# Section 4. 손실 함수 심화 (Loss Function)

# 목차

# Objective
## 학습 목표

- One-hot-encoding에 대한 이해
- Entropy 개념에 대한 이해
- Cross Entropy Loss
- KL Divergence Loss

# 4-1. One-hot-encoding

# One Hot Encoding



## One Hot Encoding

- Categorical (범주형) 데이터를 처리하는데 사용되는 Encoding 방법
- 예를 들어서 동물의 종류 (3가지)에 대한 데이터:
  - “고양이”, “개”, “원숭이”
- 이것을 **One-hot-encoding**하면

“고양이”: [**1**, 0, 0]

“개”: [0, **1**, 0]

“원숭이”: [0, 0, **1**]

# One Hot Encoding



## One Hot Encoding

- Categorical (범주형) 데이터를 처리하는데 사용되는 Encoding 방법
- 이것을 **One-hot-encoding**하면

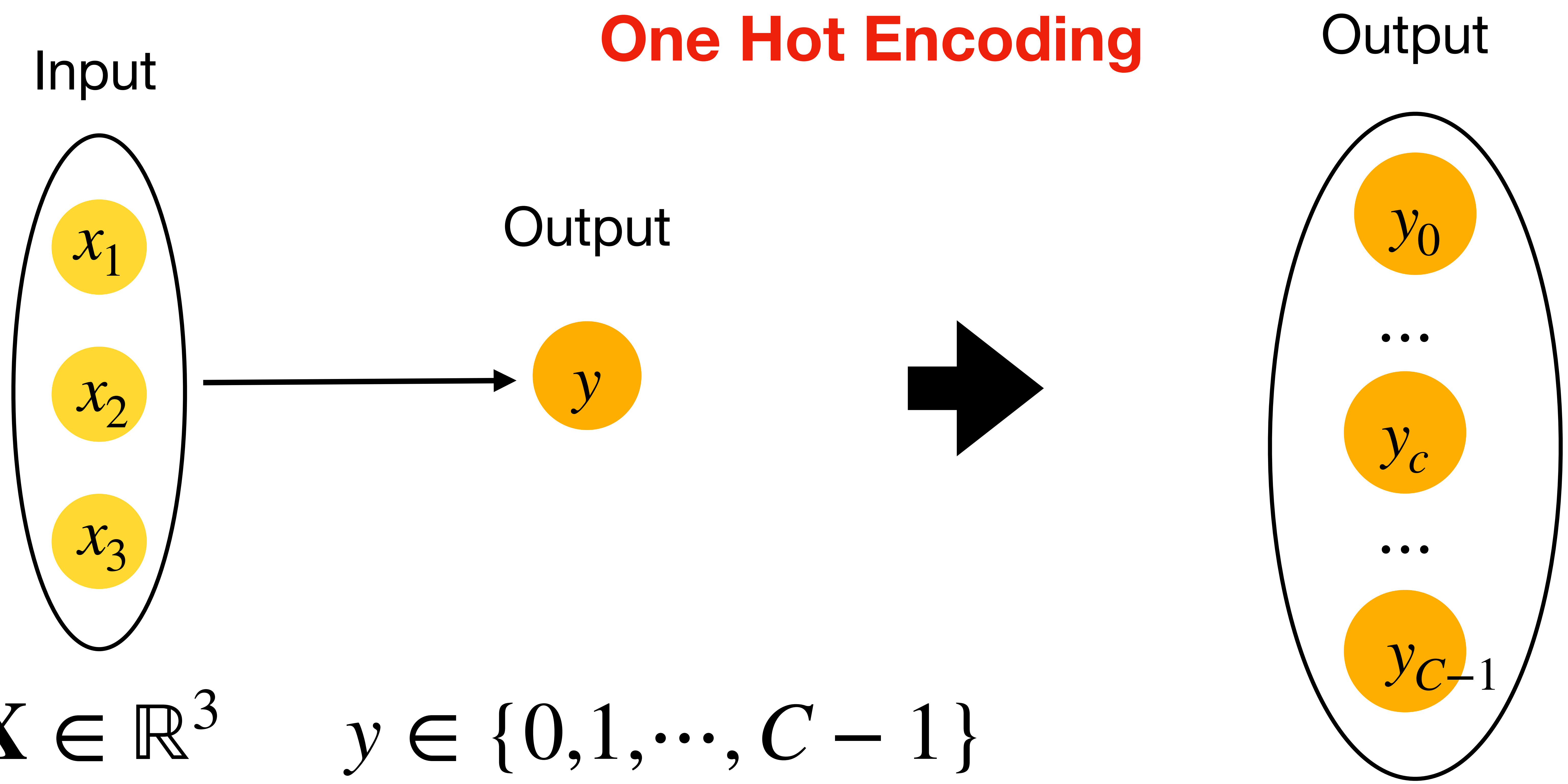
“고양이”: [1, 0, 0]

“개”: [0, 1, 0]

“원숭이”: [0, 0, 1]

- 범주형 데이터를 **Vector로 변환**하는 기법!

# One Hot Encoding




$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^3$ $\quad y \in \{0,1,\cdots,C-1\}$

