RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{array}{rc} \min & x_2 \\ & -x_1 - 2x_2 \leq -2 \\ & x_1 - x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

Si eseguano i seguenti punti:
- si risolva il problema per via grafica;
- si scriva il problema in forma standard, si scriva il duale del problema in forma standard e lo si risolva per via grafica;
- si risolva il primale utilizzando il metodo del simplesso più opportuno e si visualizzi graficamente a ogni iterazione dove ci trova nel primale e nel duale;
- si esegua l'analisi di sensitività sul termine noto del secondo vincolo, visualizzando graficamente cosa succede agli estremi dell' intervallo individuato.

ESERCIZIO 2. (7 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{array}{rc} \max & (2-\alpha)x_1 + (1-2\alpha)x_2 \\ & x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ & -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array}$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di α.

ESERCIZIO 3. (6 punti) Si consideri un problema di PL in forma canonica con $S_{ott} \neq \emptyset$. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false, **motivando la risposta**:
- S_{ott} è un insieme convesso;
- S_{ott} è un poliedro;
- se S_{ott} contiene infiniti punti, allora almeno due di questi punti sono vertici.

ESERCIZIO 4. (8 punti)

(1) Si consideri una base ammissibile ma non ottima per un problema di PL. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:
  - **A:** se si sceglie come variabile entrante in base quella con coefficiente di costo ridotto massimo, si garantisce che all'iterazione successiva il valore dell'obiettivo sia il più grande possibile ;
  - **B:** se si sceglie come variabile entrante in base una con coefficiente di costo ridotto negativo, all'iterazione successiva la base non sarà più ammissibile;
  - **C:** se si sceglie come variabile entrante in base una con coefficiente di costo ridotto positivo, si garantisce che all'iterazione successiva il valore dell'obiettivo sia maggiore rispetto a quello attuale;
  - **D:** nessuna delle altre affermazioni è vera.

(2) Sia B una base ottima di un problema di PL. Dire quale delle seguenti affermazioni è falsa:
  - **A:** se B è non degenere per il duale, allora il primale ha un'unica soluzione ottima;
  - **B:** se B è non degenere per il primale, allora il duale ha un'unica soluzione ottima;
  - **C:** se B è degenere per il primale, allora il primale ha infinite soluzioni ottime;
  - **D:** se B è degenere per il duale, allora il primale pu ò avere infinite soluzioni ottime.

(3) Sia B una base ottima non degenere per il primale, di un problema di PL. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

A: l'intervallo in cui una perturbazione Δb di un termine noto mantiene ottima la base B non può avere lo 0 come estremo ;
B: l'intervallo in cui una perturbazione Δc del coefficiente di una variabile al di fuori di B mantiene ottima la base B non può avere lo 0 come estremo ;
C: l'intervallo in cui una perturbazione Δc del coefficiente di una variabile in B mantiene ottima la base B non può avere lo 0 come estremo ;
D: nessuna delle altre affermazioni è vera.

(4) Si consideri un problema di PL con regione ammissibile un politopo. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:
A: cambiando la sua funzione obiettivo, posso rendere vuota la regione ammissibile del duale;
B: cambiando la sua funzione obiettivo, posso rendere illimitato il duale;
C: togliendo un vincolo, posso rendere vuota la regione ammissibile del duale;;
D: togliendo un vincolo, posso rendere illimitato il duale.