Elementi di elettromanietismo

Ollari Ischimji Dmitri

18 Gennaio 2022

Indice

1 Legge di Coulomb **4**
- 1.1 Struttura atomica . . . 4
- 1.2 Quantizzazione della carica . . . 4
- 1.3 Legge di Coulomb . . . 4
- 1.4 Principio disovrapposizione . . . 4

2 Campo elettrico **5**
- 2.1 Campo elettrico . . . 5
- 2.2 Distribuzione continua di cariche . . . 5
  - 2.2.1 Distribuzione di carica di volume . . . 5
  - 2.2.2 Distribuzione di carica di superficie . . . 5
  - 2.2.3 Distribuzione di carica di linea . . . 5
- 2.3 Particelle cariche in campo uniforme . . . 5
  - 2.3.1 Caso particolare 1 . . . 6
  - 2.3.2 Caso particolare 2 . . . 6

3 Legge di Gauss **7**
- 3.1 Flusso del campo elettrico . . . 7
- 3.2 Flusso attraverso superfici non piane . . . 7
- 3.3 Legge di gauss . . . 7
- 3.4 Superficie gaussiana . . . 7
  - 3.4.1 Esempio . . . 8
- 3.5 Campo prodotto da carica puntiforme . . . 8
- 3.6 legge di Coulomb $\Rightarrow$ Legge di Gauss . . . 9
  - 3.6.1 Carica esterna, superficie arbitraria chiusa . . . 9
  - 3.6.2 Carica interna, superficie arbitraria chiusa . . . 9
  - 3.6.3 Carica sia interna che esterna con superficie chiusa . . . 10
- 3.7 Legge di Coulomb Vs Legge di Gauss . . . 10
- 3.8 Carica con simmetria sferica . . . 10
- 3.9 Proprietà elettrostiche dei conduttori . . . 10
- 3.10 Campo nelle vicinanze di un conduttore . . . 10

4 Potenziale Elettrico **11**
- 4.1 Energia potenziale elettrica . . . 11
  - 4.1.1 Energia con tante cariche puntiformi . . . 11
  - 4.1.2 Formula generale . . . 11
- 4.2 Potenziale elettrico . . . 11
- 4.3 Elettronvolt . . . 11
- 4.4 Potenziale prodotto da distribuzione continua di carica . . . 12
- 4.5 Differenza di potenziale . . . 12
- 4.6 Campo in funzione del potenziale . . . 12
- 4.7 Potenziale e campo elettrico . . . 12
- 4.8 Campo elettrostatico . . . 12
- 4.9 Superficie equipotenziali . . . 12
- 4.10 Conduttori . . . 12
- 4.11 Rigidità dielettrica . . . 12

5 Conduttori, capacità, dielettrici **13**
5.1 Capacità di un conduttore isolato . . . 13
5.2 Induzione totale . . . 13
5.3 Condensatore . . . 13
5.4 Capacità di un condensatore piano . . . 13
5.4.1 Densità superficiale . . . 13
5.4.2 Campo elettrico tra le armature . . . 13
5.4.3 Potenziale delle armature . . . 13
5.4.4 Capacità condensatore . . . 13
5.5 Energia elettrostatica . . . 13
5.6 Energia elettrostatica del condensatore . . . 13
5.7 Densità di energia elettrostatica . . . 14
5.8 Proprietà elettrostatica dei diellettrici . . . 14

6 Corrente e resistenza **15**
6.1 Intensità di corrente elettrica . . . 15
6.2 Velocità di deriva . . . 15
6.3 Densità di corrente elettrica . . . 15
6.4 Consevazione della carica elettrica . . . 15
6.5 Resistenza e legge di Ohm . . . 15
6.6 Resistività . . . 15
6.7 Legge di Ohm in funzione di densità di corrente e campo . . . 15
6.8 Semiconduttori . . . 15

7 Campo magnetico **16**
7.1 Forza di Lorentz . . . 16
7.2 Forza su un conduttore percorso da corrente . . . 16
7.3 Momento agente su una spira . . . 16
7.4 Moto di cariche in presenza di campi . . . 17

8 Campo magnetico **18**
8.1 Legge di Biot e Savart . . . 18
8.2 Permeabilità magnetica del vuoto . . . 18
8.3 Lungo filo percorso da corrente . . . 18
8.4 Spira percorsa da corrente . . . 18
8.5 Legge di Ampère . . . 18
8.6 Legge della circuitazione di Ampère . . . 19
8.7 Legge di Ampère Vs legge di Gauss . . . 19
8.8 Applicazione di Ampère . . . 19
8.9 Campo magnetico di un solenoide . . . 19
8.10 Forza agente tra conduttori . . . 19
8.11 Flusso magnetico . . . 19
8.12 Legge di Gauss per il campo elettrico . . . 20
8.13 Legge di Gauss per il campo magnetico . . . 20
8.14 Modifica della legge di Ampère . . . 20
8.15 Legge di Ampère modificata . . . 20

9 Induzione elettromanietica **21**
9.1 Forza elettromotrice(f.e.m.) . . . 21
9.2 Induzione elettromanietica . . . 21
9.3 Legge di induzione elettromanietica . . . 21
9.4 Legge di Faraday . . . 21
9.5 Legge di Lenz . . . 21
9.6 F.e.m. di movimento . . . 21
9.7 Campi elettrici indotti . . . 22
9.8 Campo elettrico indotto Vs elettrostatico . . . 22
9.9 Legge di Faraday: forma integrale . . . 22

10 Autoinduzione e mutua induzione **23**
10.1 Induttanza . . . 23
10.2 Induttanza di un lungo solenoide . . . 23
10.3 Potenza assorbita da un'induttanza . . . 23
10.4 Energia magnetica . . . 23
10.5 Mutua induttanza . . . 24
10.6 Trasformatori . . . 24

11 Equazioni di Maxwell **25**
11.1 Equazioni di Maxwell . . . 25
11.2 Legge di Gauss per il campo elettrico . . . 25

12 Onde **26**
12.1 Caratterizzazione delle onde . . . 26
12.2 Onda piana . . . 26
12.3 Onde armoniche . . . 26
12.4 Energia, potenza, intensità di un'onda . . . 26