**Ground Truth Label = $c'$**

index $c = c'$ 이면,

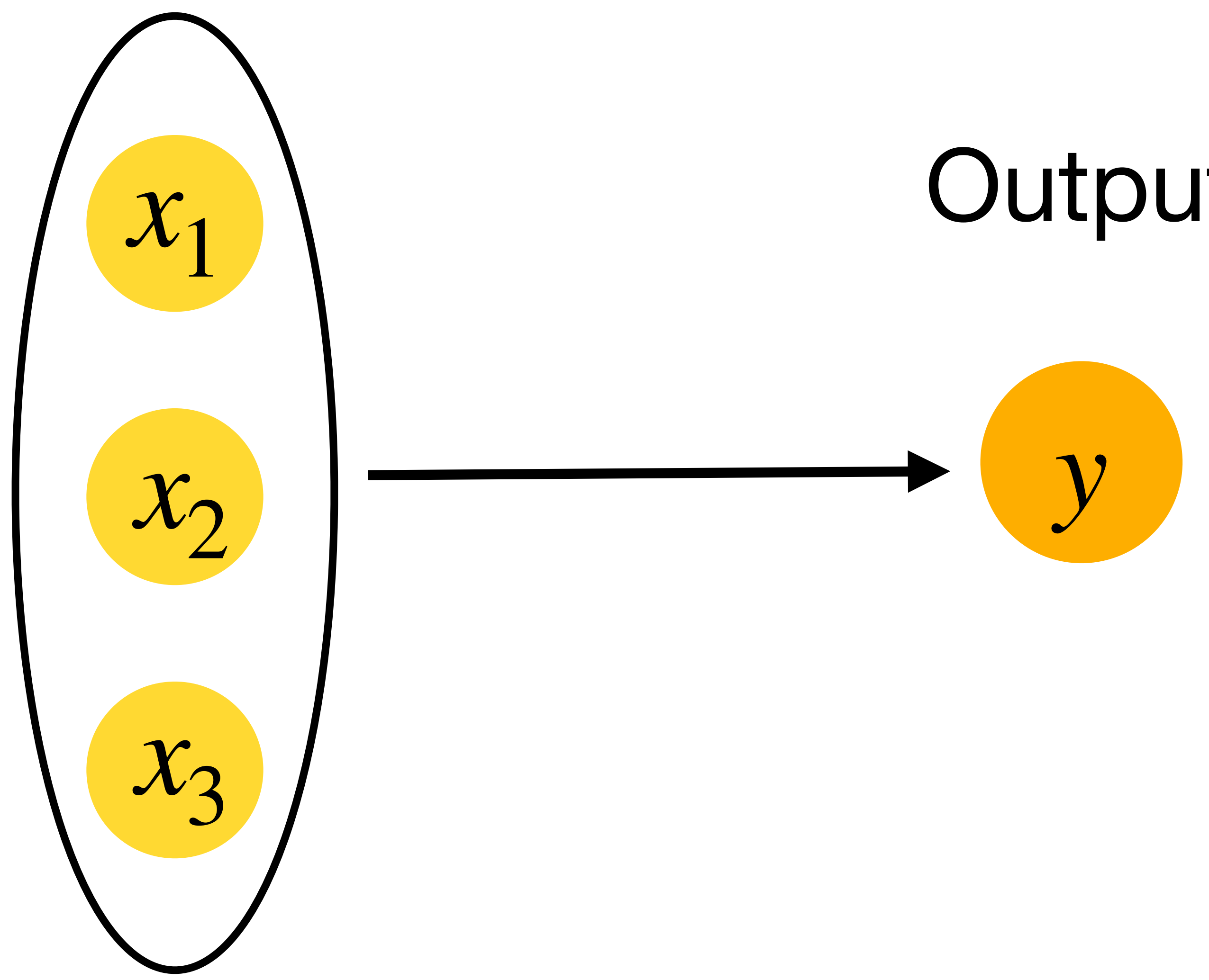
$$y_{c=c'} = 1$$

index $c \neq c'$ 이면

$$y_{c\neq c'} = 0$$

# One Hot Encoding

Input




$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^3$ $\quad y \in \{0,1,\cdots,C-1\}$

**One Hot Encoding**

**Ground Truth Label = $c'$**

Output

$y_0 = 0$

$\cdots$

$y_{c'} = 1$

$\cdots$

$y_{C-1} = 0$

Ground Truth의 Index에 해당되는 element만 1의 가지고 나머지는 0의 값.

One-hot encoding!

# 4-2. Entropy

# Entropy



열역학 (Thermodynamics) 에서의 **Entropy**

물리 시스템의 **무질서한 정도**.

정보 이론 (Information Theory) 에서의 **Entropy**

확률 분포의 **불확실성**의 정도.

# Entropy



정보 이론 (Information Theory) 에서의 **Entropy**

확률 분포의 **불확실성**의 정도.

예를 들어,

- 내일 해가 뜰 확률은? → $p_{sun} = 0.9999999\ldots$
- 사실상 1이다.
- 해가 뜨는 것에 대한 Entropy 낮음!

# Entropy



## Entropy

$$\sum_{i} -p_i \log p_i$$

- 예시: **Binary Label** (즉, $i \in \{0,1\}$)
- $p$ = 데이터 샘플이 **Label을 가질 확률**에 대한 **모델의 예측값.**
- $1-p$ = **Label을 가지지 않을 확률**에 대한 예측값.

# Entropy



**Entropy**

$$\sum_i -p_i \log p_i = -p\log p - (1-p)\log(1-p)$$

- 예시: **Binary Label** (즉, $i \in \{0,1\}$)
- $p$ = 데이터 샘플이 **Label을 가질 확률**에 대한 **모델의 예측값.**
- $1 - p$ = **Label을 가지지 않을 확률**에 대한 예측값.

