RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (7 punti) Sia dato il problema TSP simmetrico con questa tabella di distanze:

	1	2	3	4	5
1	–	8	10	1	5
2		–	4.5	2	6
3			–	5	3
4				–	4
5					–

Lo si risolva con l'algoritmo branch-and-bound usando i rilassamenti 1-tree per il calcolo dei lower bound con nodo a il nodo 1. Lo si risolva poi utilizzando il duale lagrangiano per il calcolo del lower bound.

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema

$$\begin{array}{ll} \min & \log(x) + y \\ & -x^2 - y^2 + 4 \geq 0 \\ & x \geq 1 \end{array}$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano nessuna delle due constraint qualification viste a lezione?
- si impostino le condizioni KKT e si trovino tutti i punti che le soddisfano;
- quale dei due vincoli è più sensibile a perturbazioni del termine noto?
- ragionando su regione ammissibile e funzione obiettivo, possiamo affermare che il problema ha un ottimo globale? In caso affermativo, qual è l'ottimo globale di questo problema?

ESERCIZIO 3. (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

(1) Sia f una funzione strettamente convessa che ammette un ottimo globale x^*. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
  A: in x^* la matrice hessiana è semidefinita positiva;
  B: in x^* la matrice hessiana è definita positiva;
  C: in x^* il gradiente ha una componente positiva;
  D: in x^* il gradiente ha una componente negativa.

(2) Si consideri un problema di PLI con regione ammissibile Z_a e insieme delle soluzioni ottime Z_{ott}. Si consideri un taglio valido generato in una determinata iterazione di un algoritmo di taglio. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
  A: il taglio valido non è soddisfatto da tutte le soluzioni ottime dell'attuale rilassamento lineare;
  B: per ognuno dei rilassamenti lineari delle iterazioni precedenti, tra le sue soluzioni ottime ce ne è sempre almeno una che non è soddifsatta dal taglio valido;
  C: il taglio valido può non essere soddifsatto da punti che stanno in Z_a ma non in Z_{ott};
  D: tutte le altre affermazioni sono false.

(3) Si consideri un problema di PLI con regione ammissibile Z_a. Dire quale delle seguenti affermazioni è falsa.
  A: il problema ottenuto da quello di PLI rimuovendo alcuni dei suoi vincoli, è un rilassamento lagrangiano;
  B: nel rilassamento lineare si rilassano i vincoli di interezza di tutte le variabili. Se si rilassano i vincoli di interezza di solo alcune delle variabili, si ottiene comunque un rilassamento;

C: se si aggiungono vincoli soddisfatti da tutti i punti in Z_a, si ottiene un rilassamento che può dare un upper bound migliore rispetto a quello del rilassamento lineare;
D: una delle altre affermazioni è falsa.

(4) Sia A una matrice totalmente unimodulare (TU) con al massimo due elementi diversi da 0 lungo ogni riga e, dove ve ne siano esattamente due, questi hanno segno opposto. Dire quale delle seguenti affermazioni è falsa:
A: la matrice trasposta $A^\top$ è TU;
B: se moltiplico per 0 una riga di A, ottengo una matrice che è ancora TU;
C: se moltiplico per 0 una colonna di A, ottengo una matrice che è ancora TU;
D: se aggiungo ad A una colonna con componenti tutte pari a 1, ottengo una matrice che è ancora TU.

ESERCIZIO 4. (6 punti) Si consideri un problema di PLI con regione ammissibile Z_a il cui rilassamento lineare ha un'unica soluzione ottima a coordinate non tutte intere. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false, **motivando la risposta**:

- l'aggiunta di un taglio di Gomory determina sicuramente un decremento del valore ottimo del nuovo rilassamento lineare;
- il nuovo rilassamento lineare, ottenuto con l'aggiunta di un taglio di Gomory, ha insieme di soluzioni ottime non vuoto;
- la variabile aggiunta al taglio di Gomory per trasformarlo in equazione, può assumere valori frazionari in Z_a.