Численное моделирование морской поверхности

Понур К.А.[1], Караев В.Ю.[2], Рябкова М.С.[2]

[1] Нижегородский Государственный Университет им. Н.И. Лобачевского
[2] Институт Прикладной Физики Российской Академии Наук

Введение

Для изучения и мониторинга состояния морской поверхности активно используются радиолокаторы. Благодаря орбитальным скаттерометрам измеряется поле приводного ветра в Мировом океане, радиовысотомеры измеряют высоту значительного волнения и средний уровень морской поверхности. Для обнаружения разливов нефти и нефтепродуктов активно используются радиолокаторы с синтезированной апертурой.
Современные достижения в радиолокационном зондировании базируются на результатах исследования рассеяния электромагнитных волн морской поверхностью. Тем не менее, остается ряд нерешенных вопросов по моделям рассеяния. Также, существующие радиолокационные системы не всегда позволяют получить необходимую информацию о состоянии приповерхностного слоя океана, что обуславливает необходимость совершенствования измерительной аппаратуры.
На этапе поиска оптимальной схемы измерения необходимо оценить вклад в спектральные и энергетические характеристики отраженного сигнала параметров волнения, течений, поверхностных пленок. Численное моделирование является мощным инструментом, позволяющим решать эти задачи.

Моделирование

Рассмотрим задачу моделирования морской поверхности по заданному спектру волнения.
Спектр двумерного волнения представим в виде функции с разделяющимися переменными (см. рис. 1):

$$S(\vec{k}) = S(k)\Phi(\phi),\ \ k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2},\ \ \phi = \operatorname{arctg}\frac{k_x}{k_y},\quad \int\limits_{-\pi}^{\pi} \Phi(\phi)\,\mathrm{d}\phi = 1.$$

Поверхность представим как сумму гармоник с детерменированными амплитудами и случайными фазами

$$\zeta(\vec{r},t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} A_n(k_n)\cdot\Phi_{nm}(\phi_m)\cos\Big(\omega_n t + \vec{k}_n\vec{r} + \psi_{nm}\Big),$$

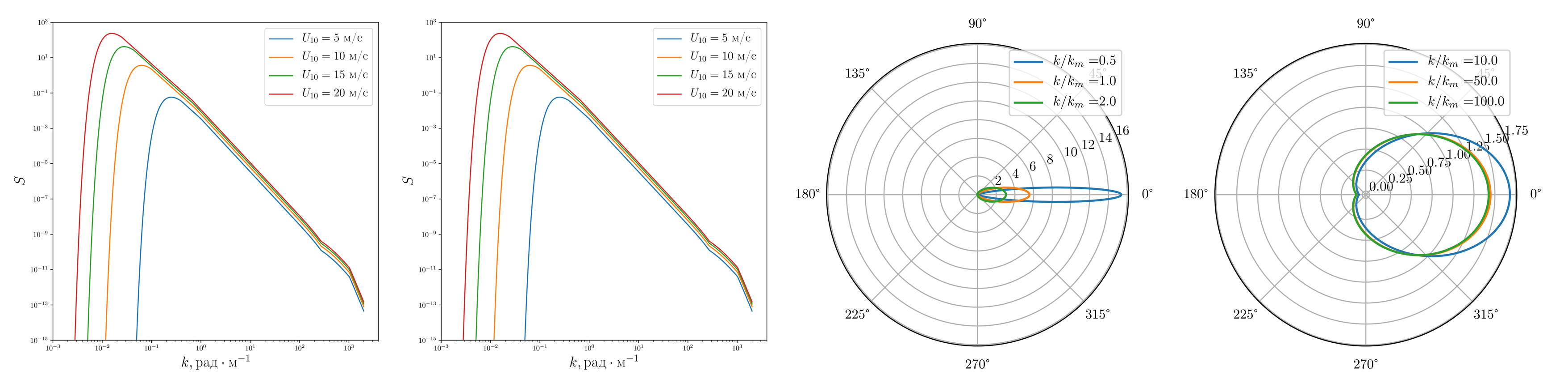
Амплитуда, которая является мощностью на интервале Δk_n, вычисляется по спектру моделируемой поверхности

$$A_n(k_n) = \sqrt{\int\limits_{(\Delta k_n)} 2S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Φ_{nm} – азимутальное распределение, вычисляемое следующим образом:

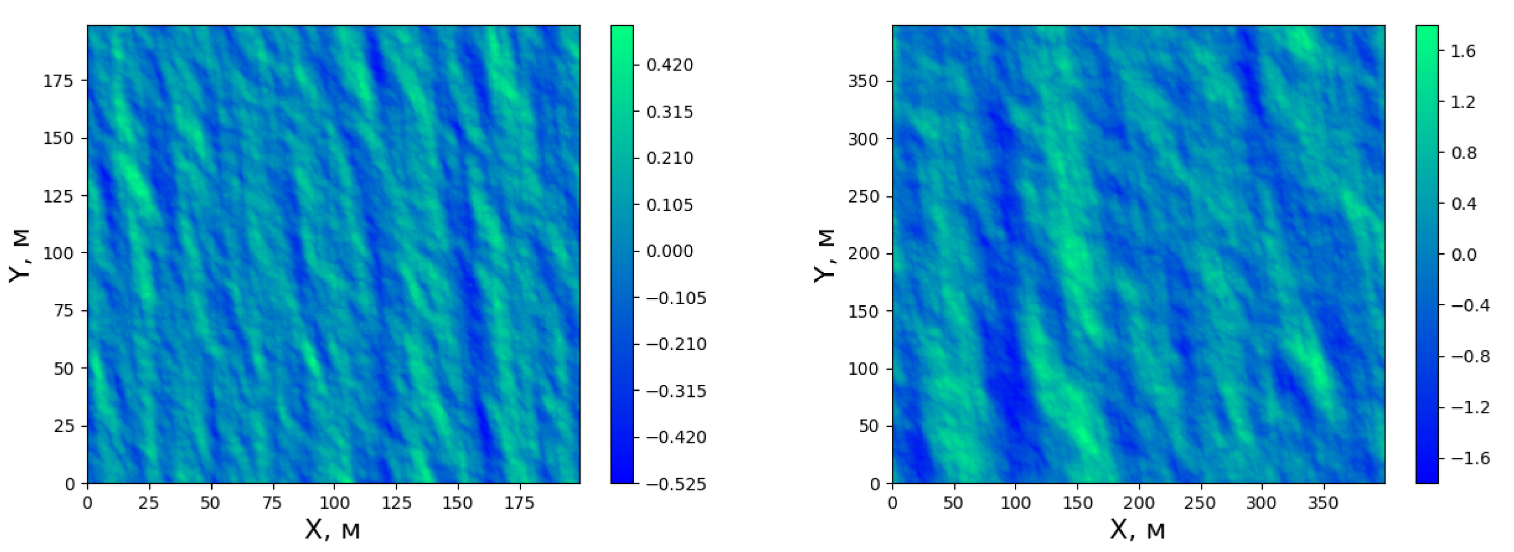
$$\Phi_{nm}(k_n,\phi_m) = \sqrt{\Phi(k_n,\phi_m)\Delta\phi},$$

$\Delta\phi$ – шаг по углу



(a) (b) (c) (d)

Рис.: (a) Спектр высот $S(k)$ при фиксированном значении $\tilde{x} = 20170$ и меняющейся скорости ветра (b) Спектр высот $S(k)$ при фиксированном значении скорости ветра $U_{10} = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и меняющемся разгоне (c,d) Угловое распределение $\Phi_k(\phi)$ в полярных координатах для разных значений соотношений $\frac{k}{k_m}$, где k_m - координата пика спектра $S(k)$ при фиксированной скорости ветра



(a) (b)

Рис.: Пример смоделированной поверхности (a) $U_{10} = 5$ м/с (b) $U_{10} = 15$ м/с

«Choppy wave» model

На практике, волна имеет не синусоидальную форму, а несколько заостренную, поэтому при моделировании необходимо учесть этот эффект. Модель заключается в нелинейном преобразовании координат

$$x = x_0 - \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} \frac{\vec{k}_n}{\left|\vec{k}_n\right|}\vec{x}_0 A_n(k_n)\cdot\Phi_{nm}(\phi_m)\sin\Big(\omega_n t + \vec{k}_n\vec{r}_0 + \psi_{nm}\Big),$$

$$y = y_0 - \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} \frac{\vec{k}_n}{\left|\vec{k}_n\right|}\vec{y}_0 A_n(k_n)\cdot\Phi_{nm}(\phi_m)\sin\Big(\omega_n t + \vec{k}_n\vec{r}_0 + \psi_{nm}\Big),$$