# Entropy

$$\sum_i -p_i \log p_i$$

$$= -p \log p - (1-p)\log(1-p)$$

$0 \le p < 0.5$

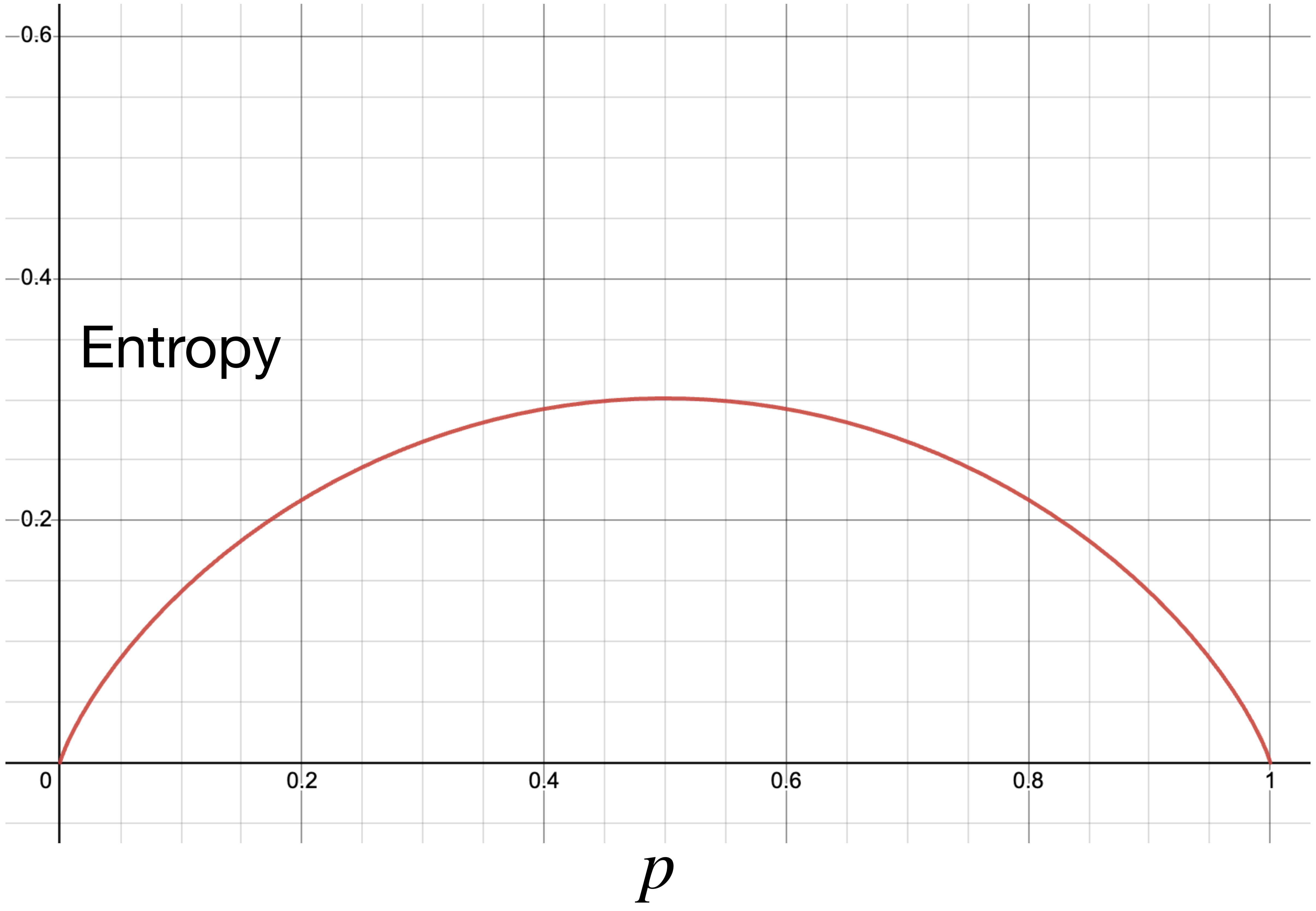
- $p$가 커지면서 Entropy도 증가

$0.5 \le p \le 1$

- $p$가 커지면서 Entropy는 감소

$p = 0.5$

- Entropy가 최대치



# Entropy



$$\sum_i -p_i \log p_i$$

$$= -p \log p - (1-p)\log(1-p)$$

$p = 0$

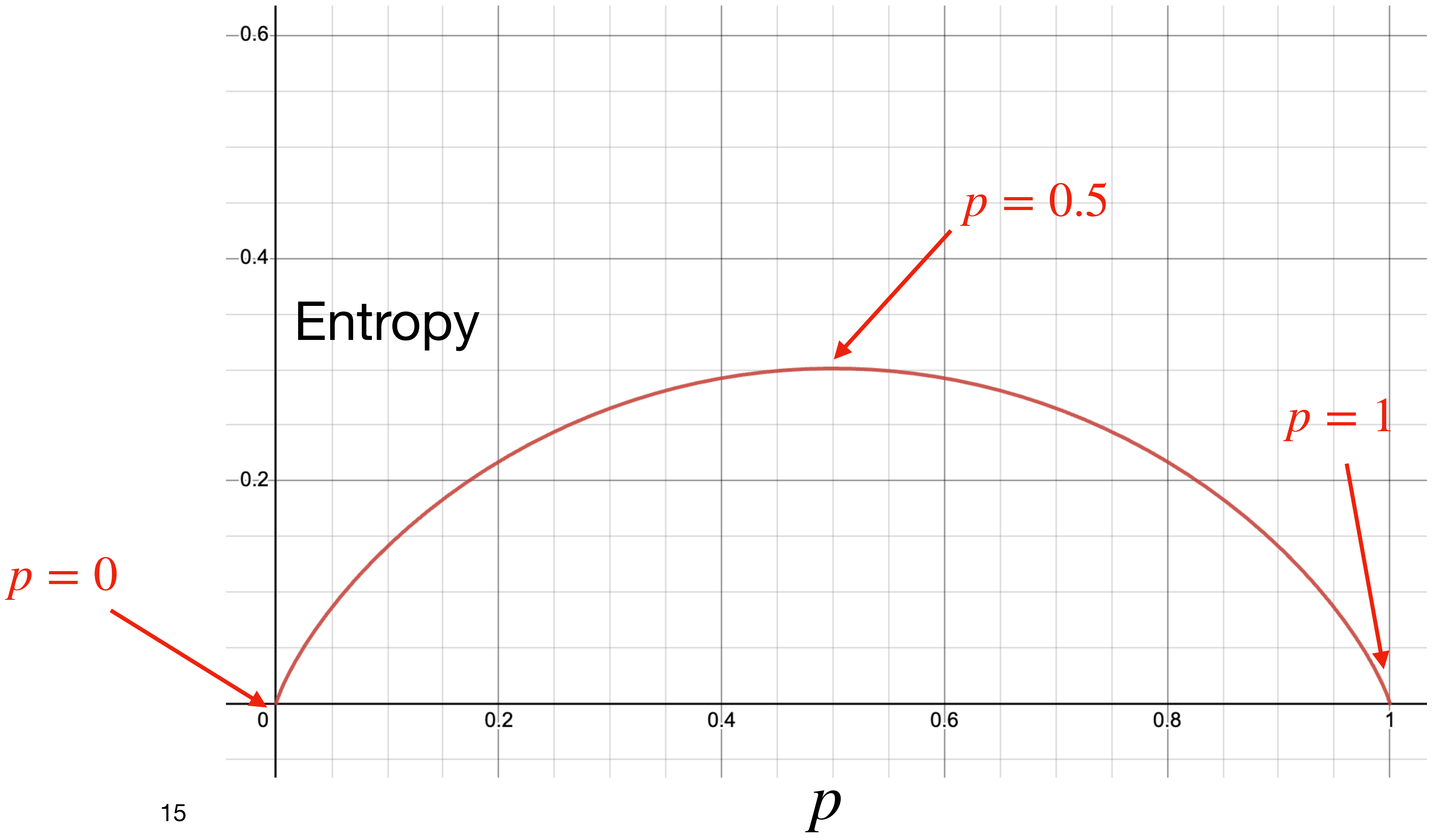
- Label을 가지지 않는 것에 확신
- 불확실함 최소 → Entropy 최소

