

2024 年度 第 2 学年 物理 III 前期期末試験 (担当: 高橋幹弥)

実施日時: 2024 年 8 月 1 日 (木) 9:00~10:00

注意事項: 回答・問題・計算用紙の全てに記名すること。特別な指示がない限り、単位や符号・有効数字を適切に答えること。電卓等、筆記用具以外は使用不可とする。気体定数 R , ボルツマン定数 k_B , アボガドロ数 N_A , 数学記号 (円周率 π など) は断りなく用いてよい。

1 次の(1)~(3)に答えよ。

(1) 質量 m , 平均速度 \bar{v} で運動する単原子の気体分子を考える。

(ア) この気体分子 1 個の運動エネルギーはいくらか。

(イ) 物質量 n の気体分子を個数にするときいくらか。(ウ) 物質量 n の気体分子の全運動エネルギーはいくらか。(2) ピストン付きの容器に気体を入れる。このピストンを距離 L だけ押し込んで、気体を圧縮した。ピストンに加わる力の大きさを F , ピストンの面積を S とする。この問題では、気体がされる仕事を正の仕事と定める。

(ア) 容器内部の気体の圧力を求めよ。

(イ) 気体がピストンからされた仕事を求めよ。ただし気体の圧力は一定とする。

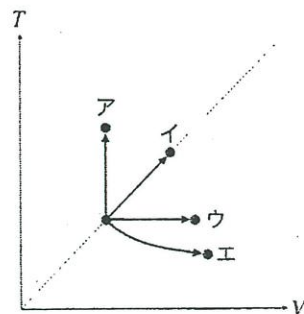
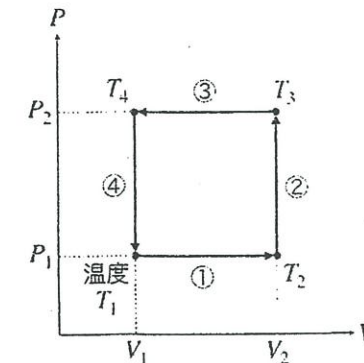
(ウ) 気体がピストンにした仕事を求めよ。

(3) ピストン付きの容器に気体 (物質量 n , 圧力 P , 温度 T_1 , 体積 V_1) を入れる。この容器に熱容量 C , 温度 $t (> T_1)$ の高温熱源を接触させる。十分時間が経過した後、気体の状態は圧力 P , 体積 V_2 , 熱源を含めた系全体の温度は T_2 となった。熱源と気体との間以外には熱量のやりとりはないものとする。単位物質あたりの定圧比熱を C_p とする。(ア) 気体が高温熱源とやりとりした熱量 Q を求めよ。(イ) 気体の内部エネルギー変化 ΔU を、 C_p を用いて表せ。(ウ) 気体が外部にした仕事 W を、 V_1, V_2 を用いて表せ。(エ) $Q, \Delta U, W$ が満たすべき関係式を書け。

2 次の(1)~(3)に答えよ。

(1) 気体に加えた熱量を Q 、気体が外部からされた仕事を W 、気体の内部エネルギー変化を ΔU としたとき、熱力学第 1 法則を書け。(2) (1) を変形することで、4 つの熱力学過程 (等温変化、定積変化、定圧変化、断熱変化) における熱力学第 1 法則を、 $Q, W, \Delta U$ を用いてそれぞれ書け。

(3) T-V 図 (温度-体積の図) 上での 4 つの熱力学過程 (等温変化、定積変化、定圧変化、断熱変化) として、正しいものをそれぞれ右図のア~エから選べ。

