Esercitazioni di ottimizzazione non lineare

Esercizio I

Sia dato il seguente problema di ottimizzazione non lineare senza vincoli

$$\min_{x,y} f(x,y) = e^{x^2} - 3x^3y + 27xy.$$

- Si dimostri che il punto (1,4) non è un minimo locale;
- si individui la direzione dell'antigradiente in tale punto;
- si individuino tutti i punti stazionari del problema;
- si individuino tutti i minimi locali del problema.

Esercizio II

Sia dato il seguente problema di ottimizzazione non lineare con vincoli

$$\min \quad f(x,y) = -x^3 + (y-1)^2$$

$$c_1(x,y) = -x^2 + y \ge 0$$

$$c_2(x,y) = -x^2 - y + 2 \ge 0$$

- Si scriva la funzione Lagrangiana per questo problema;
- si scrivano le condizioni KKT;
- dire quali tra i seguenti punti: (0,0), (-1,1), (0,1), (1,1), soddisfano le condizioni KKT;
- per quei punti che soddisfano le condizioni KKT dire come varia il valore dell'obiettivo nei punti KKT in corrispondenza di una piccola perturbazione ε del termine noto del primo vincolo; fare lo stesso in corrispondenza di una piccola perturbazione ε del termine noto del secondo vincolo.

Esercizio III

Sia dato il seguente problema di ottimizzazione non lineare con vincoli

$$\label{eq:force_force} \begin{array}{ll} \min & f(x,y) = x^2 + y^2 \\ & c(x,y) = -e^{-x} + y \geq 0 \end{array}$$

- Dimostrare che è un problema di programmazione convessa;
- trovarne l'ottimo globale;
- impostare e trasformare in un problema dipendente da una singola variabile il duale di Wolfe.