

**Π. Ν. ΠΑΡΑΣΚΕΥΟΠΟΥΛΟΥ**

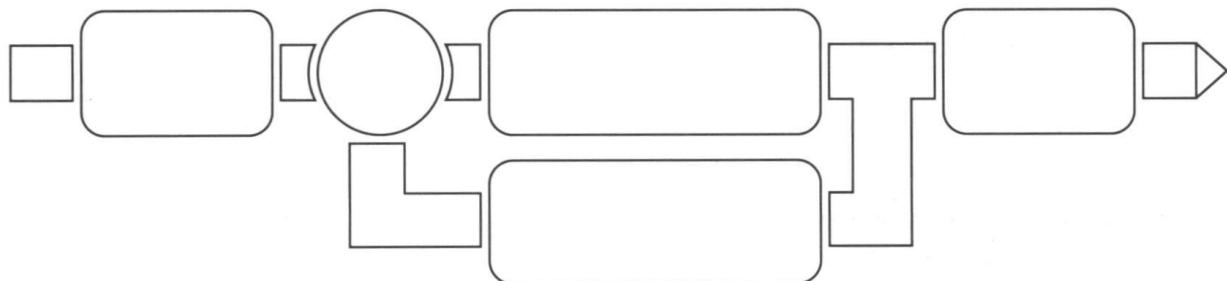
**ΚΑΘΗΓΗΤΗ Ε.Μ.ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ**

**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

---

# **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟ ΕΛΕΓΧΟ**

## **ΤΟΜΟΣ Α: ΘΕΩΡΙΑ**



---

**ΑΘΗΝΑ 2001**



**ΠΡΩΤΗ ΕΚΔΟΣΗ**

## **ΣΥΝΔΕΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

- [1] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, **Εισαγωγή στον Αυτόματο Ελεγχο**, Τόμος Α: Θεωρία, Αθήνα, 2001, σελ.525, ISBN 960-91281-0-6.
- [2] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, **Εισαγωγή στον Αυτόματο Ελεγχο**, Τόμος Β: Εφαρμογές, Αθήνα, 2001, σελ.618, ISBN 960-91281-1-4.

Το σύγγραμμα [1] παρουσιάζει τις βασικές θεωρητικές έννοιες των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου.

Το σύγγραμμα [2] παρουσιάζει ένα μεγάλο φάσμα εφαρμογών των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου σε πρακτικά συστήματα.

Είναι φανερό ότι το σύγγραμμα [2] αποτελεί αναγκαίο συμπλήρωμα (ή απαραίτητη συνέχεια) του συγγράμματος [1] γιατί συνδέει τη **Θεωρητική ύλη** του συγγράμματος [1] με **εφαρμογές**. Ειδικότερα, το σύγγραμμα [2] περιέχει διακόσιες δέκα λυμένες ασκήσεις με εφαρμογές πάνω σε πρακτικά συστήματα ελέγχου, τα οποία καλύπτουν ένα πολύ μεγάλο φάσμα χρήσιμων εφαρμογών, όπως είναι ο έλεγχος θέσης, ταχύτητας, θερμοκρασίας, στάθμης και ροής υγρού, ο έλεγχος βιομηχανιών παραγωγής χάρτου, λαμαρίνας, τροφίμων, ο έλεγχος αντιδραστήρων, ο έλεγχος ενεργειακών συστημάτων, ο έλεγχος ρομπότ, ο έλεγχος ηλεκτρονικού βηματοδότη, ο έλεγχος συστήματος χορήγησης ινσουλίνης και άλλα. Τα παραδείγματα αυτά συμβάλλουν σημαντικά, τόσο στην κατανόηση και εμπέδωση της θεωρίας, όσο και προπαντός στην πρακτική κατάρτιση του φοιτητή, γεγονός που θα είναι εξαιρετικά χρήσιμο για τη μελλοντική του επαγγελματική ενασχόληση.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου είναι σήμερα μία από τις σημαντικότερες περιοχές της επιστήμης και της τεχνολογίας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο αυτοματισμός είναι συνυφασμένος με την ανάπτυξη σχεδόν κάθε μορφής τεχνολογίας. Πράγματι, αν εξετάσουμε προσεκτικά τα διάφορα μηχανήματα που κατασκευάζει σήμερα ο άνθρωπος θα διαπιστώσουμε ότι υπερτερούν των παλαιοτέρων γιατί περιέχουν περισσότερους και ακριβέστερους αυτοματισμούς. Π.χ. το αυτοκίνητο, το αεροπλάνο, ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, το διαστημόπλοιο, το ρομπότ, οι τηλεπικοινωνίες, οι βιομηχανικές μονάδες, τα ενεργειακά συστήματα, τα οπλικά συστήματα, κ.ά.