13 Onde elettromanietiche **27**
13.1 Caratteristiche delle onde EM piane . . . 27
13.2 Intensità delle onde elettromanietiche . . . 27

Elenco delle figure

1 Campo elettrico . . . 5
2 Moto con traiettoria parabolica . . . 6
3 Flusso rispetto al piano . . . 7
4 Esempio superficie gaussiana . . . 8
5 Campo carica puntiforme . . . 8
6 Esempio con carica esterna alla superficie . . . 9
7 Esempio con carica interna alla superficie . . . 9
8 Esempio con carica esterna ed interna alla superficie . . . 10
9 Esempio di potenziale con sfera . . . 11
10 Potenziale Vs Campo . . . 12
11 Regola mano destra . . . 16
12 Spira percorsa da corrente . . . 18
13 Cortocircuitazione di ampere . . . 19
14 Ampèere modificata da Maxwell . . . 20
15 Comportamento campo elettrico e magnetico . . . 21
16 Fem indotta dal movimento . . . 21
17 Mutua induttanza . . . 24
18 Esempio di onde in due movimenti . . . 26

Elenco delle tabelle

1 Legge di Coulomb

1.1 Struttura atomica

La carica dell'elettrone è $e = 1.60218 \times 10^{-19} C$(Coulomb)

1.2 Quantizzazione della carica

La carica del protone è $+e$, la carica dell'elettrone è $-e$ ed il neutrone ha carica 0. La carica elettrica di un qualunque oggetto è:

$$q = (N_p - N_e) \times e \tag{1}$$

1.3 Legge di Coulomb

Interzione elettriva tra due particelle.

- a possiede carica q_a e si trova nell'origine del sistema
- b possiede carica q_b e si trova a una distanza r da a

La forza esercitata da a su b è:

$$\vec{F_{ab}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_a q_b}{r^2} \hat{r} \tag{2}$$

La forza di Coulomb è la forza che agisce tra particelle cariche.
Ricorati che essedo forze hanno un verso.

- $\vec{F_{ab}}$ è la forza esercitata da a su b
- $\vec{F_{ba}}$ è la forza esercitata da b su a

Questa forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza(se distanza x2, intensità /4). Le particelle con la stessa carica si respingono e quelle di carica opposta si attraggono.
La forza di Coulomb è vettoriale e obbedisce alla terza legge di Newton($F_{ab} = -F_{ba}$).
La costante di proporzionalità $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ vale:

- $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [\frac{C^2}{Nm^2}]$
- $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 [\frac{Nm^2}{C^2}]$

1.4 Principio disovrapposizione

Se sono presenti più cariche, gli effetti delle singole forze si sommano fra di loro essendo vettoriali.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n} \tag{3}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_1}{r_1^2} \hat{r_1} + \frac{qq_2}{r_2^2} \hat{r_2} + \cdots + \frac{qq_n}{r_n^2} \hat{r_n} \right) \tag{4}$$

2 Campo elettrico

2.1 Campo elettrico

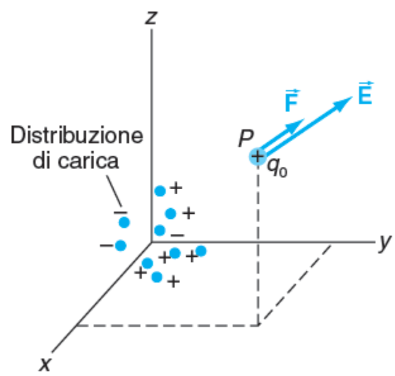

Figura 1: Campo elettrico

Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto P dovuto ad un gruppo di particelle è:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}[\frac{N}{C}] \tag{5}$$

Dove q_0 è la carica di prova e la si prende piccolissima per non alterare il campo.
A volte si usa una formula più veloce avendo a che fare con tante forze singole. Si parte dalla formula della forza:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r_i} \tag{6}$$

2.2 Distribuzione continua di cariche

In base alla distribuzione di carica si hanno tre casi:

2.2.1 Distribuzione di carica di volume

$dq = \rho dv$ dove ρ è la densità di carica di volume $[\frac{C}{m^3}]$.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint \frac{\rho}{r^2}\hat{r}dv \tag{7}$$

2.2.2 Distribuzione di carica di superficie

$dq = \sigma da$ dove σ è la densità di carica di superficie $[\frac{C}{m^2}]$.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iint \frac{\sigma}{r^2}\hat{r}da \tag{8}$$

2.2.3 Distribuzione di carica di linea

$dq = \lambda dl$ dove λ è la densità di carica di linea $[\frac{C}{m}]$.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\lambda}{r^2}\hat{r}dl \tag{9}$$

2.3 Particelle cariche in campo uniforme

La forza elettrica $\vec{F} = q\vec{E}$, è la froza risultante. Per la **seconda legge di Newton**, si ha che $q\vec{E} = m\vec{a}$. Quindi si ricava che:

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \tag{10}$$

2.3.1 Caso particolare 1

Particella carica inizialmente in quiete in un campo elettrico uniforme. Si muove con accelerazione costante lungo una retta parallela a $\vec{E}$.

$a_x = \frac{qE}{m}$	$V_x = \frac{qE}{m}t$	$x = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2$

Due casi derivati sono:

- $V_x^2 = \frac{2qE}{m}x$
- $V_x^2 = (\frac{qE}{m})^2 t^2$

2.3.2 Caso particolare 2

Particella carica che entra con velocità $\vec{v_0}$ in una regione sede di campo uniforme $\vec{E}$ con $\vec{v_0}$ perpendicolare a $\vec{E}$.