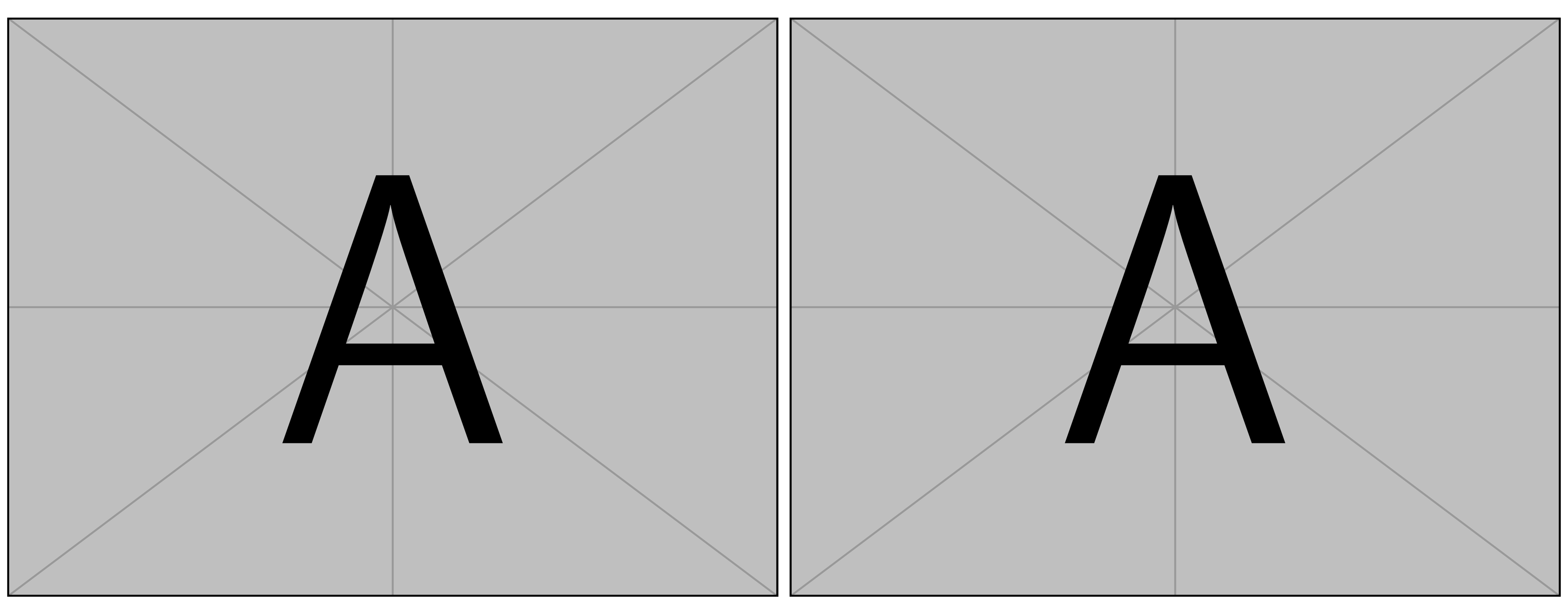
$$\zeta(\vec{r},t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} A_n(k_n)\cdot\Phi_{nm}(\phi_m)\cos\Big(\omega_n t + \vec{k}_n\vec{r}_0 + \psi_{nm}\Big).$$

Зная исходный спектр волнения мы можем посчитать все статистические характеристики нового процесса

$$\langle\tilde{\zeta}\rangle = -\sigma_1^2, \quad \langle\tilde{\zeta}^2\rangle = \sigma_0^2 - 2\Sigma_1$$

$$\langle\tilde{\zeta}^3\rangle = -3\sigma_0^2\sigma_1^2, \quad \langle\tilde{\zeta}^4\rangle = 3\sigma_0^4\left(1 - 4\frac{\Sigma_1}{\sigma_0^2}\right),\ \text{где}$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^2 = \int \frac{{k_x}^{\alpha}{k_y}^{\beta}}{\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\right)} S(\vec{k})\,\mathrm{d}\vec{k}, \quad \sigma_n^2 = \int k^n S(\vec{k})\,\mathrm{d}\vec{k}, \quad \Sigma_1 = \sigma_{11}^4 - \sigma_{20}^2\sigma_{02}^2$$



(a) (b)

Рис.: Эволюция (a) «линейной» и (b) «нелинейной» систем, $\Delta t = 0.1$ с

Метод «отбеливания» спектра

Предположим, что гармонические составляющие при больших ρ складываются «некогерентным» образом. То есть мощность шума определяется как

$$\sigma^2_{\text{шум}} = \sum_{i=1}^{N}\frac{b_i^2}{2}$$

В области малых ρ гармоники суммируются «когерентно» и соответствующая мощность равна

$$\widetilde{M}^2(0) = \left(\sum_{i=1}^{N} b_i\right)^2$$

Введем функцию, характеризующую относительную мощность шумов

$$Q = \frac{\sigma^2_{\text{шум}}}{\widetilde{M}^2(0)} \tag{1}$$

Минимизируем величину (1), решая систему уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial b_i} = \frac{b_i}{\left(\sum\limits_{i=1}^{N} b_i\right)^2} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} b_i^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{N} b_i\right)^3},\ \ i = 1\ldots N. \tag{2}$$