Ο αυτόματος έλεγχος αναπτύχθηκε ραγδαία τα τελευταία εξήντα χρόνια. Σημαντική ώθηση στην εξέλιξη αυτή έδωσε, αφ' ενός μεν ο Β' παγκόσμιος πόλεμος, αφ' ετέρου δε η εξερεύνηση του διαστήματος. Τα τελευταία είκοσι περίπου χρόνια, ο αυτόματος έλεγχος παρουσιάζει μία εντυπωσιακή εξέλιξη, η οποία οφείλεται στους ψηφιακούς υπολογιστές. Χάρη στην γρήγορη ανάπτυξη των υπολογιστών και προπαντός χάρη στο χαμηλό τους κόστος, ο αυτόματος έλεγχος κάνει ολοένα και μεγαλύτερη χρήση του ψηφιακού υπολογιστή προκειμένου να αυτοματοποιήσει ένα σύστημα ή μία διεργασία.

Ο αυτόματος έλεγχος εφαρμόζεται σήμερα από τα πιό απλά μέχρι και τα πιό σύνθετα και πιό πολύπλοκα συστήματα που κατασκευάζει ο άνθρωπος. Γιαυτό και διδάσκεται σε όλα τα Πολυτεχνεία και Πανεπιστήμια του κόσμου σε Σχολές όπως Ηλεκτρολόγων, Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, Μηχανολόγων, Χημικών, Ναυπηγών, Φυσικομαθηματικών, και αλλού.

Το σύγγραμμα αυτό αποτελεί το θεωρητικό κορμό πολυτεχνειακών μου παραδόσεων εισαγωγικού μαθήματος πάνω στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου που διδάσκω στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου. Καλύπτει θέματα ανάλυσης και σύνθεσης τόσο του κλασικού, όσο και του σύγχρονου αυτομάτου ελέγχου. Για το λόγο αυτό μπορεί να αποτελέσει διδακτικό σύγγραμμα σε φοιτητές Α.Ε.Ι. (Πολυτεχνικές Σχολές, Φυσικομαθηματικές Σχολές, κ.λ.π.), σε φοιτητές Τ.Ε.Ι. (Τμήματα Αυτοματισμών, Ηλεκτρονικών, Ηλεκτρολόγων, Μηχανολόγων, Χημικών, κ.λ.π.), σε μηχανικούς που εργάζονται στην

παραγωγή και αλλού.

Η ύλη του συγγράμματος διαρθρώνεται σε 10 κεφάλαια ως εξής:

Το κεφάλαιο 1 αποτελεί μία εισαγωγή στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου. Περιλαμβάνει σύντομη ιστορική ανασκόπηση του αυτοματισμού, σύγκριση ανοικτών και κλειστών συστημάτων και παραδείγματα σύγχρονων συστημάτων αυτομάτου ελέγχου.

Το κεφάλαιο 2 καλύπτει μερικές μαθηματικές έννοιες που συνθέτουν το αναγκαίο μαθηματικό υπόβαθρο για τη μελέτη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου με κύρια θέματα τα στοιχειώδη σήματα, το μετασχηματισμό Laplace και τους πίνακες.