$a_y = \frac{qE}{m}$	$a_x = 0$	$a_z = 0$
$v_y = \frac{qE}{m}t$	$v_x = v_0$	$v_z = 0$
$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2$	$x = v_0 t$	$z = 0$

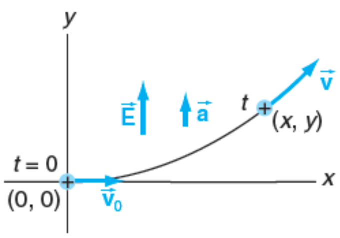

Figura 2: Moto con traiettoria parabolica

Formula del moto parabolico:

$$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{mv_0^2}x^2 \tag{11}$$

3 Legge di Gauss

3.1 Flusso del campo elettrico

Il flusso Φ di un campo elettrico uniforme $\vec{E}$ attraverso una superficie piana $\Delta\vec{S}$ è:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S} = E\Delta S \cos\theta \tag{12}$$

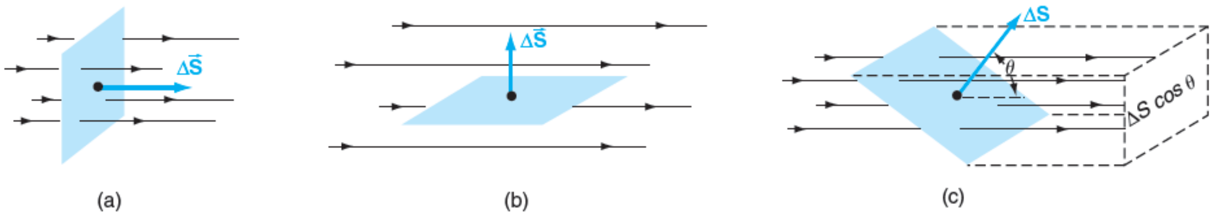

Figura 3: Flusso rispetto al piano

3.2 Flusso attraverso superfici non piane

Si utilizza l'integrale.

$$\Phi_E = \lim_{\Delta S_i \to 0} \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint E \cos\theta dS \tag{13}$$

Nella maggior parte dei casi si parlerà di integrali di superfici per superficie chiuse e si indicano con il simbolo:

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

3.3 Legge di gauss

Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa arbitraria è pari alla somma algebrica delle cariche contenute all'interno del volume delimitato dalla superficie divisa per la costante dielettrica del vuoto.

$$\Phi_E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \tag{14}$$

3.4 Superficie gaussiana

La superficie chiusa attraverso la quale si calcola il flusso del campo elettrico è solitamente una superficie geometrica immaginaria detta **superficie gaussina**.

3.4.1 Esempio

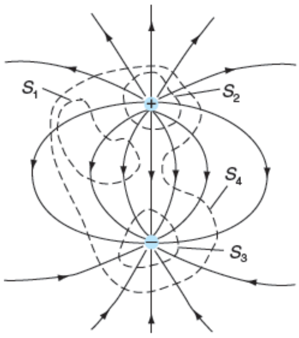

Figura 2.6
Quattro superfici gaussiane nel campo di un dipolo. Le superfici sono rappresentate in sezione trasversale, e le linee tratteggiate corrispondono all'intersezione delle superfici stesse con il piano della figura. Osservando le linee di forza, si può verificare che $\Phi_1 = 0$, $\Phi_2 > 0$, $\Phi_3 < 0$, e $\Phi_4 = 0$.

Figura 4: Esempio superficie gaussiana

3.5 Campo prodotto da carica puntiforme

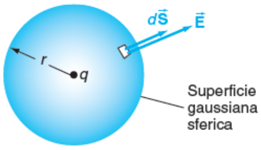

Figura 2.7
Calcolo del flusso dovuto al campo prodotto da una carica puntiforme posta nel centro di una superficie gaussiana sferica.

Figura 5: Campo carica puntiforme

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_r(4\pi r^2) \tag{15}$$

N.B. $4\pi r^2$ è la superficie della sfera.
Se consideriamo che la carica nella sfera guassiana sia $Q_{int} = q$,

$$\Phi_E = E_r(4\pi r^2) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Che è la stessa espressione ottenuta con Coulomb!

3.6 legge di Coulomb ⇒ Legge di Gauss

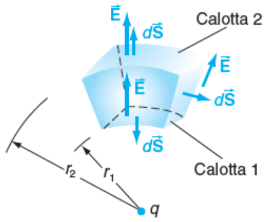

Figura 2.9
Flusso del campo generato da una particella carica attraverso una superficie a forma di blocco arrotondato. La superficie è formata da due calotte sferiche e da quattro facce piane. Il flusso attraverso ciascuna faccia piana è nullo, e i flussi attraverso le due calotte sferiche sono uguali e opposti, quindi il flusso relativo all'intera superficie è nullo.

Figura 6: Esempio con carica esterna alla superficie

3.6.1 Carica esterna, superficie arbitraria chiusa

Per una qualunque superficie chiusa arbitraria ed una carica q ESTERNA, il flusso vale:

$$\Phi_E = 0$$

3.6.2 Carica interna, superficie arbitraria chiusa

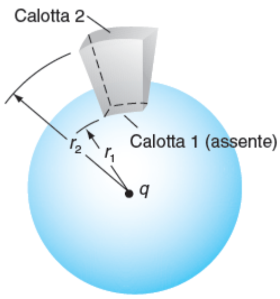

Figura 2.11
Flusso del campo prodotto da una carica puntiforme al centro di una superficie gaussiana che è sostanzialmente una sfera, ma con una porzione di calotta staccata e allontanata dal centro. Il flusso attraverso la calotta 2 è uguale al flusso mancante per l'assenza della calotta 1, quindi il flusso relativo all'intera superficie è identico a quello relativo a una sfera: $\Phi_E = q/\varepsilon_0$.

Figura 7: Esempio con carica interna alla superficie

Per le figure con una carica interna vale:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \tag{16}$$

3.6.3 Carica sia interna che esterna con superficie chiusa

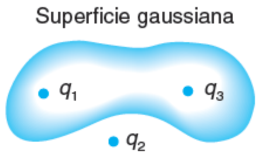

Figura 2.13
Delle tre particelle cariche, la 1 e la 3 sono all'interno della superficie gaussiana, mentre la 2 è all'esterno. Servendosi del principio di sovrapposizione, $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \vec{\mathbf{E}}_3$, si trova che il flusso attraverso la superficie è $\Phi_E = (q_1 + q_3)/\varepsilon_0$. La particella 2 non contribuisce al flusso.