Она сводится к следующей системе: $b_i\sum\limits_{i=1}^{N} b_i - \sum\limits_{i=1}^{N} b_i^2 = 0$
Частным результатом решения является $b_1 = b_2 = \ldots = b_N$.

$$\text{Для высот:}\quad b_i = b_1 = \frac{M(0)}{N} = \frac{1}{N}\int\limits_0^{\infty} S(k)\,\mathrm{d}k$$

$$\text{Для наклонов:}\quad b_i^{\theta} = b_1^{\theta} = \frac{M^{\theta}(0)}{N} = \frac{1}{N}\int\limits_0^{\infty} k^2 S(k)\,\mathrm{d}k$$

Потребуем сопряжения в нуле всех производных функций $\widetilde{M}(\rho)$ и $M(\rho)$. Для функции корреляции стационарной случайной функции $M(\rho)$ справедливо

$$M_{\rho}' = \frac{\partial^2 M(\rho)}{\partial\rho^2} = \int\limits_0^{\infty} k^2 S(k)\cos(k\rho)\,\mathrm{d}k$$

А значит можно переписать наше требование в виде

$$\sum_{i=1}^{N} b_i k_i^{2p} = \int\limits_0^{\infty} k^{2p} S(k)\,\mathrm{d}k\,, p = 1, 2, \ldots, N.$$

Решать такую систему довольно сложно, поэтому потребуем выполнение более простого равенства

$$\sum_{i=1}^{N} b_i k_i^2 = \int\limits_0^{\infty} k^2 S(k)\,\mathrm{d}k$$

Для наклонов:

$$k_i = \sqrt{\frac{N}{\int\limits_0^{\infty} k^2 S(k)\,\mathrm{d}k}\cdot\int\limits_{\Delta k_i} k^4 S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Для высот:

$$k_i = \sqrt{\frac{N}{\int\limits_0^{\infty} S(k)\,\mathrm{d}k}\cdot\int\limits_{\Delta k_i} k^2 S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Решением будем считать суперпозицию решения системы уравнений (2) для высот и наклонов

