Численное моделирование морской поверхности

Понур К.А.[1], Караев В.Ю.[2], Рябкова М.С.[2]

[1] Нижегородский Государственный Университет им. Н.И. Лобачевского
[2] Институт Прикладной Физики Российской Академии Наук

Введение

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Моделирование

$$\zeta(\vec{r},t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} A_n(k_n)\cdot\Phi_{k_n m}(\phi_m)\cos\Big(\omega_n t + \vec{k}_n\vec{r} + \psi_{nm}\Big),$$

Амплитуда, которая является мощностью на интервале Δk_n, вычисляется по спектру моделируемой поверхности

$$A_n(k_n) = \sqrt{\int\limits_{(\Delta k_n)} 2S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Φ_{nm} – азимутальное распределение, вычисляемое следующим образом:

$$\Phi_{nm}(k_n,\phi_m) = \sqrt{\Phi(k_n,\phi_m)\Delta\phi},$$

$\Delta\phi$ – шаг по углу

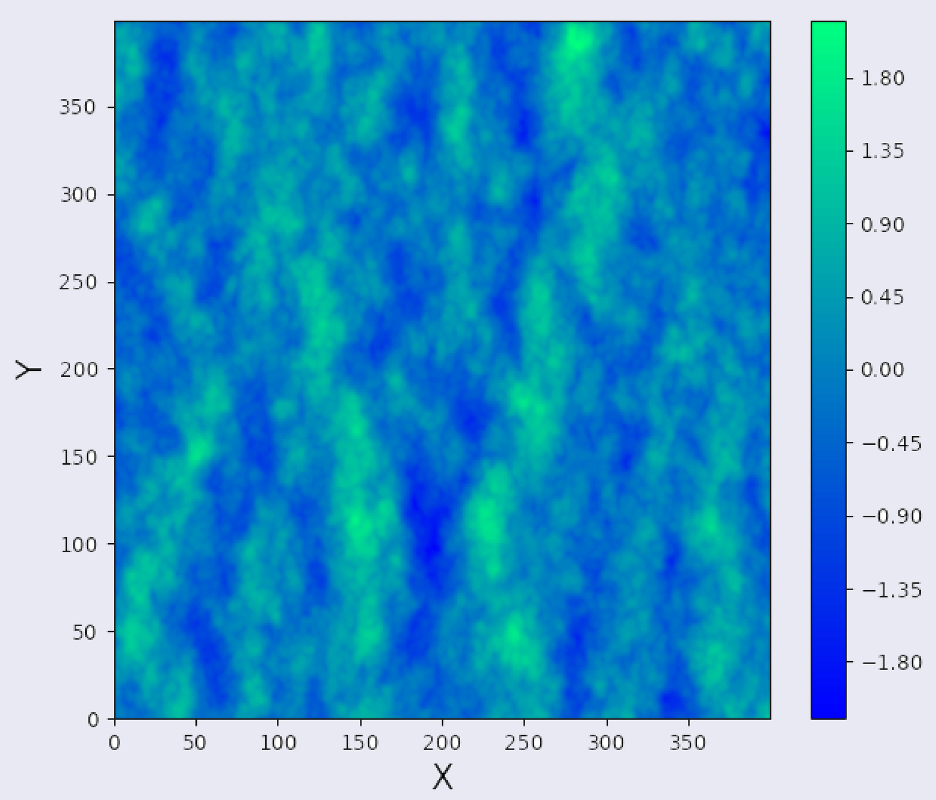
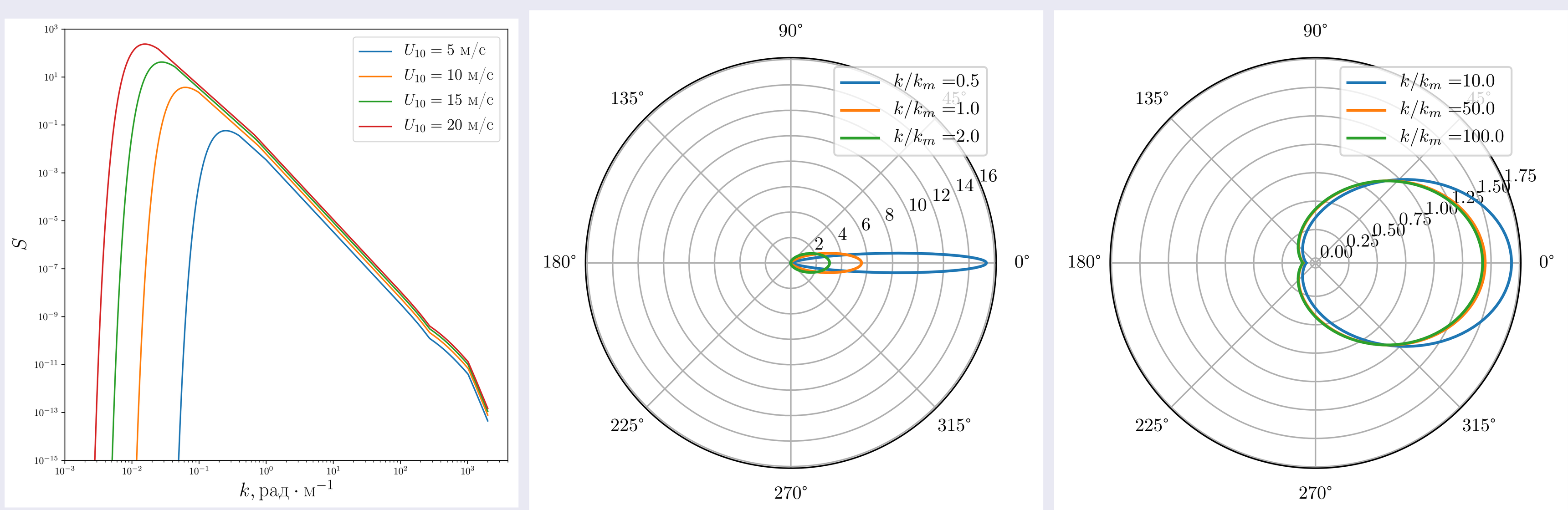