$p = 1$

- Label을 가지는 것에 확신
- 불확실함 최소 → Entropy 최소

$p = 0.5$

- Label을 가질 확률을 완전히 Random
- 불확실함 최대 → Entropy 최대



1. One-hot-encoding
2. Entropy

# 4-3. Cross Entropy Loss

# Cross Entropy Loss



- **L1 Loss (MAE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} | Y_{i,c} - \hat{Y}_{i,c} |$$

- **Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log \left( \frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}} \right)$$

# Cross Entropy Loss



- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} \boxed{- Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}$$

**Hard Label & Ground Truth class label가** $c'$ 로 가정

$c \neq c'$ 의 경우

$$-Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$c = c'$ 의 경우

$$-Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

ACADENTIAL



# Cross Entropy Loss

- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

Ground Truth class label가 $c'$ 로 가정

$c \neq c'$ 의 경우

$$-\overset{=0}{\cancel{Y_{i,c}}} \log \hat{Y}_{i,c} = 0$$

$c = c'$ 의 경우

$$-Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

# Cross Entropy Loss

- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

Ground Truth class label가 $c'$ 로 가정

$c \neq c'$ 의 경우

$$-\cancelto{0}{Y_{i,c}} \log \hat{Y}_{i,c} = 0$$

$c = c'$ 의 경우

$$-\cancelto{1}{Y_{i,c}} \underbrace{\log \hat{Y}_{i,c}}_{\leq 0} \geq 0$$

ACADENTIAL



# Cross Entropy Loss

- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$\downarrow$$

$$-Y_{i,c=c'} \log(\hat{Y}_{i,c=c'})$$

$$\downarrow$$

$$-\log(\hat{Y}_{i,c=c'})$$

$c \neq c'$ 의 경우

$$-\overset{=0}{\cancel{Y_{i,c}}} \log(\hat{Y}_{i,c}) = 0$$

$c = c'$ 의 경우

$$-\overset{=1}{\cancel{Y_{i,c}}} \underbrace{\log(\hat{Y}_{i,c})}_{\leq 0} \geq 0$$

# Cross Entropy Loss

- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$\downarrow$$

$$-Y_{i,c=c'} \log(\hat{Y}_{i,c=c'})$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-\log(\hat{Y}_{i,c=c'})}$$

Ground Truth Label $c'$ 일때,

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 높을수록 CE Loss가 낮아짐.

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 낮을수록 CE Loss가 높아짐.

# Cross Entropy Loss

- **Cross Entropy Loss (CE Loss)**

$$\underbrace{\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}$$

$$\downarrow$$

$$-Y_{i,c=c'} \log(\hat{Y}_{i,c=c'})$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-\log(\hat{Y}_{i,c=c'})}$$

Ground Truth Label $c'$ 일때,

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 높을수록 **(잘 맞춘 것)** CE Loss가 **낮아짐.**

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 낮을수록 **(못 맞춘 것)** CE Loss가 **높아짐.**

# 4-4. Kullback-Leibler Divergence Loss

ACADENTIAL



# Kullback-Leibler Divergence Loss

- **L1 Loss (MAE Loss)**

$$\sum_{c=1}^{C} | Y_{i,c} - \hat{Y}_{i,c} |$$

- **Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log \left( \frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}} \right)$$

# Kullback-Leibler Divergence Loss



- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

ACADENTIAL



# Kullback-Leibler Divergence Loss

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c}} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

**Entropy**

$$\sum_{i} -p_i \log p_i$$

# Kullback-Leibler Divergence Loss



- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \underbrace{\boxed{Y_{i,c}\log Y_{i,c}}}_{\text{Negative Entropy of } Y_{i,c}} \overbrace{\boxed{- Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}}}^{\text{Cross Entropy Term}}$$

**Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}$$

# Kullback-Leibler Divergence Loss



- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

Cross Entropy Term

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c}\log Y_{i,c}} \boxed{- Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}}$$

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

**Negative Entropy**

$$\sum_{c}^{C} Y_{i,c}\log Y_{i,c}$$

**Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}$$

# Kullback-Leibler Divergence Loss



- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

Cross Entropy Term

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c}\log Y_{i,c}} \boxed{- Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}}$$

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

**Negative Entropy**

$$\sum_{c}^{C} Y_{i,c}\log Y_{i,c}$$

**Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}$$

$\hat{Y}_{i,c} \rightarrow Y_{i,c}$ 이면 Entropy가 된다!

# KL Divergence의 해석

- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c}\log Y_{i,c}} - Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}$$

- Negative Entropy가 높다 → 해당 샘플의 Label에 대해서 더 확신.
- 해당 샘플에 대해서는 더 잘 맞춰야함.
- 따라서, 더 높은 Loss을 주는 셈.

# KL Divergence의 해석



- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c}} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

**그런데 만약 Label이 Soft label이 아닌 Hard label일 경우?**

ACADENTIAL



# KL Divergence의 해석

**Hard Label** $Y_{i,c} \in \{0,1\}$

$$\textbf{Entropy} = \sum_{c} - Y_{i,c} \log Y_{i,c} = 0$$

$$\textbf{KL Div. Loss} = \sum_{c=1}^{C} \overbrace{\cancel{Y_{i,c} \log Y_{i,c}}}^{=0} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$= \sum_{c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c} = \textbf{CE Loss}$$