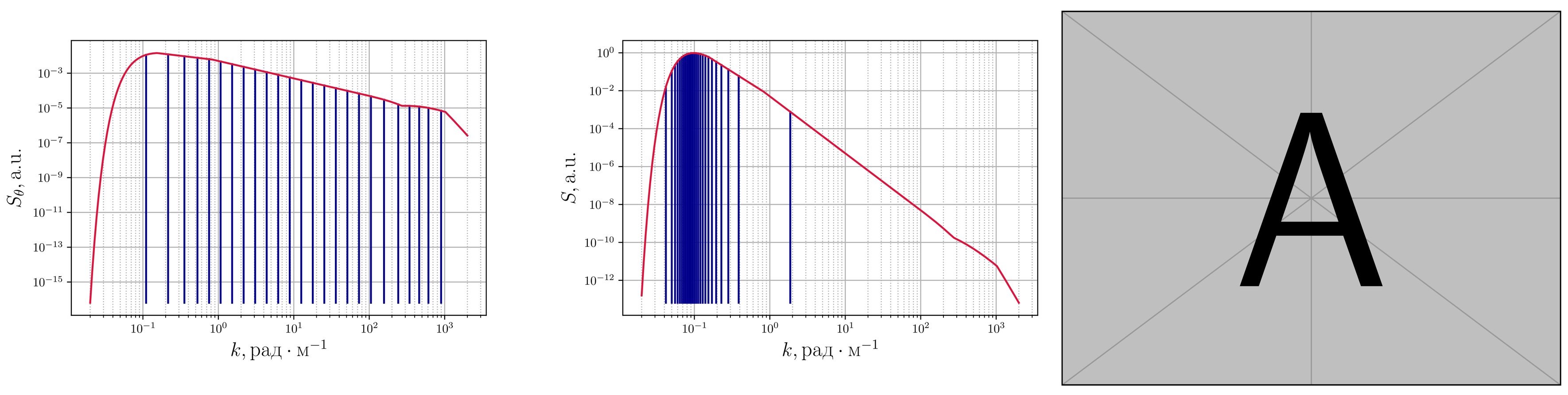
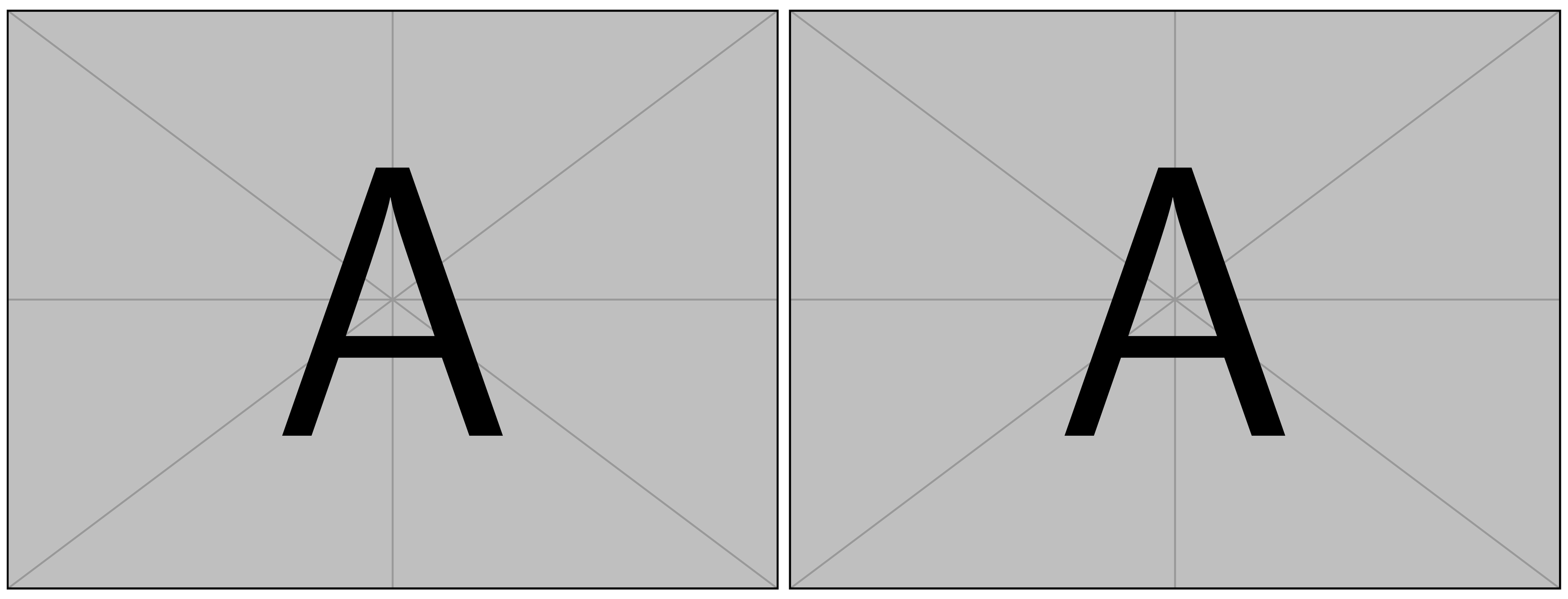


Рис.: Расположении узлов по методу «отбеливания» спектра для наклонов и высот соответственно. $U = 10\frac{\text{м}}{c}$, $N = 25$



(a) (b)

Рис.: Корреляционные функции высот (a) и уклонов (b) при различных расположениях узлов. $U = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $N = 256$

Заключение

В данной работе было проведено сравнение различных подходов разбиения частотной плоскости на участки, что позволило выбрать оптимальное разбиение. В результате, по сравнению с равномерным разбиением, число гармоник при одинаковой точности удалось уменьшить почти на порядок.
Однако, смоделированная с помощью суммы синусоид поверхность будет отличаться от морской поверхности, так как волна имеет заостренную и ассиметричную форму. Поэтому кроме «линейной» поверхности в ходе исследования моделировалась «нелинейная» поверхность. Для этого использовался подход, предложенный в [3], что позволило обострить гребни волн. Нелинейная поверхность будет использоваться для проведения «численных» экспериментов с радиолокаторами, что повысит достоверность модельных оценок.
Задача, которую планируется рассмотреть в ходе дальнейших исследований, связана с моделированием асимметричных волн.

Литература

- *В.Ю.Караев, М.Б. Каневский, Г.Н. Баландина,* Численное моделирование поверхностного волнения и дистанционное зондирование // Препринт №552 ИПФ РАН, 2002, С.1-10.
- *В.Л. Вебер,* О моделировании случайного профиля морской поверхности // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 4. С. 346.
- F. Nouguier, «Choppy wave» model for nonlinear gravity waves // Journal of Geophysical Research, v.114, 2009, p. 1-16