Figura 8: Esempio con carica esterna ed interna alla superficie

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_i \oiint \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_E = \frac{Q_1}{\epsilon_0} + 0 + \frac{Q_3}{\epsilon_0}$$

3.7 Legge di Coulomb Vs Legge di Gauss

La legge di Gauss può essere dedotta da:

- legge di Coulomb
- principio di sovrapposizione

Legge fi Coulomb può essere dedotta da:

- legge fi gauss
- considerazioni di simmetria

3.8 Carica con simmetria sferica

Il campo all'esterno di una distribuzione di carica a simmetria sferica è diretto radialmente e la sua intensità è la stessa che si avrebbe se la carica totale fosse "concentrata" in una carica puntiforme posta al centro della distribuzione

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

3.9 Proprietà elettrostiche dei conduttori

- Campo all'interno di un conduttore è nullo
- L'eccesso di carica si posiziona sulla superficie

3.10 Campo nelle vicinanze di un conduttore

Il campo creato dal conduttore è perpendicolare alla superficie. In prossimità del conduttore, dove la carica di superficie $\sigma > 0$, $E_n > 0$ avendo una intensità:

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \tag{17}$$

4 Potenziale Elettrico

4.1 Energia potenziale elettrica

La forza elettrica agente su un aparticella di prova è:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

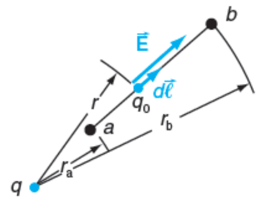

Figura 9: Esempio di potenziale con sfera

$$\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = Edl \cos 90^\circ = 0 \tag{18}$$

Dove la formula del campo elettrico è:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

La formula generale per calcolare il lavoro è la seguente:

$$\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \tag{19}$$

Il lavoro compiuto da una forza elettrica è indipendente dalla traiettroia.

$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right) \tag{20}$$

Nota che ho cambiato b con a per il segno negativo.

4.1.1 Energia con tante cariche puntiformi

Avendo varie cariche puntiformi, si sommano vettorialmente i loro valori.

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = q_0 \left(\sum_i \vec{E}_i\right)$$

4.1.2 Formula generale

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\sum_i \frac{q_i}{r_i}\right) \tag{21}$$

4.2 Potenziale elettrico

$$V = \frac{U}{q_0} \tag{22}$$

Il potenziale prodotto in un punto P da una distribuzione di cariche:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\sum_i \frac{q_i}{r_i}\right) \tag{23}$$

4.3 Elettronvolt

$$1eV = (1.6 \times 10^{-19} C)(1V) = 1.6 \times 10^{-19} J$$

1 eV é l'energia guadagnata da un elettrone attraverso una differenza di potenziale di 1 V.

4.4 Potenziale prodotto da distribuzione continua di carica

Con il passaggio al limite, la sommatoria diventa un integrale.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r} \tag{24}$$

4.5 Differenza di potenziale

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} \tag{25}$$

4.6 Campo in funzione del potenziale

$$\vec{E} = -\left(\frac{\delta V}{\delta x}\hat{x} + \frac{\delta V}{\delta y}\hat{y} + \frac{\delta V}{\delta z}\hat{z}\right) \tag{26}$$

4.7 Potenziale e campo elettrico

Potenziale e campo elettrico sono direttamente correlati:

- entrambi possono essere determinati dalla distribuzione di cariche
- possono essere determinati a partire dall'altro

La dimensione del campo elettrico è $[\frac{V}{m}]$ o $[\frac{N}{C}]$.

4.8 Campo elettrostatico

Il campo elettrostatico è conservativo quando la sua cortocircuitazione è nulla.

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

E si può usare la fromula sia su una line ache su un volume ed una superficie, se si usa la variazione di suerficie si usa un doppio integrale e per il volume si usa un tripolo integrale.

4.9 Superficie equipotenziali

Superfici che hanno lo stesso potenziale (come una sfera, armatura di un condensatore).

4.10 Conduttori

Dentro ad un conduttore, il campo E è nullo, mentre il potenziale è costante. All'esterno entrambi decadono con l'aumetare della distanza(il campo decade più in fretta).

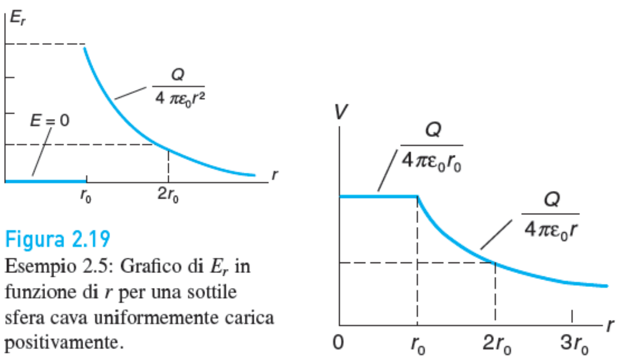

Figura 2.19
Esempio 2.5: Grafico di E_r in funzione di r per una sottile sfera cava uniformemente carica positivamente.

Figura 10: Potenziale Vs Campo

4.11 Rigidità dielettrica

La rigidità dielettrica è il massimo campo applicabile ad un isolante prima che questo smetta di isolare e permetta il passaggio delle cariche. Esempio: fulmini(l'aria isola finchè il campo elettrico non è troppo grande e tenta di scaricare verso terra).

5 Conduttori, capacità, dielettrici

Il condensatore permette di immagazzinare energia e questa caratteristica prende il nome di capacità.

5.1 Capacità di un conduttore isolato

La capacità elettrica solitamente è:

$$Q = CV \tag{27}$$

Esempio per una superficie sferica:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$C = \frac{Q}{C} = 4\pi\epsilon_0 R$$

5.2 Induzzione totale

Se sono presenti due conduttori in induzione totale(tutte le linne di forza del primo entrano nel secondo), allora il secondo avrà cariche uguali con segno opposto.

