

## RICERCA OPERATIVA - PARTE II

**ESERCIZIO 1.** (7 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & x_2 - 2x_1 \\ & -x_1 + \frac{3}{2}x_2 \leq 1 \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in Z \end{aligned}$$

Si visualizzi graficamente la chiusura convessa della regione ammissibile  $Z_a$  e se ne dia una descrizione tramite disequazioni lineari. Dopo aver risolto il rilassamento lineare del problema di PLI, si generino i tagli di Gomory con le due possibili equazioni generatrici del taglio. Si visualizzino graficamente i due tagli ottenuti individuando quale dei due tagli è più profondo. Si risolva quindi il rilassamento lineare ottenuto con il taglio più profondo e si commenti il risultato trovato.

**ESERCIZIO 2.** (8 punti) Sia dato il seguente problema

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^2 + (y-1)^2 \\ & \log(x) \geq 0 \\ & -y^2 + 1 \geq 0 \end{aligned}$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano la constraint qualification relativa all'indipendenza lineare dei gradienti dei vincoli attivi?
- si impostino le condizioni KKT;
- trovare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- dire se esistono minimi globali e, nel caso, indicare quali sono.

**ESERCIZIO 3.** (6 punti) Sia dato un problema di PLI. Si consideri l'applicazione di un algoritmo di taglio. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false, **motivando la risposta**:

- la regione ammissibile del rilassamento lineare a un'iterazione dell'algoritmo è sempre un sottoinsieme stretto della regione ammissibile del rilassamento lineare all'iterazione precedente;
- l'insieme delle soluzioni ottime del rilassamento lineare a un'iterazione dell'algoritmo è sempre un sottoinsieme stretto dell'insieme delle soluzioni ottime del rilassamento lineare all'iterazione precedente;
- il valore ottimo del rilassamento lineare a un'iterazione dell'algoritmo è sempre strettamente minore del valore ottimo del rilassamento lineare all'iterazione precedente.

**ESERCIZIO 4.** (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

- (1) Dato un problema di PLI, dire quale delle seguenti affermazioni è falsa.
  - A:** dopo l'aggiunta di un taglio di Gomory il valore ottimo del rilassamento lineare è strettamente minore rispetto all'iterazione precedente;
  - B:** dopo l'aggiunta di un taglio di Gomory il modo più efficiente di risolvere il nuovo rilassamento lineare è tramite il simplesso duale;
  - C:** l'aggiunta di un taglio di Gomory non modifica la regione ammissibile del problema di PLI;
  - D:** Una delle altre affermazioni è falsa.
- (2) Sia  $A$  una matrice totalmente unimodulare. Dire quale tra le seguenti affermazioni è falsa:
  - A:** la matrice  $-A^T$  è totalmente unimodulare;
  - B:**  $A$  ha al massimo due elementi diversi da zero lungo ogni colonna;

**C:** ogni sua sottomatrice quadrata ha determinante pari a 0,+1 o -1;

**D:** Una delle altre affermazioni è falsa.

- (3) Si consideri un problema di programmazione non lineare senza vincoli con funzione  $f$  convessa. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

**A:** Se esistono due punti stazionari distinti, allora sono punti stazionari anche tutti i punti sul segmento che li congiunge;

**B:** esiste sempre almeno un punto stazionario;

**C:** se  $f$  è strettamente convessa, allora la sua matrice Hessiana è definita positiva per tutti gli  $x$ ;

**D:** Tutte le altre affermazioni sono false.

- (4) Sia dato un problema del commesso viaggiatore (TSP) simmetrico. Dire quale delle seguenti affermazioni è falsa:

**A:** il rilassamento 1-tree è un particolare rilassamento lagrangiano;

**B:** ogni rilassamento lagrangiano si può risolvere risolvendo un problema 1-tree;

**C:** la soluzione di un problema 1-tree o è un circuito hamiltoniano oppure contiene esattamente un sottocircuito;

**D:** Una delle altre affermazioni è falsa.