# Soft Label vs. Hard Label



Output

$y_0 = 0$

…

$y_{c'} = 1$

…

$y_{C-1} = 0$

**Hard Label**

↓

**KL Divergence Loss**

**=**

**Cross Entropy Loss**

Output

$y_0 = 0$

…

$y_{c'} = 0.8$

$y_{c''} = 0.2$

…

$y_{C-1} = 0$

**Soft Label**

**KL Divergence Loss**

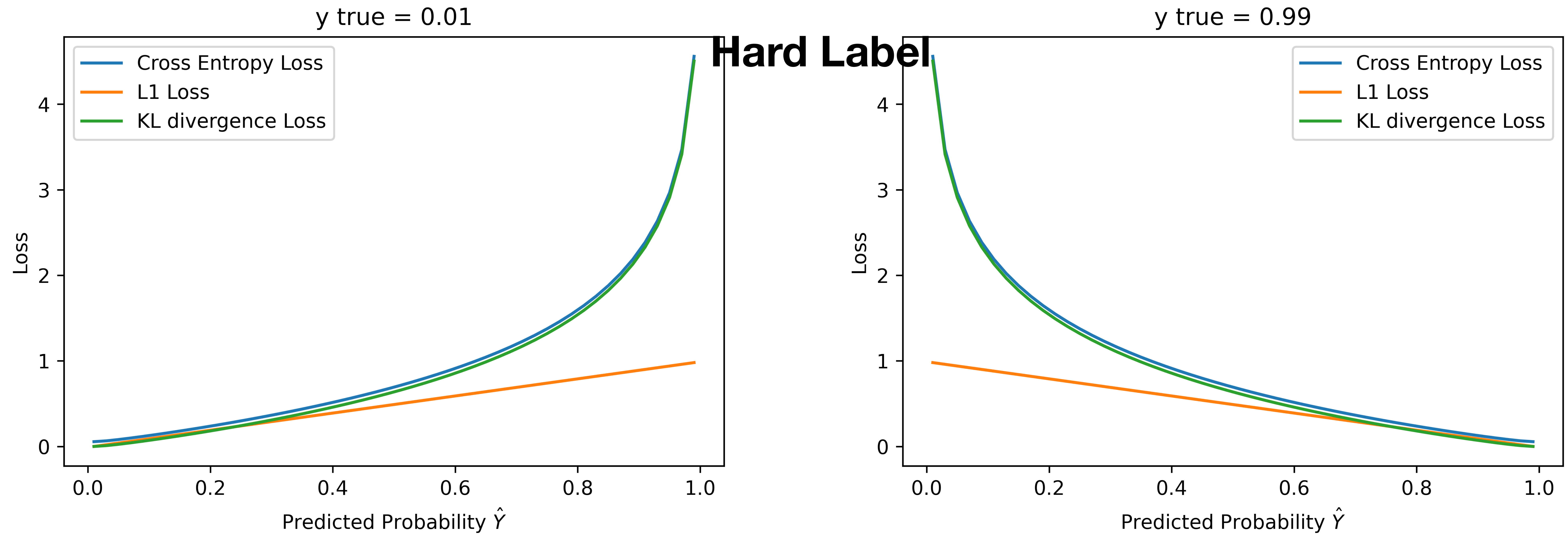
**=**

**Negative Entropy**

**+**

**Cross Entropy Loss**

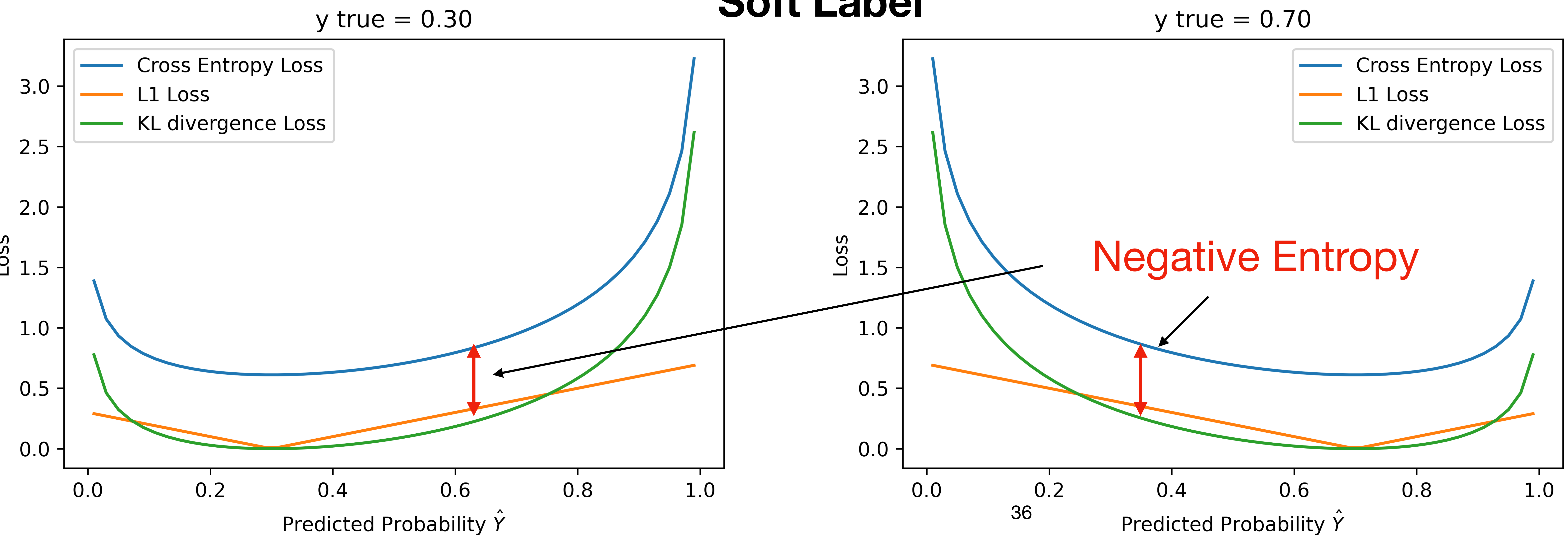
## Hard Label




ACADENTIA



## Soft Label




## Negative Entropy

$$= \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c}$$

# 4-5. KL Divergence 2번째 해석

ACADENTIAL



# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

Cross Entropy Term

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$= \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \left(\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right)$$

ACADENTIAL



# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$= \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \left(\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right)$$

$$\sum_{i} p_i \cdot f(p_i) = \mathrm{E}_p[f]$$

ACADENTIAL



# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = Y_{i,c} \log(Y_{i,c}) - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$= \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \left(\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right)$$

$$= \boxed{\mathrm{E}_{Y_{i,c}} \left[\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right]}$$

확률 분포 $Y_{i,c}$에 대한 $\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}$ 의 기댓값입니다.