5.3 Condensatore

La capacità edl condensatore è $C = \frac{Q}{V}[F]$ e si misura in Farad(1 F = 1C/V),

5.4 Capacità di un condensatore piano

Avendo un condensatore con area delle armature A e distanza delle armature d,

5.4.1 Densità superficiale

$$|\sigma| = \frac{Q}{A} \tag{28}$$

5.4.2 Campo elettrico tra le armature

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{29}$$

5.4.3 Potenziale delle armature

$$V = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d \tag{30}$$

5.4.4 Capacità condensatore

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \tag{31}$$

5.5 Energia elettrostatica

Energia potenziale di una carica in un campo elettrico:
Se ho un triangolo equilatero e ho delle cariche nei vertici, l'energia potenziale è:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{q_1 q_2}{d} + \frac{q_2 q_3}{d} + \frac{q_1 q_3}{d})$$

Quindi fa un ragioanmento individuale e poi si usa la sovrapposizione degli effetti.
Generalizzando:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{N} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \tag{32}$$

5.6 Energia elettrostatica del condensatore

Per sapere l'energia del condensatore durante il suo periodo di carica, si usa un integrale.

$$U = \int_0^Q V' dQ' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{33}$$

5.7 Densità di energia elettrostatica

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{34}$$

5.8 Proprietà elettrostatica dei diellettrici

La differenza di potenziale dipende anche dai materiali che si utilizzano come dielettrico fra le armature. La costante dielettrica relativa ϵ_r è il risultato di:

$$\epsilon_r = \frac{V_0}{V}$$

dove V_0 è la differenza di potenziale per dielettrico vuoto e V con un dielettrico generico.
A volte si definisce **costante dielettrica** la quantità $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$. All'inserimento del dielettrico, il campo si riduce di un fattore $\frac{1}{\epsilon_r}$, la capacità aumento di un fattore ϵ_r e l'energia potenziale cala di un fattore $\frac{1}{\epsilon_r}$.
Se invece si prova a cambiare il dielettrico con ancora il generatore collegato, quest'ultimo dovrà trasferire un pochino di energia, quindi la carica del condensatore aumento di un fattore ϵ_r.

6 Corrente e resistenza

6.1 Intensità di corrente elettrica

L'intensità di corrente elettrica è la variazione di cariche in un lasso di tempo:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

6.2 Velocità di deriva

Il valore assoluto della carica dQ, che passa nella superficie S nell'intervallo dt:

$$dQ = nSv_d dt|q|$$

dove:

- n = densità dei portaotri di carica
- v_d = velocità di deriva

Per ottenerer la corrente, avendo trovato la variazione di carica, basta dividere per il tempo.

6.3 Densità di corrente elettrica

La densità di corrente, partendo dalla formula di prima della corrente, dividiamo per la sezione e otteniamo:

$$J = nv_d|q|$$

6.4 Consevazione della carica elettrica

Da questa legge si capisce che se ho una carica uscente da una superficie, la carica all'interno della superficie, è ridotta della quantità uscità. Questo ragionamento viene considerato quando un conduttore cambia di dimensioni provocando un cambio proporzioanle di densità della carica.
Esempio:

$$\oiint_{Schiuso} \vec{J}d\vec{S} = \iint_{S1} \vec{J}d\vec{S} + \iint_{S2} \vec{J}d\vec{S} = -\iint_{S1} \vec{J}d\vec{S_1} + \iint_{S2} \vec{J}d\vec{S_2}$$

Serve a rappresentare la corrente entrante e uscente come densità per sezione così da poter fare una proporzione per l'esercizio.

6.5 Resistenza e legge di Ohm

$$R = \frac{V}{I}$$

6.6 Resistività

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

Dove ρ indica la tipologia di materiale, l indica la lunghezza e S è la superficie.

6.7 Legge di Ohm in funzione di densità di corrente e campo

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

Un campo elettrico E produce una denstià di corrente j che dipende dalla conducibilità del materiale (sigma).
Riassuntone:

- $\vec{J} = \sigma\vec{E}$, legge di ohm in un punto interno del materiale
- $V = IR$ legge di ohm in un conduttore
- $\rho = \frac{RS}{l}$
- $\sigma = \frac{l}{RS}$

Rho e sigma sono opposti.

6.8 Semiconduttori

Materiali che si comportano comeisolanti in certe condizioni e da conduttori in altre condizioni.

7 Campo magnetico

7.1 Forza di Lorentz

La forza di Lorentz descrive una particella carica q con velocità $\vec{v}$ e un campo vettoriale $\vec{B}$

$$\vec{F}q\vec{v} \times \vec{B} \tag{35}$$

che generano la forza magnetica.
L'andamento delle forze segue la regola della mano destra:

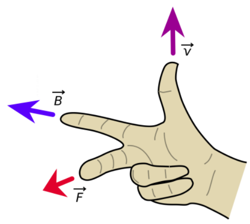

Figura 11: Regola mano destra

Per q positiva, la forza segue il verso di F(freccia in rosso), altrimenti ha verso opposto.
L'intensità della forza è:

$$F = |qvB\sin\theta| \tag{36}$$

NB:

- per carica in quiete, forza = 0
- se v ed f solo paralleli o opposti, forza = 0

L'unità di misura è il $[T]$(Tesla), però il tesla è molto grande come unità di misura, perciò spesso si usa il **gauss**, $1G = 10^{-4}T$.

7.2 Forza su un conduttore percorso da corrente

Prima si deve ricavare il numero di portatori di carica:

$$N = nAl$$

dove si moltiplicano il numero dei portatoridi carica n per il volume del segmento. La froza magnetica totale agente sulla carica Nq è:

$$\vec{F} = Nq\vec{v_d} \times \vec{B} = nAlq\vec{v_d} \times \vec{B} \tag{37}$$

Per trovare la l'intensità della forza posso usare:

$$F = IlB\sin\theta \tag{38}$$

Però visto che questa frmula vale solo con fili rettilinei e campi magnetici uniformi, bisogna integrare per ottenere il risultato nel mondo reale:

$$\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B} \tag{39}$$

7.3 Momento agente su una spira

Il campo di induzione magnetica esercita una forza sul filo percorso da corrente, può produrre un momento.
Il momento su una spira è:

$$\tau = ISB\sin\theta \tag{40}$$

- I = corrente
- S = supericie
- B = intensità campo di induzione
- θ = angoolo fra vettore superficie e vettore del campo magnetico

Se invece, si ha una bobina, bisogna considerare il numero delle spire:

$$\tau = NISB\sin\theta \tag{41}$$

Dove N è il numero delle spire.

