

## RICERCA OPERATIVA - PARTE I

**ESERCIZIO 1.** (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si risolva il problema per via grafica;
- si scriva il problema in forma standard e lo si risolva con il metodo due fasi;
- si scriva il duale del problema in forma standard e lo si risolva prima per via grafica e poi con le condizioni di complementarità;
- si esegua l'analisi di sensitività sul coefficiente di  $x_1$  e sul coefficiente di  $x_2$  nell'obiettivo, visualizzando graficamente cosa succede agli estremi degli intervalli individuati.

**ESERCIZIO 2.** (7 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 + (\alpha - 2)x_2 \\ & x_1 - x_2 + x_3 = \alpha - 2 \\ & x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di  $\alpha$ .

**ESERCIZIO 3.** (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

- (1) Sia  $B^*$  una base ottima di un problema di PL in forma standard e si supponga che  $A_{B^*}^{-1}$  abbia componenti tutte positive. Si considerino le perturbazioni di tutti i termini noti dei vincoli. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
  - A:** gli intervalli in cui le perturbazioni mantengono l'ottimalità della base hanno un estremo negativo e l'altro pari a  $+\infty$ ;
  - B:** gli intervalli in cui le perturbazioni mantengono l'ottimalità della base hanno un estremo non positivo e l'altro pari a  $+\infty$ ;
  - C:** gli intervalli in cui le perturbazioni mantengono l'ottimalità della base hanno un estremo positivo e l'altro pari a  $-\infty$ ;
  - D:** gli intervalli in cui le perturbazioni mantengono l'ottimalità della base hanno un estremo non negativo e l'altro pari a  $-\infty$ .
- (2) A una determinata iterazione del simplesso duale il valore  $\gamma_0$  (costante nell'obiettivo della riformulazione) è sicuramente:
  - A:** maggiore rispetto all'iterazione precedente;
  - B:** maggiore o uguale rispetto all'iterazione precedente;
  - C:** minore rispetto all'iterazione precedente;
  - D:** minore o uguale rispetto all'iterazione precedente.
- (3) Si consideri un problema di PL in forma standard con insieme di soluzioni ottime  $S_{ott}$ . Si supponga che la regione ammissibile  $D_a$  del suo duale sia un politopo. Dire quale delle seguenti operazioni non garantisce che  $S_{ott} \neq \emptyset$ .
  - A:** cambiare un termine noto nel primale;
  - B:** cambiare un coefficiente nell'obiettivo del duale;
  - C:** cambiare un coefficiente nell'obiettivo del primale;
  - D:** aggiungere nel primale un vincolo ridondante.

(4) In un problema di PL si supponga che  $S_{ott} \neq \emptyset$ . Dire quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera.

**A:**  $S_{ott}$  è un insieme limitato ;

**B:**  $S_{ott}$  è un politopo;

**C:**  $S_{ott}$  è un poliedro;

**D:**  $S_{ott}$  può avere cardinalità arbitraria.

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Si consideri un problema di PL in forma standard con regione ammissibile un poliedro illimitato. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false, **motivando la risposta**:

- la sua funzione obiettivo può sempre essere modificata in modo tale che il problema ammetta un insieme infinito e illimitato di soluzioni ottime;
- la sua funzione obiettivo può sempre essere modificata in modo tale che il problema abbia obiettivo illimitato;
- la sua funzione obiettivo può sempre essere modificata in modo tale che il problema ammetta un insieme infinito e limitato di soluzioni ottime.