Рис.: Пример моделируемой поверхности



(a) (b) (c)

Рис.: Используемый двумерный спектр (a) Зависимость от модуля (b,c) Зависимость от направления

Модель заостренной волны (CWM)

Модель заключается в нелинейном преобразовании координат

$$x = x_0 - \sum_j \frac{\vec{k}_j}{\left|\vec{k}_j\right|}\cdot\vec{x}_0\sin\Big(\vec{k}_j\vec{r}_0 - \omega_j t + \phi_j\Big)$$

$$y = y_0 - \sum_j \frac{\vec{k}_j}{\left|\vec{k}_j\right|}\cdot\vec{y}_0\sin\Big(\vec{k}_j\vec{r}_0 - \omega_j t + \phi_j\Big)$$

$$z = \sum_{j=1} a_j\cos\big(k_j\cdot\vec{r}_0 - \omega_j + \phi_j\big)$$

Или человеческим языком:

$$\{\vec{r}, h(\vec{r},t)\} \to \Big\{\vec{r} + \vec{D}(\vec{r},t), h(\vec{r},t)\Big\},$$

где $\vec{r} = (x,y)$ – горизонтальная координата, $D(\vec{r},t)$ – Riesz Transform Характеристическая функция такого процесса

$$\theta(u) = \Big(1 - iu\sigma_1^2 + u^2\Sigma_1\Big)\exp\Big\{-\frac{1}{2}u^2\sigma_0^2\Big\}$$

$$\sigma^2_{\alpha\beta\gamma} = \iint \frac{|k_x|^\alpha|k_y|^\beta}{\left|\vec{k}\right|^\gamma}\,\mathrm{d}\vec{k}$$

Заключение

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Литература

- *С.М. Рытов*, Введение в статистическую радиофизику // Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, 1976. - Ч. 1. Случайные процессы §§14-18, 38-42
- *В.Ю.Караев, М.Б. Каневский, Г.Н. Баландина*, Численное моделирование поверхностного волнения и дистанционное зондирование // Препринт №552 ИПФ РАН, 2002, С.1-10.
- *В.Л. Вебер*, О моделировании случайного профиля морской поверхности // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 4. С. 346.
- *В.Ю.Караев, Г.Н. Баландина* Модифицированный спектр волнения и дистанционное зондирование // Исследование Земли из космоса, 2000, N5, С.1-12.
- *М.С. Лонге-Хиггинс* Статистический анализ случайной движущейся поверхности // в кн.: Ветровые волны, М.: Иностранная наука, 1962, С.112-230

Метод «отбеливания» спектра

Предположим, что гармонические составляющие при больших ρ складываются «некогерентным» образом. То есть мощность шума определяется как

$$\sigma^2_{\text{шум}} = \sum_{i=1}^{N}\frac{b_i^2}{2}$$

В области малых ρ гармоники суммируются «когерентно» и соответствующая мощность равна

$$\widetilde{M}^2(0) = \left(\sum_{i=1}^{N} b_i\right)^2$$

Введем функцию, характеризующую относительную мощность шумов

$$Q = \frac{\sigma^2_{\text{шум}}}{\widetilde{M}^2(0)} \qquad (1)$$

Минимизируем величину (1), решая систему уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial b_i} = \frac{b_i}{\left(\sum\limits_{i=1}^{N} b_i\right)^2} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} b_i^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{N} b_i\right)^3},\ i = 1\dots N. \qquad (2)$$