7.4 Moto di cariche in presenza di campi

La forza totale che agisce su una particella con carica q e velocità v:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \tag{42}$$

Il raggio della traiettoria che assume la particella è:

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{43}$$

La velocità angolare è:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q}{m}B \tag{44}$$

8 Campo magnetico

8.1 Legge di Biot e Savart

Regola simile a quella del campo elettrico di Coulomb ma applicabile al campo magnetico. La formula è:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \tag{45}$$

Dove si usa la regola della mano destra pe rvedere la direzione e si usa la seguante formula per l'intensità:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2} \tag{46}$$

8.2 Permeabilità magnetica del vuoto

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [TmA^{-1}] \tag{47}$$

8.3 Lungo filo percorso da corrente

Si usa:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \tag{48}$$

8.4 Spira percorsa da corrente

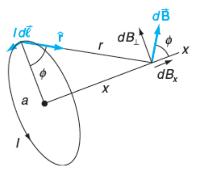

Figura 8.6
Un elemento di corrente di una spira circolare produce un contributo $d\vec{B}$ al campo di induzione magnetica in un punto dell'asse della spira. I vettori $I\,d\vec{\ell}$ e $\hat{r}$ sono perpendicolari.

Figura 12: Spira percorsa da corrente

$$B = \frac{\mu_I S}{2\pi(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{49}$$

8.5 Legge di Ampère

Legge usata per collegare campo magnetico e corrente concatenata. La formula di base è:

$$B = B_1 + B_2 + ... + B_n$$

$$B = \sum_i \frac{\mu_0 I l_i}{2\pi R_i}$$

Però spesso si cambia la lunghezza del'arco e il suo raggio con un angolo:

$$B = \sum_i \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta_i \tag{50}$$

Questo fa capire che se l'angolo è 0, il risultato è 0(segmenti radiali non contribuiscono)
Se ho un caso dove ho più cerchi concentrici con raggi diversi, devo semplicemente sommare i loro contributi, però prima devo sistemare il fatto che a raggi diverso hanno diverse intnesità. Quindi se ho due curve, che hanno raggio1 e raggio 2,

$$B_2 l_2 - B_1 l_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} R_2 \theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} R_1 \theta$$

Facendo così escludo i raggi dall'equazione.

8.6 Legge della circuitazione di Ampère

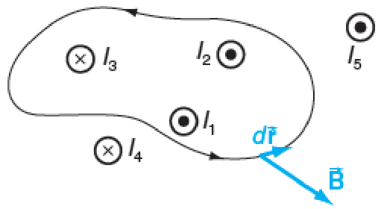

Figura 13: Cortocircuitazione di ampere

I4 e I5 non sono concatenate con il percorso chiuso, quindi non le considero. Usanod la regola della mano destra attribuisco i segni alle correnti,

$$I_{conc} = I_1 + I_2 - I_3$$

8.7 Legge di Ampère Vs legge di Gauss

- Ampère: campi magnetici
- Coulomb: campi elettrici

8.8 Applicazione di Ampère

Se cerco il valore esterno al lungo filo rettilineo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \tag{51}$$

per R(distanza dal filo al punto) > a(raggio del filo) e se il punto è sulla superficie del filo $(R = a)$
Se invece cerco il valore interno al filo:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi R} I \frac{R^2}{a^2} = \frac{\mu_0 I R}{2\pi a^2} \tag{52}$$

8.9 Campo magnetico di un solenoide

Il solenoide ha lacaratteristica di produrre un campo tendente al nullo all'esterno e un campo uniforme all'interno delle spire. Maggiore è la lunghezza è il numero di spire, migliore è il risultato della concatenzaione.
Per trovare Il campo magnetico all'interno del solenoide, si usa La legge di Ampère del percorso chiuso e l'unico campo non zero è quello all'interno. Per cui vale la formula:

$$B = \mu_0 n I \tag{53}$$

Dove $n = \frac{N}{L}$ dove rispettivamente L è la lunghezza ed N è il numero di spire. Così facendo, si ottiene n che è il numero di spire in unità di spazio.

8.10 Forza agente tra conduttori

Se ho due fili attraversati da corrente con segno opposto, si attraggono con la seguente forza:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} l \tag{54}$$

Se hanno stesso verso, si respingono con la stessa forza. R è la distanza tra i due fili ed l è la lunghezza considerata.

8.11 Flusso magnetico

Come per il campo elettrico, esiste un flusso elettrico, per il campo magnetico esiste il flusso magnetico.

$$\phi_B = \iint_S B \cos\theta \cdot dS \tag{55}$$

L'unità di misura è il Weber(Wb), $1Wb = 1Tm^2$.

8.12 Legge di Gauss per il campo elettrico

$$\phi_E = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

8.13 Legge di Gauss per il campo magnetico

$$\phi_B = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Il flusso magnetico attraverso una superficie chiusa è nullo.

8.14 Modifica della legge di Ampère

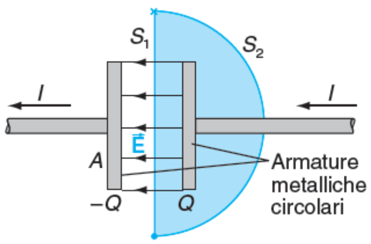

Figura 8.24
Il flusso elettrico attraverso la superficie piana S_1 è $\Phi_E = EA$, ova A è l'area di un'armatura del condensatore. Gli effetti di bordo sono stati trascurati.

Figura 14: Ampèere modificata da Maxwell

La legge di Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I_{conc}$$

La modifica di Maxwell è:

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{56}$$

dove epsilon è la densità di carica dell'armatura.

$$\phi_E = EA \tag{57}$$

risolvendo rispetto a Q:

$$Q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 \phi_E \tag{58}$$

Poi, derivando il tutto si ottiene:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \tag{59}$$

La corrente I atraversa S2, la corrente di spostamento IS attraversa S1 ed I=IS.

8.15 Legge di Ampère modificata

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \left(I_{conc} + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right) \tag{60}$$

9 Induzione elettromanietica

9.1 Forza elettromotrice(f.e.m.)

La fem si misura in Volt e fornisce energia ai portaotri di cariche per permettere il flusso di corrente.

9.2 Induzione elettromanietica

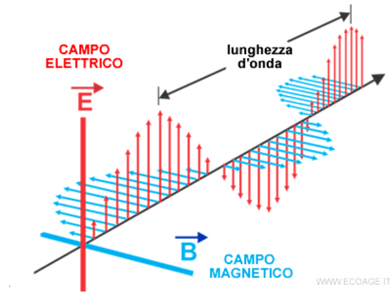

Figura 15: Comportamento campo elettrico e magnetico

Ogni variazione del campo magnetico, provoca un campo elettrico.