(Expectation of log difference between $Y_{i,c}$ and $\hat{Y}_{i,c}$ with respect to $Y_{i,c}$ distribution)

ACADENTIAL



# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler Divergence Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right]$$

- $\log(Y_{i,c})$**와** $\log(\hat{Y}_{i,c})$ **간의 차이에 대한** $Y_{i,c}$ **분포의 기댓값.**
- **즉, "ground truth label** $Y_{i,c}$ **분포의 입장"에서 본** $\log(Y_{i,c})$**와** $\log(\hat{Y}_{i,c})$ **간의 차이.**

# KL Divergence의 2번째 해석

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right]$$

$$\boxed{= \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c}\right] - \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log \hat{Y}_{i,c}\right]}$$

- KL Divergence은 확률 분포 $Y_{i,c}$에 대해서 $\log Y_{i,c}$의 기댓값과 $\log \hat{Y}_{i,c}$가 같아지도록 하는 것!

# KL Divergence의 2번째 해석



- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right]$$

$$\boxed{= \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c}\right] - \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log \hat{Y}_{i,c}\right]}$$

참고 사항:

- KL Divergence가 0이 되는 것은 $Y = \hat{Y}$에 대한 필요 조건이지 충분 조건은 아니다.
- 기댓값이 일치하지만 분산 (Variance) 혹은 Higher order statistics이 같아지도록 강제 하지 않음.

# 4-6.Cross Entropy와 KL Divergence에 대한 경사

ACADENTIAL



# Cross Entropy와 KL Divergence

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$L_{KL}(\hat{Y}_i, Y_i) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \overbrace{\boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c}}}^{\text{Negative Entropy of } Y_{i,c}} \underbrace{\boxed{- Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}}_{\text{Cross Entropy Term}}$$

# Cross Entropy와 KL Divergence

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

$$L_{KL}(\hat{Y}_i, Y_i) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c}} \boxed{- Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}$$

Cross Entropy Term

- **Gradient Descent 핵심**

경사하강은 경사의 음의 방향으로 모델의 weight을 update 해주는 것.

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{dL}{dW}$$

# Cross Entropy와 KL Divergence

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

$$L_{KL}(\hat{Y}_i, Y_i) = \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}$$

- **Gradient Descent 핵심**

경사하강은 경사의 음의 방향으로 모델의 weight을 update 해주는 것.

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{\boxed{dL}}{dW}$$

# Cross Entropy와 KL Divergence

- **KL Divergence Loss에 대한 경사**

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{KL}}{dW}$$

$$= W_t - \lambda \cdot \sum_{c=1}^{C} \frac{d}{dW}\left(Y_{i,c} \log Y_{i,c} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}\right)$$

$Y_{i,c} \perp\!\!\!\perp W$, $\hat{Y}_{i,c} \not\!\perp\!\!\!\perp W$

# Cross Entropy와 KL Divergence

- **KL Divergence Loss에 대한 경사**

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{KL}}{dW}$$

$$= W_t - \lambda \cdot \sum_{c=1}^{C} \frac{d}{dW} \left( \cancelto{0}{Y_{i,c} \log Y_{i,c}} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c} \right)$$

$Y_{i,c} \perp\!\!\!\perp W$ , $\hat{Y}_{i,c} \not\perp\!\!\!\perp W$

# Cross Entropy와 KL Divergence



- **KL Divergence Loss에 대한 경사**

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{KL}}{dW}$$

$$= W_t - \lambda \cdot \sum_{c=1}^{C} \frac{d}{dW}\left(\cancelto{=0}{Y_{i,c}\log Y_{i,c}} \underbrace{\boxed{- Y_{i,c}\log \hat{Y}_{i,c}}}_{\text{Cross Entropy Term}}\right)$$

$$Y_{i,c} \perp\!\!\!\perp W\,,\ \ \hat{Y}_{i,c} \not\perp\!\!\!\perp W$$

$$= W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{CE}}{dW}$$

# Cross Entropy와 KL Divergence



**경사 하강 기반의 최적화:**

**KL Divergence Loss = Cross Entropy Loss**

ACADENTIAL



# 4. Section 4 요약

# Section Summary

## One Hot Encoding

- Categorical (범주형) 데이터를 처리하는데 사용되는 Encoding 방법
- 이것을 **One-hot-encoding**하면

“고양이”: [1, 0, 0]

“개”: [0, 1, 0]

“원숭이”: [0, 0, 1]

- 범주형 데이터를 **Vector로 변환**하는 기법!

ACADENTIAL



# Section Summary

## Entropy

열역학 (Thermodynamics) 에서의 **Entropy**

물리 시스템의 **무질서한 정도**.

정보 이론 (Information Theory) 에서의 **Entropy**

확률 분포의 **불확실성**의 정도.

# Cross Entropy Loss

## Cross Entropy Loss (CE Loss)

$$\sum_{c=1}^{C} -Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

$$\downarrow$$

$$-Y_{i,c=c'} \log(\hat{Y}_{i,c=c'})$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-\log(\hat{Y}_{i,c=c'})}$$

Ground Truth Label $c'$ 일때,

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 높을수록 **(잘 맞춘 것)** CE Loss가 **낮아짐.**

$\hat{Y}_{i,c=c'}$ 가 낮을수록 **(못 맞춘 것)** CE Loss가 **높아짐.**

ACADENTIAL



# Section Summary

## KL Divergence

- **Kullback-Leibler Divergence Loss (KL Divergence)**

Cross Entropy Term

$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) = \sum_{c=1}^{C} \boxed{Y_{i,c} \log Y_{i,c}} \boxed{- Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}$$

Negative Entropy of $Y_{i,c}$

**Negative Entropy**

$$\sum_{c}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c}$$

**Cross Entropy Loss**

$$\sum_{c=1}^{C} - Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}$$

ACADENTIAL



# Section Summary

## KL Divergence

- **Kullback-Leibler  Divergence Loss (KL Divergence)**

확률 분포 $Y_{i,c}$에 대한 $\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}$ 의 기댓값.

