RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (8 punti) Sia dato il problema TSP simmetrico con questa tabella di distanze:

	1	2	3	4	5
1	–	14	12	16	18
2		–	4	18	8
3			–	20	14
4				–	16
5					–

Lo si risolva con l'algoritmo branch-and-bound usando i rilassamenti 1-tree per il calcolo dei lower bound. Lo si risolva poi utilizzando il duale lagrangiano per il calcolo del lower bound.

ESERCIZIO 2. (7 punti) Sia dato il seguente problema

$$\begin{array}{rc} \min & \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{4}y^2 \\ & x-2 \geq 0 \\ & y-2 \geq 0 \\ & -x-y+6 \geq 0 \end{array}$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano nessuna delle due constraint qualification viste a lezione?
- si impostino le condizioni KKT e si trovino tutti i punti che le soddisfano;
- ragionando su regione ammissibile e funzione obiettivo, possiamo affermare che il problema ha un ottimo globale? In caso affermativo, qual è l'ottimo globale di questo problema?

ESERCIZIO 3. (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

(1) Si consideri un problema di PLI e il suo rilassamento lineare. Quale delle seguenti affermazioni è corretta.
- **A:** L'aggiunta di un taglio valido modifica la regione ammissibile del rilassamento lineare ma non quella del problema di PLI.
- **B:** L'aggiunta di un taglio valido modifica la regione ammissibile del problema di PLI ma non quella del rilassamento lineare.
- **C:** L'aggiunta di un taglio valido modifica sia la regione ammissibile del problema di PLI che quella del suo rilassamento lineare.
- **D:** L'aggiunta di un taglio valido lascia invariate sia la regione ammissibile del problema di PLI che quella del suo rilassamento lineare.

(2) Si consideri la regione ammissibile $Z_a \neq \emptyset$ di un problema di PLI. Quale delle seguenti affermazioni è falsa.
- **A:** La chiusura convessa $conv(Z_a)$ è un poliedro.
- **B:** La chiusura convessa $conv(Z_a)$ è un insieme finito solo se Z_a contiene un solo punto.
- **C:** La chiusura convessa $conv(Z_a)$ è sicuramente un sottinsieme della regione ammissibile S_a del rilassamento lineare del problema di PLI.
- **D:** Una delle precedenti affermazioni è falsa.

(3) Sia dato un problema di PLI di massimo. Quali delle seguenti affermazioni è corretta.
- **A:** Il valore ottimo del problema PLI è sempre uguale a quello del suo rilassamento lineare.
- **B:** Il valore ottimo del problema PLI è sempre maggiore o uguale a quello del suo rilassamento lineare.
- **C:** Il valore ottimo del problema PLI è uguale a quello del suo rilassamento lineare se quest'ultimo ha una soluzione ottima a coordinate tutte intere.

D: Nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

(4) Quale tra seguenti affermazioni sui problemi non lineari è vera:
- **A:** I problemi non lineari ammettono sempre una soluzione ottima
- **B:** Se i problemi non lineari hanno funzione obiettivo limitata inferiormente, allora hanno sicuramente una soluzione ottima.
- **C:** Nei problemi non lineari gli ottimi locali sono sempre anche ottimi globali.
- **D:** Tutte le altre affermazioni sono false.

(5) Quale tra le seguenti affermazioni sul rilassamento lagrangiano di un problema di PLI di massimo è falsa:
- **A:** È un problema di PLI
- **B:** Ha regione ammissibile che contiene quella del problema di PLI
- **C:** Ha la stessa funzione obiettivo del problema di PLI
- **D:** Ha valore ottimo non inferiore a quello del problema di PLI

ESERCIZIO 4. (6 punti) Sia dato un porblema di PLI con regione ammissibile Z_a. Sia S_a la regione ammisisbile del rilassamento lineare del problema di PLI e $conv(Z_a)$ la chiusura convessa di Z_a. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- $conv(Z_a)$ può avere vertici a coordinate non intere;
- $conv(Z_a)$ può essere un polidero illimitato;
- esistono punti x tali che $x \in conv(Z_a)$ ma $x \notin S_a$.