9.3 Legge di induzione elettromanietica

La corrente indotta viene generata quando un campo magnetico varia.

9.4 Legge di Faraday

La fem indotta dipende dalla velocità di cariazione del flusso magnetico:

$$\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

La legge di faraday associa $1V = 1\frac{Wb}{s}$. Se una bobina è fatta da più spire, usiamo la regola con La concatenzaione:

$$\epsilon_T = N\epsilon = N\left(-\frac{d\phi_B}{dt}\right) \tag{61}$$

9.5 Legge di Lenz

Per capire il segno della fem indotta, bisogna usare Lenz. Il senso della corrente indotta è tale che il suo contributo al campo magnetico si oppone alla variazione del flusso magnetico che produce la corrente indotta stessa.
Per effettuare il calcolo, bisogna definire il verso dei vettori delta sperficie.

9.6 F.e.m. di movimento

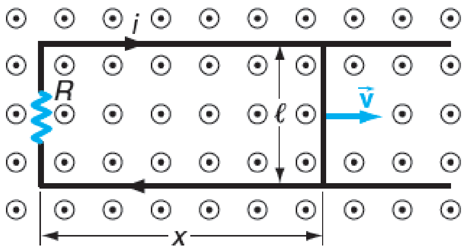

Figura 16: Fem indotta dal movimento

Il campo di induzione magnetica del circuito(perpendicolare al piano), è:

$$\phi_B = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = Blx\cos\theta \tag{62}$$

dove la l e la x sono l'area del circuito considerato in quel momento.
Visto che il filo scorre, l'area cambia, quindi il flusso cambia.

$$\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d(Blx)}{dt} = Blv\cos\theta \tag{63}$$

dove v è la velocità(spazio fratto tempo:)).
Quindi la legge di faraday dice che la fem indotta nel circuito è:

$$\epsilon = Blv\cos\theta \tag{64}$$

9.7 Campi elettrici indotti

Se un conduttore si muove in un campo di induzione magnetica uniforme, i portatori di carica si muoveranno con velocità media $\vec{v}$.
La forza elettrica e magnetica agente sulle particelle è:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{65}$$

Gli esperimenti confermano che il campo elettrico E esercita una forza F sulla qualunque carica q presente nella regione. La fem indotta è (più o meno) il lavoro per unità di carica compiuto dalla forza elettrica.

$$\epsilon = \frac{W}{q} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{66}$$

9.8 Campo elettrico indotto Vs elettrostatico

Campo elettrostatico(prodotto da una distribuzione di cariche con coulomb) differisce dal campo elettrico indotto per:

- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ per campo elettrostatico
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \epsilon$ nel campo indotto

Il campo elettrico indotto è non conservativo e viene prodotto da un campo magnetico variabile.

9.9 Legge di Faraday: forma integrale

La legge di Faraday espressa in termini dei Campi è valida solo in presenza di conduttori, sennò cade il principio della fem. La forma integrale(o legge generale) è:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{67}$$

10 Autoinduzione e mutua induzione

Fino ad ora abbiamo generato una fem grazie ad un campo magnetico esterno che interagiva con la bobina.
Adesso proviamo a fare una fem con la corrente che gira nel filo del solenoide.
Se si usa una corrente costante, il campo (per binot e savart) è costante.
Se si usa una corrente variabile, anche il campo sarà variabile.
Con una **condizione di correnti stazionarie**, possiamo assumere che La fem autoindotta è:

$$\epsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

La fem autoindotta dipende dalla velocità di variazione della corrente.

10.1 Induttanza

L è l'induttanza di una bobina, si misura in Henry$[H] = [1VsA^{-1}]$.
La fem indotta in una bobina di N spire è:

$$\epsilon_L = N\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{di}{dt} \tag{68}$$

10.2 Induttanza di un lungo solenoide

Induttanza di un lungo solenoide con spire fitte:

- l = lunghezza
- S = superficie
- n = numero di spire

L'intensità del campo è:

$$B = \mu_0 ni \tag{69}$$

Il flusso concatenato è:

$$\phi_B = \iint \vec{V} \cdot d\vec{S} = \mu_0 niS \tag{70}$$

In un solenoide di lunghezza l, ci sono $N = nl$ spire:

$$N\phi_B = (nl)(\mu_o niS) \tag{71}$$

Usando $N\phi_B = Li$, otteniamo:

$$L = \mu_0 n^2 Sl \tag{72}$$

Quindi l'induttanza dipende solo da lunghezza, sezione e numero di spire.

10.3 Potenza assorbita da un'induttanza

$$P = iV = -Li\frac{di}{dt} \tag{73}$$

La quantità di energia immagazzinata in una induttanza dipendente dalla quantità di corrente:

$$U = \frac{1}{2}Li^2 \tag{74}$$

10.4 Energia magnetica

Analogia tra:

- energia immagazzianta in un induttore percorso da corrente($U = \frac{1}{2}Li^2$)
- energia immagazzinata da un condensatore($U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$)

La densità di energia elettrica immagazzinata nel campo elettrico è:

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{75}$$

Che è l'energia immagazzianta per unità di volume.
Stecca però per il campo magnetico è:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{76}$$

10.5 Mutua induttanza

La fem autoindotta di una bobina influenza anche l'esterno di essa,

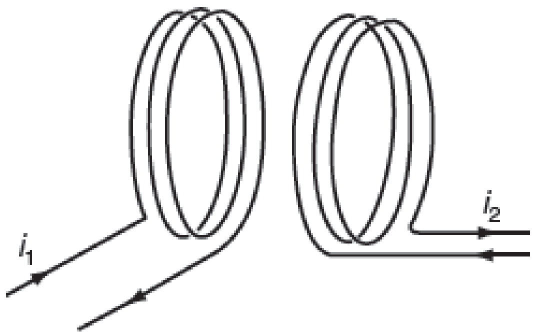

Figura 17: Mutua induttanza

La fem indotta nella bobina 1 è:

$$\epsilon_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

Il coefficiente M_{12} e M_{21}:

- dipendono dalle proprietà geometriche del circuito
- vengono solitamente misurate nel circuito
- solo in alcuni rari casi sono facili da calcolare

