

RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 \\ & x_1 \leq x_2 - 1 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si risolva il problema per via grafica;
- lo si scriva in forma standard e si scriva il duale del problema in forma standard, risolvendolo per via grafica;
- si risolva il problema con l'algoritmo del simplesso che si ritiene più opportuno, visualizzando graficamente dove ci si trova a ogni iterazione sia nel primale che nel duale;
- si esegua l'analisi di sensitività sui coefficienti di x_1 e x_2 nell'obiettivo visualizzando graficamente cosa succede agli estremi degli intervalli trovati;
- posso modificare il termine noto di un vincolo del primale in modo da renderne vuota la regione ammissibile?

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & \alpha x_1 + (2\alpha - 1)x_2 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = \alpha \\ & x_1 + 4x_2 + x_4 = 2\alpha \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di α .

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si illustrino tutte le possibili forme dell'insieme S_{ott} delle soluzioni ottime di un problema di Programmazione Lineare, eventualmente aiutandosi con degli esempi grafici.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si consideri un problema di Programmazione Lineare con insieme di soluzioni ottime S_{ott} e il suo duale con insieme di soluzioni ottime D_{ott} . Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- se $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_{ott}$ con $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$, allora il punto medio tra \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 fa anch'esso parte di S_{ott} ;
- se $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_{ott}$ con $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$, allora $D_{ott} \neq \emptyset$ e il duale ha anch'esso soluzioni ottime multiple;
- se il duale ha una soluzione di base ottima non degenera, allora S_{ott} contiene un solo punto.