Она сводится к следующей системе: $b_i\sum\limits_{i=1}^{N} b_i - \sum\limits_{i=1}^{N} b_i^2 = 0$

Частным результатом решения является $b_1 = b_2 = \ldots = b_N$.

$$\text{Для высот:}\quad b_i = b_1 = \frac{M(0)}{N} = \frac{1}{N}\int\limits_0^\infty S(k)\,\mathrm{d}k$$

$$\text{Для наклонов:}\quad b_i^\theta = b_1^\theta = \frac{M^\theta(0)}{N} = \frac{1}{N}\int\limits_0^\infty k^2 S(k)\,\mathrm{d}k$$

Потребуем сопряжения в нуле всех производных функций $\widetilde{M}(\rho)$ и $M(\rho)$. Для функции корреляции стационарной случайной функции $M(\rho)$ справедливо

$$M'_\rho = \frac{\partial^2 M(\rho)}{\partial\rho^2} = \int\limits_0^\infty k^2 S(k)\cos(k\rho)\,\mathrm{d}k$$

А значит можно переписать наше требование в виде

$$\sum_{i=1}^{N} b_i k_i^{2p} = \int\limits_0^\infty k^{2p} S(k)\,\mathrm{d}k\,, p = 1,2,\ldots,N.$$

Решать такую систему довольно сложно, поэтому потребуем выполнение более простого равенства

$$\sum_{i=1}^{N} b_i k_i^2 = \int\limits_0^\infty k^2 S(k)\,\mathrm{d}k$$

Для наклонов:

$$k_i = \sqrt{\frac{N}{\int\limits_0^\infty k^2 S(k)\,\mathrm{d}k}\cdot\int\limits_{\Delta k_i} k^4 S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Для высот:

$$k_i = \sqrt{\frac{N}{\int\limits_0^\infty S(k)\,\mathrm{d}k}\cdot\int\limits_{\Delta k_i} k^2 S(k)\,\mathrm{d}k}$$

Решением будем считать суперпозицию решения системы уравнений (2) для высот и наклонов

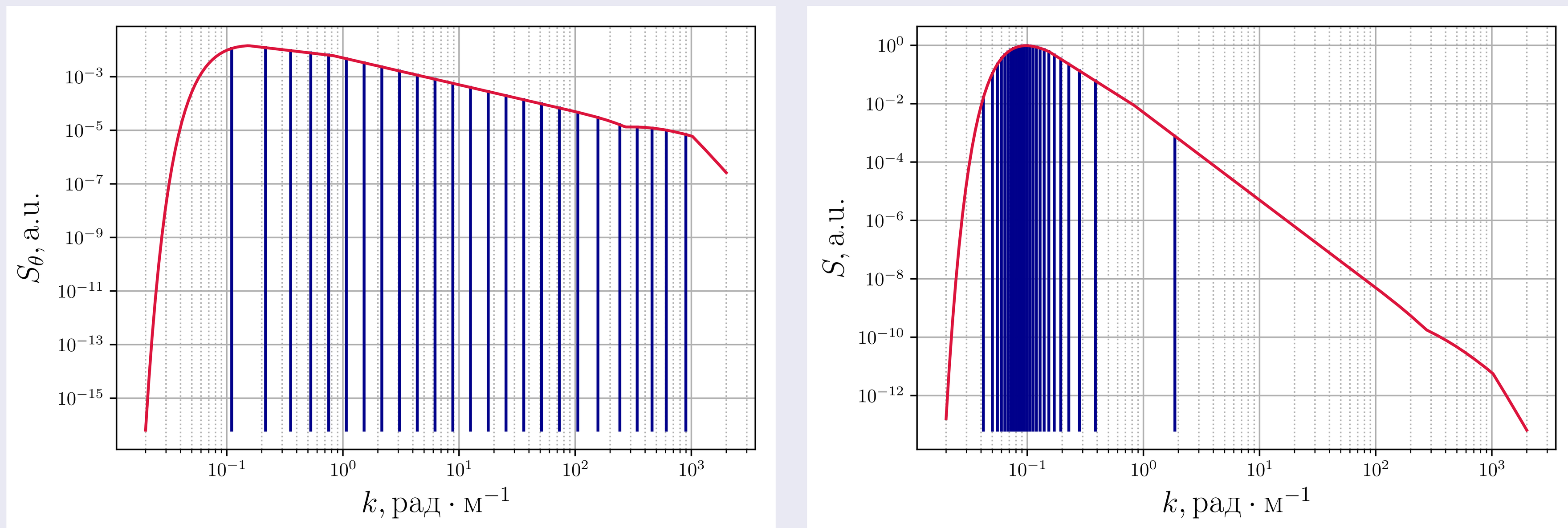


Рис.: Расположении узлов по методу «отбеливания» спектра для наклонов и высот соответственно. $U = 10\frac{\text{м}}{c}$, $N = 25$