La regola generale per calcolare la fem indotta in un circuito di questo tipo è:

$$\epsilon_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt} \tag{77}$$

$$\epsilon_{21} = -M_{21}\frac{di_1}{dt} \tag{78}$$

10.6 Trasformatori

Usano la mutua induzione per cambiare voltaggi e correnti da un circuito ad un'altro.
Solitamente si parla di primario e secondario, riferendosi al circuito di ingresso(primario) e al circuito di uscita(secondario).
La tensione indotta nel secondario è:

$$V_s = N_s\epsilon = -N_s\frac{d\phi_B}{dt} \tag{79}$$

La tensione indotta nel primario è:

$$V_p = N_p\epsilon = -N_p\frac{d\phi_B}{dt} \tag{80}$$

Poi spesso si utilizza semplicemente il rapporto:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \tag{81}$$

E se uso le correnti, è invertito:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \tag{82}$$

11 Equazioni di Maxwell

11.1 Equazioni di Maxwell

Tabella 14.1 Le equazioni di Maxwell nel vuoto espresse in forma integrale (prima colonna) e le corrispondenti equazioni espresse in forma differenziale o locale (seconda colonna)

In forma integrale	In forma differenziale (o locale)	Legge fisica
$\oiint\limits_{\text{Sup. chiusa}} \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint\limits_{\text{Vol. interno}} \rho dV$	$\text{div}\vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	Legge di Gauss per $\vec{\mathbf{E}}$
$\oiint\limits_{\text{Sup. chiusa}} \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0$	$\text{div}\vec{\mathbf{B}} = 0$	Legge di Gauss per $\vec{\mathbf{B}}$
$\oint\limits_{\text{Bordo di S}} \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d}{dt} \iint\limits_{\text{Sup. S}} \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$	$\text{rot}\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$	Legge di Faraday
$\oint\limits_{\text{Bordo di S}} \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 \left[\iint\limits_{\text{Sup. S}} \vec{\mathbf{j}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint\limits_{\text{Sup. S}} \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{S}} \right]$	$\text{rot}\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \left[\vec{\mathbf{j}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} \right]$	Legge di Ampère modificata

11.2 Legge di Gauss per il campo elettrico

12 Onde

12.1 Caratterizzazione delle onde

- Onde meccaniche(possono esistere solo in un mezzo materiale)
- onde elettromeccaniche(possono esistere nel vuoto)

Per le onde meccaniche, si devono distinguere due aspetti:

- moto(propagazione) dell'onda attraverso il mezzo
- moto della particella del mezzo materiale

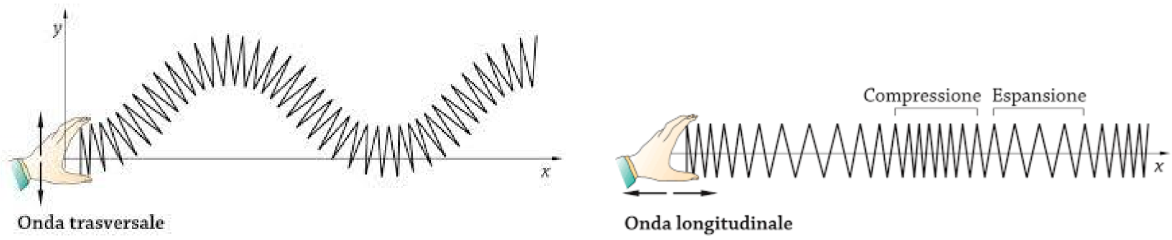

Figura 18: Esempio di onde in due movimenti

12.2 Onda piana

Una funzione d'onda è composta di $f(\vec{r}, t)$ dove r è la posizione e t il tempo. Un'onda pina dipende solo da una direzione.

12.3 Onde armoniche

$$f(x \pm vt) = A\sin(kx \pm \omega t + \phi) \tag{83}$$

- A è l'ampiezza dell'onda
- $kx \pm \omega t + \phi$ è la fase
- k è il numero d'onda(rad/m)
- ω è la pulsazione(freq angolare(rad/s))
- ϕ è la fase iniziale

Ricordati che puoi ottenere la frequenza usando $f = \frac{\omega}{2\pi}$.
L'onda armonica è progressiva/regressiva se:

$$\frac{\omega}{k} = v \tag{84}$$

Per l'onda progressiva, la funzione è periodica al tempo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{85}$$

e rispetto alle coordinate spaziali(lunghezza d'onda):

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \tag{86}$$

Ovviamente la velocità di propagazione sarà spazio fratto tempo:

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = v \tag{87}$$

12.4 Energia, potenza, intensità di un'onda

La potenza si trova facendo:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = u^{(lin)}v \tag{88}$$

13 Onde elettromanietiche

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \tag{89}$$

Questa è una costante i cui valori sono:

- $c = 2.99792458 \times 10^8 [\frac{m}{s}]$
- $\mu_0 = 4\pi^{-7} [\frac{H}{m}]$
- $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} [\frac{F}{m}]$

Con costante dielettrica relativa $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ e permeabilità magnetica $\mu_r = \mu/\mu_0$ si ottiene:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \tag{90}$$

Le formule comode per la velocità sono queste:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \tag{91}$$

Le formule comode per la rifrazione:

$$n = \frac{c}{v} \tag{92}$$

13.1 Caratteristiche delle onde EM piane

Se ho il campo magnetico o elettrico che polarizza l'onda:

$$E_0 = cB_0 \tag{93}$$

E per le altre formule basarmi sulle formule delle onde.

13.2 Intensità delle onde elettromanietiche

Densità di energia associata al campo elettrico:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tag{94}$$

Densità di energia associata al campo magnetico:

$$u_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \tag{95}$$

Le onde elettromanietiche piane hanno l'energia magnetica e elettrica uguale, dato che per calcolare l'energia elettromaietica devi sommare le due, puoi limitarti a calcolare solo una delle due:

$$u_{e.m.} = u_E + u_B = 2u_B = 2u_E = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \tag{96}$$

L'intensità dell'onda è circa:

$$I = A^2 \tag{97}$$

circa il quadrato dell'ampiezza.
Per un'onda elettromaietica:

$$S = u_{e.m.} c = \epsilon_0 E^2 c = \frac{E^2}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \tag{98}$$

Che è l'intensità di un'onda elettromaietica.