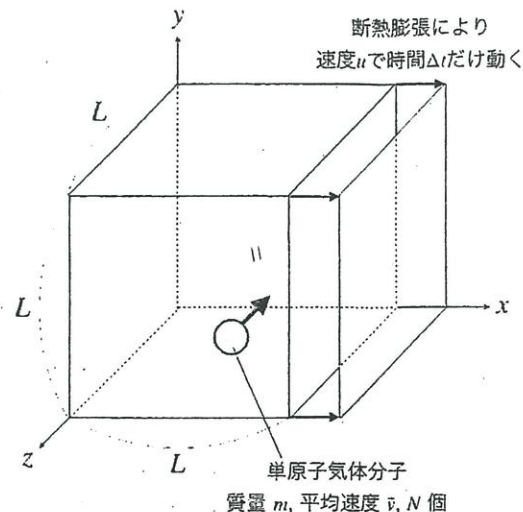
3 図のような P-V 図上での熱サイクルを考える。ただし物質量 n の単原子分子理想気体を仮定する。[A] 次の(1)~(6)に答えよ。ただし(2), (4), (5), (6)の答えは P_1, P_2, V_1, V_2 のみで表せ。(1) 気体が過程①~④で外部にする仕事をそれぞれ $W_1 \sim W_4$ とする。 $W_1 \sim W_4$ のうち、その値が 0 でない過程を①~④の中から 2 つ選べ。(2) (1) で選んだ 2 つの仕事をそれぞれ求めよ。区別がつくように「 $W_1 = \dots$ 」のように答えること。(3) 気体が過程①~④で吸収する熱量をそれぞれ $Q_1 \sim Q_4$ とする。 $Q_1 \sim Q_4$ のうち、その値が正となる (気体が熱量を吸収する) 過程を①~④の中から 2 つ選べ。(4) (3) で選んだ 2 つの過程で出入りする熱量をそれぞれ求めよ。区別がつくように「 $Q_1 = \dots$ 」のように答えること。(5) (3) で選ばなかった 2 つの過程で出入りする熱量をそれぞれ求めよ。区別がつくように「 $Q_1 = \dots$ 」のように答えること。(6) 熱サイクルの性能評価のため、成績係数なる指標 $\omega = (\text{外部に放出した熱量}) / (\text{気体がされた仕事})$ を定義する。①~④の熱サイクルにおける成績係数 ω を求めよ。

[B] 次の(7)~(9)に答えよ。

(7) 仕事や熱量の出入りを伴う①~④の一連の過程を経た結果、気体の温度は元に戻る。このことを利用して、①~④の熱サイクルにおいて $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, W_1, W_2, W_3, W_4$ が満たす関係式を書け。ただし、 Q や W が 0 の場合も残して回答すること。(8) 過程①+②で気体が外部にした仕事の総量を $W = W_1 + W_2$ 、外部から吸収した熱量の総量を $Q = Q_1 + Q_2$ 、および過程③+④で気体が外部からされた仕事の総量を $W' = -(W_3 + W_4)$ 、外部に放出した熱量の総量を $Q' = -(Q_3 + Q_4)$ として、(7) で得た関係式を書き直す。すると、過程①+②と過程③+④で一定となる量の存在が見出せる。この量を Q と W 、または Q' と W' を用いて表せ。

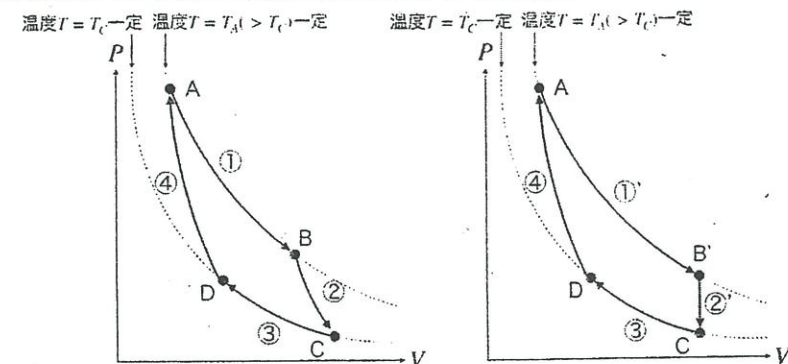
(9) (8) で見出した量は、ある物理量の変化を表す。その物理量とはなにか。

4 図のように、質量 m 、平均速度 \bar{v} で運動する単原子分子理想気体 N 個を、一辺の長さが L の自由に動く正方形のピストンで容器に閉じ込める。いま、気体分子運動論により、気体の圧力は $P = Nm\bar{v}^2/3L^3$ で与えられるものとする。次の(1)~(4)に答えよ。



- (1) 気体分子運動論に基づいて気体の圧力 $P = Nm\bar{v}^2/3L^3$ を導く過程を、以下のア~キの中から5つ選び、正しく並び替えよ。
 ア：気体分子1個の衝突前後での運動エネルギーの変化を求める。
 イ：気体分子を N 個、運動を3方向に拡張し、 N 個の分子が壁に与える力を求める。
 ウ：気体分子1個の衝突前後での運動量の変化を求める。
 エ：気体分子1個が壁に与える仕事を求める。
 オ： N 個の気体分子が壁に与える圧力を求める。
 カ：気体分子1個が壁に与える(時間的な)平均の力を求める。
 キ：気体分子1個が壁に与える力積を求める。
- (2) 気体が断熱膨張し、速度 u でピストンが x 方向に時間 Δt だけ動いた。このとき、容器の体積の変化 ΔV を求めよ。
- (3) 体積が ΔV だけ変化したときの気体の温度変化 ΔT を、 $m, \bar{v}, u, \Delta t, L, k_B$ で表せ。ただし、圧力 P は断熱膨張の前後で一定とする。
- (4) この断熱膨張によって、気体の温度はどうか。(3)の結果に基づいて、以下のア~エの中から正しい記述を1つ選べ。
 ア：(3)で $\Delta T < 0$ となったので、気体の温度は上がる。
 イ：(3)で $\Delta T > 0$ となったので、気体の温度は上がる。
 ウ：(3)で $\Delta T < 0$ となったので、気体の温度は下がる。
 エ：(3)で $\Delta T > 0$ となったので、気体の温度は下がる。