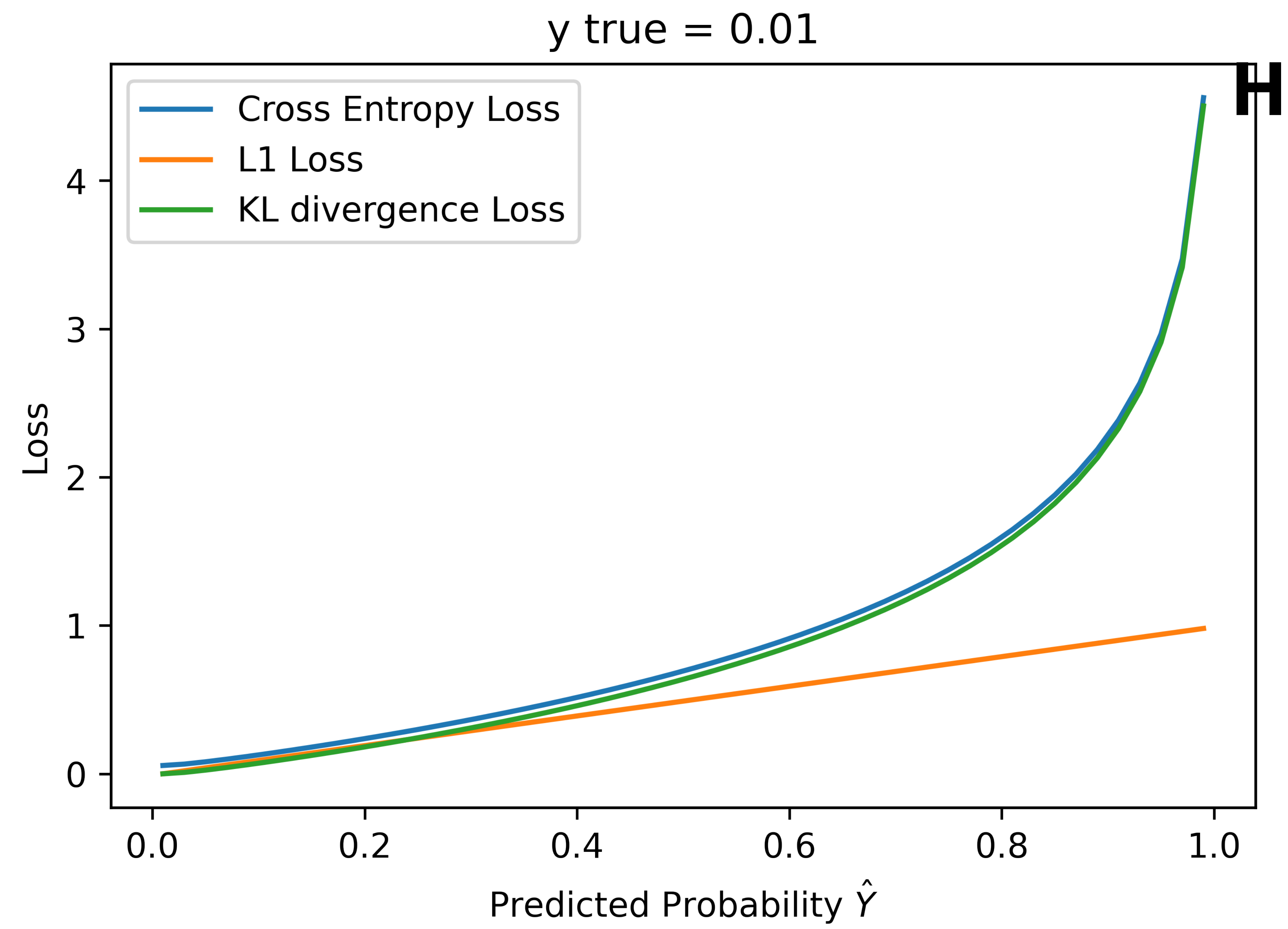
(Expectation of log difference between $Y_{i,c}$ and $\hat{Y}_{i,c}$ with respect to $Y_{i,c}$ distribution)

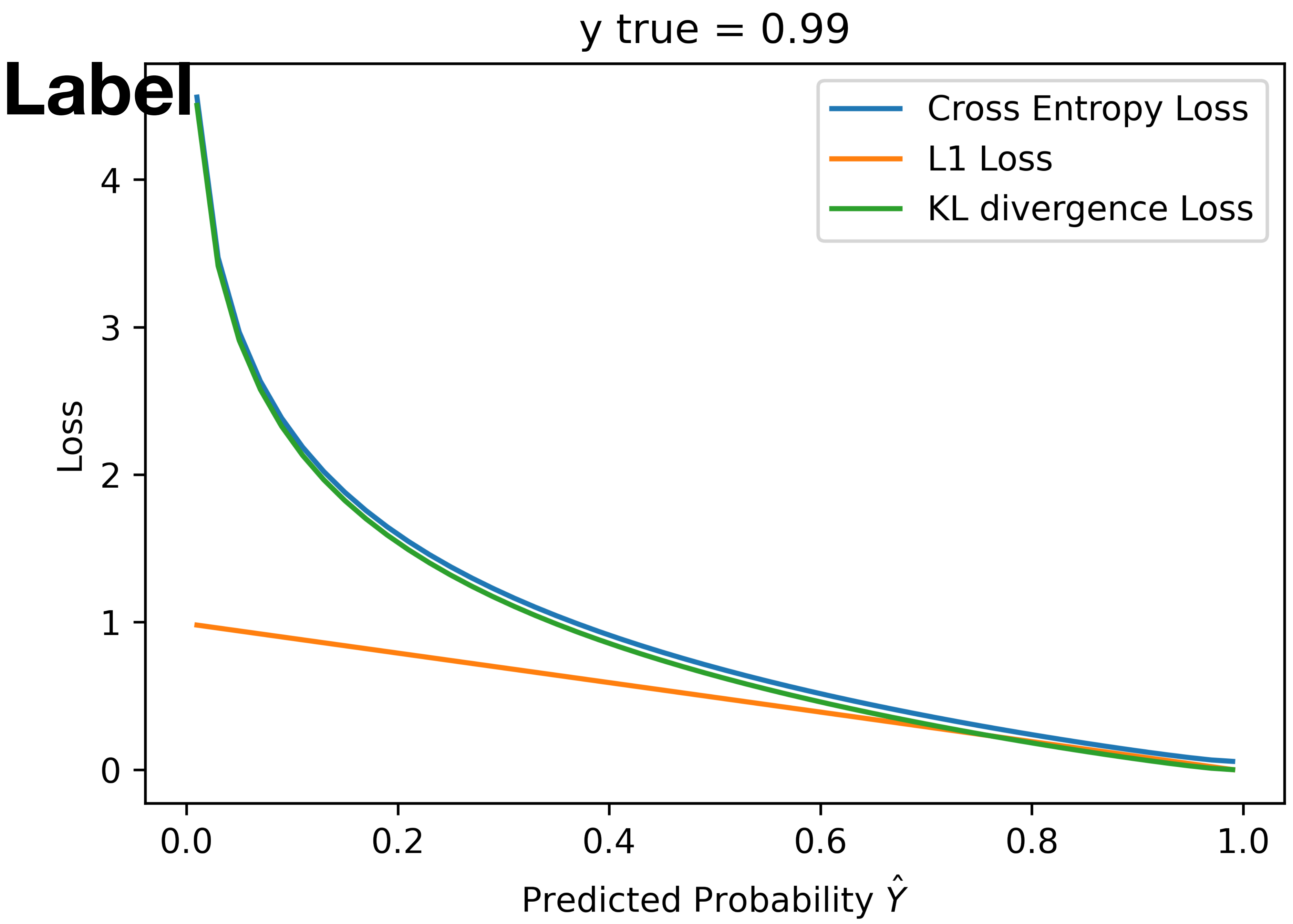
$$\sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \cdot \log\left(\frac{Y_{i,c}}{\hat{Y}_{i,c}}\right) \boxed{= \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c} - \log \hat{Y}_{i,c}\right]}$$

