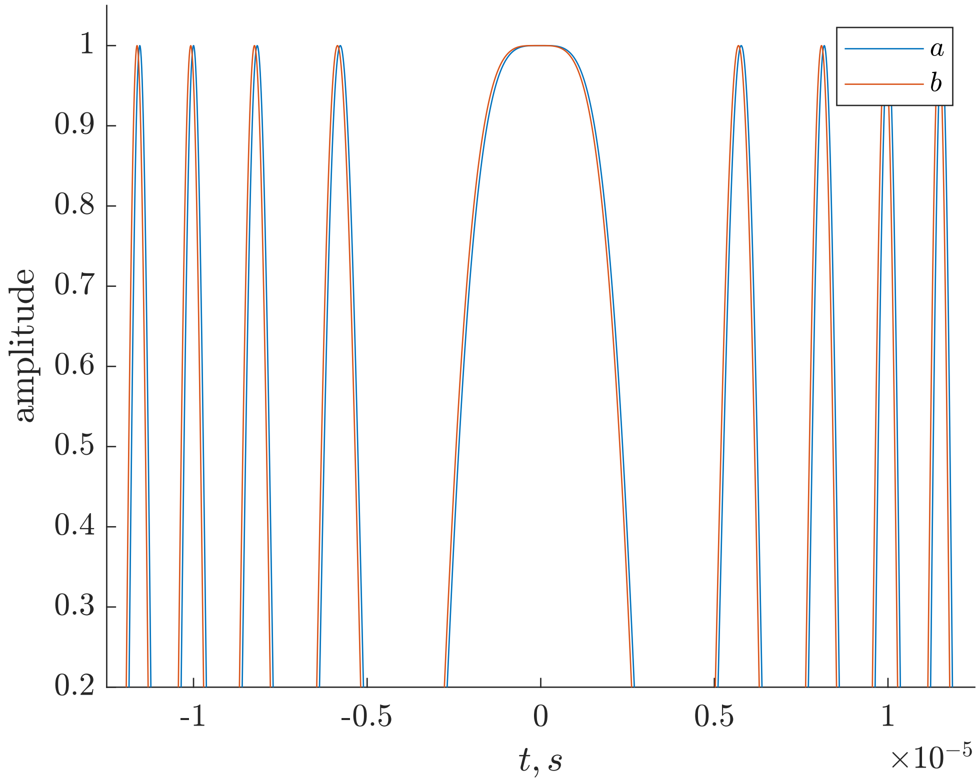

Рис. 3: Детерменированный сигнал $x(t)$ (a) ЛЧМ; (b) НЧМ.

где a – коэффициеент нелинейности. В предельном случае $a = 0$ формула (2) выродится в формулу (1).

Свертка для нелинейного случая изображена на рис. 4.

Как видно из рис. 4 боковые лепестки стали меньше, по сравнению с рис. 2 примерно на 5 дБ.

Также, на рис. 4b можно заметить что при учете допплеровского смещения график стал асимметричным: левый лепесток на 4 дБ слабее правого.

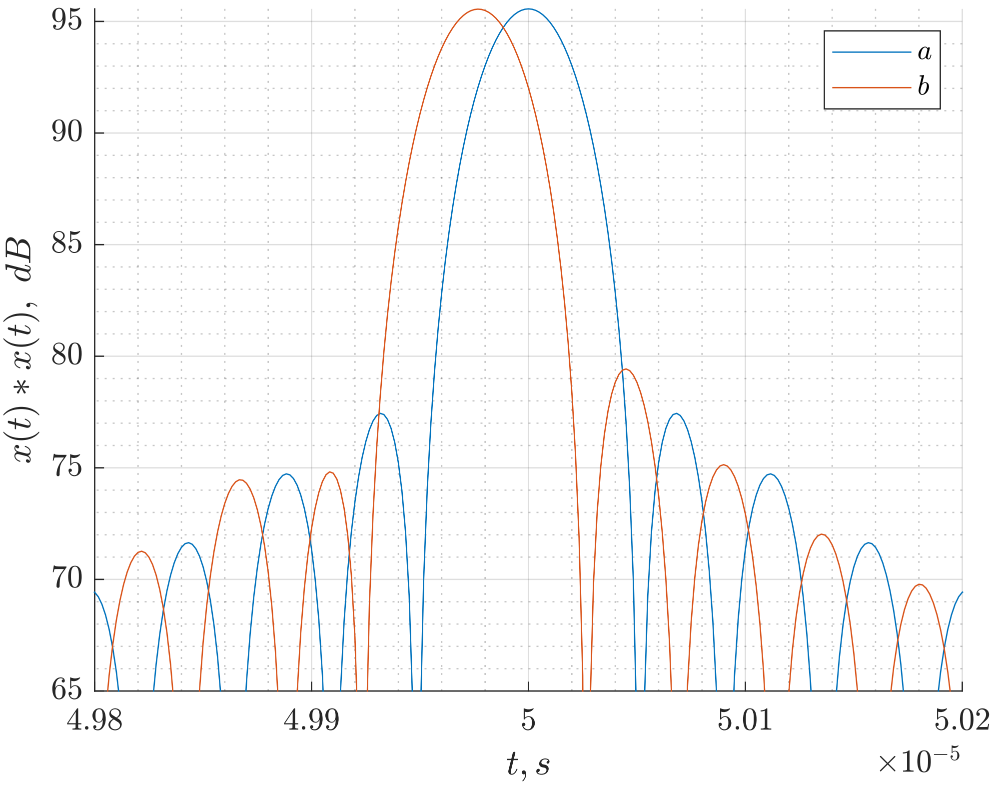

Рис. 4: Свертка детерменированного сигнала $x(t)$ (НЧМ) с самим собой. (a) без учета допплеровского смещения; (b) с учетом допплеровского смещения.