5 次の文章を読んで、(1)~(7)に適切な式を入れよ。ただし、(6)は物質量、温度、比熱比 γ と各種物理定数のみで回答し、(7)は枠内の5つの記号の中から適切なものを選べ。



まず、物質量 n の気体に対して、左図のようなカルノーサイクルを考える。状態 A, B, C, D における(圧力, 体積, 温度)を、それぞれ $(P_A, V_A, T_A), (P_B, V_B, T_B), (P_C, V_C, T_C), (P_D, V_D, T_D)$ とする。気体が吸収する熱を Q 、気体が外部にする仕事を W とし、各過程の Q, W は下付きの数字 1, 2, 3, 4 をつけて表すことにすると、それぞれの過程における熱力学第1法則は以下のように書ける：

- ① (等温膨張) : $Q_1 = W_1 = nRT_A \log(V_B/V_A)$,
- ② (断熱膨張) : $T_A V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$ (γ は比熱比),
- ③ (等温収縮) : $Q_3 = W_3 = nRT_C \log(V_D/V_C)$,
- ④ (断熱収縮) : $T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_D^{\gamma-1}$ (γ は比熱比).

気体の状態が変化する間の全吸熱量と温度を用いて $S = Q/T$ という量を導入すると、過程①, ③における S は、 $S_1 = \text{ (1) }, S_3 = \text{ (2) }$ 。また、過程②と④の結果を用いると、 $V_B/V_A = \text{ (3) }$ 。 (1), (2), (3)の結果から、 $S = S_1 + S_3 = \text{ (4) }$ 。

次に、右図のように状態 B だけを状態 B' にわずかに変更した熱サイクルを考える。状態 B' における(圧力, 体積, 温度)を $(P_{B'}, V_C, T_A)$ とする。A から B' を過程①', B' から C を過程②' とすると、熱力学第1法則は以下のように書ける (③, ④は同じ)：

- ①' (等温膨張) : $Q_1' = W_1' = nRT_A \log(V_C/V_A)$,
- ②' (定積変化) : $Q_2' = 3/2 nR (T_C - T_A)$.

過程①', ②'の結果をそれぞれ用いて、 $S_1' = \text{ (5) }, S_2' = 3/2 nR \log(T_C/T_A)$ 。以上の結果から、 $S = S_1' + S_2' + S_3 = \text{ (6) }$ 。さらに、右図の熱サイクルの熱効率 η' は、カルノーの定理より、カルノーサイクルの熱効率 $\eta_c = 1 - T_C/T_A$ よりも小さくなる。つまり、 T_A と T_C を固定した場合、カルノーサイクルから少しだけずれた熱サイクルでは、熱効率が低下するとともに S の値も変化することがわかる。

以上より、(4)と(6)の結果を用いると、ここで考えた2つの熱サイクルについて、 S に関する不等式 : $S \text{ (7) } 0$ が成立することがわかる。この不等式をクラウジウスの不等式といい、 $S = Q/T$ をエントロピーという。

1	(1) (ア)	(1) (イ)	(1) (ウ)	
	(2) (ア)	(2) (イ)	(2) (ウ)	
	(3) (ア)	(3) (イ)	(3) (ウ)	(3) (エ)

2	(1)			
	(2) 等温：		(2) 定積：	
	(2) 定圧：		(2) 断熱：	
	(3) 等温：	(3) 定積：	(3) 定圧：	(3) 断熱：

3	(1)		
	(2) 1 つ目：		(2) 2 つ目：
	(3)		

3	(4) 1 つ目：	(4) 2 つ目：
	(5) 1 つ目：	(5) 2 つ目：
	(6)	
	(7)	
	(8)	(9)

4	(1) → → → →			
	(2)	(3)	(4)	

5	(1)	(2)
	(3)	(4)
	(5)	(6)
	(7)	