확률 분포 $Y_{i,c}$에 대해서 $\log Y_{i,c}$의 기댓값과 $\log \hat{Y}_{i,c}$의 기댓값의 차이

$$\boxed{= \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log Y_{i,c}\right] - \mathrm{E}_{Y_{i,c}}\left[\log \hat{Y}_{i,c}\right]}$$

# Hard Label



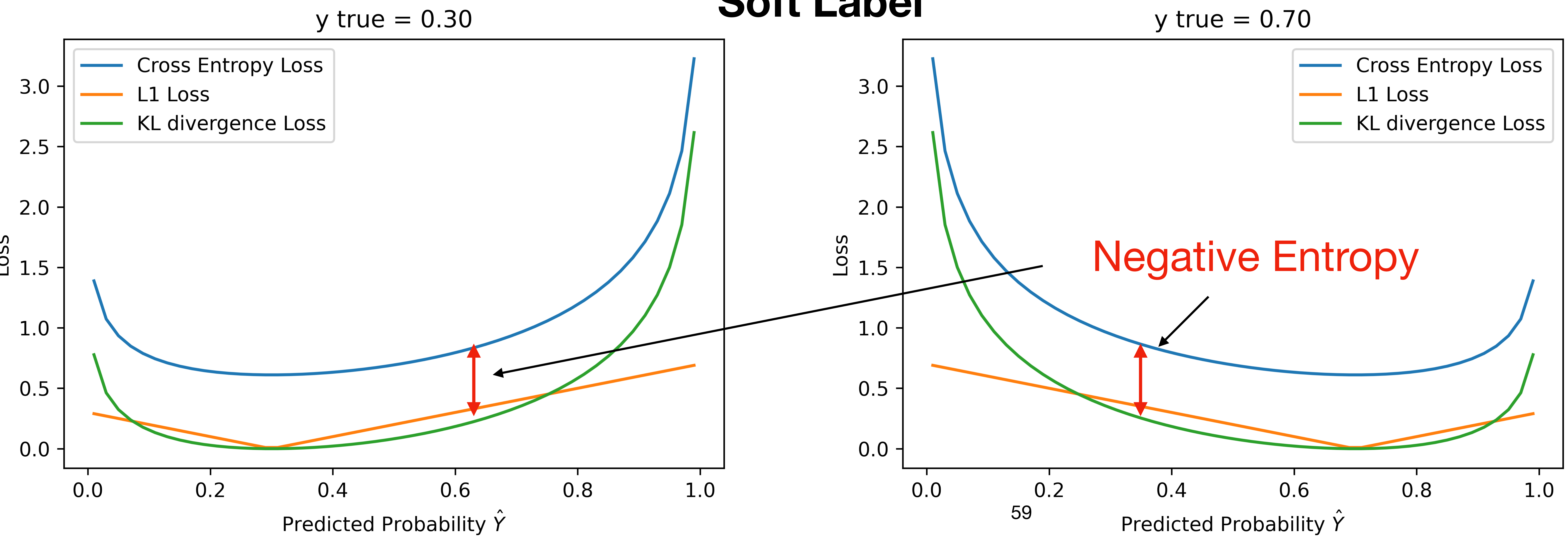

ACADENTIA



## Negative Entropy

$$= \sum_{c=1}^{C} Y_{i,c} \log Y_{i,c}$$

# Soft Label



# Section Summary

- **KL Divergence Loss에 대한 경사**

$$W_{t+1} = W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{KL}}{dW}$$

$$= W_t - \lambda \cdot \sum_{c=1}^{C} \frac{d}{dW} \left( \overbrace{\cancel{Y_{i,c} \log Y_{i,c}}}^{=0} \underbrace{\boxed{- Y_{i,c} \log \hat{Y}_{i,c}}}_{\text{Cross Entropy Term}} \right)$$

$$Y_{i,c} \perp\!\!\!\perp W, \quad \hat{Y}_{i,c} \not\!\perp\!\!\!\perp W$$

$$= W_t - \lambda \cdot \frac{dL_{CE}}{dW}$$

# Next Up!

# Next Up

## What is Deep Learning?

섹션 3. 손실 함수 (Loss Function)

- Neural Network가 학습되는 과정 = weight값이 최적화되는 과정

**Gradient Descent** (경사 하강)을 통한 **Loss function (손실 함수)** 값을 최소화하도록

**weight 값을 최적화**하여 **점진적으로** 모델의 예측 정확도를 높인다.

섹션 5. 경사 하강법 (Gradient Descent)

# Next Up

## What is Deep Learning?



섹션 3. 손실 함수 (Loss Function)

- Neural Network가 학습되는 과정 = weight값이 최적화되는 과정

**Gradient Descent** (경사 하강)을 통한 **Loss function (손실 함수)** 값을 최소화하도록

**weight 값을 최적화**하여 **점진적으로** 모델의 예측 정확도를 높인다.

섹션 5. 경사 하강법 (Gradient Descent)

Loss Function을 최소화하는 방법인 Gradient Descent에 대해서 배워보겠습니다!