Το κεφάλαιο 3 αναφέρεται στην περιγραφή των συστημάτων με τα εξής μαθηματικά μοντέλα: Τις ολοκληρωδιαφορικές εξισώσεις, τη συνάρτηση μεταφοράς, την κρουστική απόκριση και τις εξισώσεις κατάστασης. Εξετάζει το θέμα της ισοδυναμίας των περιγραφών και τη μετάβαση από περιγραφή σε περιγραφή. Αναφέρεται, επίσης, και σε διαγραμματικές περιγραφές συστημάτων, όπως είναι τα διαγράμματα βαθμίδων και τα διαγράμματα ροής σημάτων. Τα θεωρητικά αποτελέσματα εφαρμόζονται για την περιγραφή στοιχείων και διατάξεων, που χρησιμοποιούνται στον αυτοματισμό, όπως είναι οι κινητήρες συνεχούς ρεύματος, οι διατάξεις ανάδειξης διαφοράς δύο σημάτων, οι διατάξεις γραναζιών, ο υδραυλικός σερβοκινητήρας και άλλα. Τέλος, δίνεται η περιγραφή των εξής πρακτικών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου: Ελεγχος τάσης, σερβομηχανισμός θέσης και ταχύτητας, έλεγχος στάθμης υγρού, έλεγχος θερμοκρασίας θαλάμου, έλεγχος χημικής σύνθεσης και έλεγχος προσανατολισμού δορυφόρου.

Το κεφάλαιο 4 αναφέρεται στην κλασική ανάλυση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου στο πεδίο του χρόνου. Προσδιορίζεται η ολική απόκριση των συστημάτων και γίνεται λεπτομερής μελέτη της χρονικής συμπεριφοράς συστημάτων πρώτης και δευτέρας τάξης. Γίνεται σύγκριση συμπεριφοράς ανοικτών και κλειστών συστημάτων όταν το σύστημα υπόκειται σε διαταραχές. Εξετάζονται τα σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση κλειστών συστημάτων, τόσο με διεγέρσεις ειδικών μορφών, όσο και με τη γενικευμένη θεώρηση των σφαλμάτων.

Το κεφάλαιο 5 αναφέρεται στη σύγχρονη περιγραφή και ανάλυση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου στο πεδίο του χρόνου με τη μέθοδο των εξισώσεων κατάστασης. Τα υπό μελέτη συστήματα είναι γραμμικά, χρονικά και μη χρονικά μεταβαλλόμενα, με πολλές εισόδους και πολλές εξόδους. Προσδιορίζεται η γενική λύση των εξισώσεων κατάστασης και μελετώνται έννοιες όπως το ελέγχιμο, το παρατηρήσιμο, οι μετασχηματισμοί ομοιότητας, οι κανονικές μορφές φάσης και άλλες.

Το κεφάλαιο 6 αποτελεί μία εισαγωγή στο θεμελιώδες θέμα της ευστάθειας των συστημάτων και καλύπτει τα αλγεβρικά κριτήρια ευστάθειας Routh, Hurwitz και συνεχών κλασμάτων, τα διαγράμματα και το κριτήριο ευστάθειας του Nyquist και την ευστάθεια γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων κατά Lyapunov.

Το κεφάλαιο 7 αφιερώνεται στο γεωμετρικό τόπο των ριζών. Δίνεται ένας συστηματικός τρόπος κατασκευής του γεωμετρικού τόπου των ριζών. Εξετάζεται η επιδραση που έχει στον τόπο η πρόσθεση μηδενικών και πόλων. Η μέθοδος του γεωμετρικού τόπου των ριζών εφαρμόζεται στον προσδιορισμό των ριζών ενός πολυωνύμου.

Το κεφάλαιο 8 αναφέρεται στην απόκριση των συστημάτων στο πεδίο της συχνότητας. Ορίζονται τα χαρακτηριστικά της αρμονικής απόκρισης και προσδιορίζεται η συσχέτιση μεταξύ πεδίου χρόνου και πεδίου συχνότητας. Μελετώνται, επίσης, τα διαγράμματα και κριτήρια ευστάθειας Bode και Nichols.

Το κεφάλαιο 9 αναφέρεται στις επικρατέστερες κλασικές μεθόδους σχεδίασης κλειστών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Περιγράφονται και αναλύονται διάφορα δίκτυα αντισταθμισης όπως είναι τα δίκτυα προήγησης και καθυστέρησης φάσης, γεφυρωμένου T και άλλα. Δίνει τη μεθοδολογία σχεδίασης με τα δίκτυα αυτά. Καλύπτει επίσης και τα θέματα σχεδίασης με αναλογικούς αντισταθμιστές, ως επίσης και με αντισταθμιστές PID. Τέλος δίνει, σε συντομία, τις κλασικές τεχνικές βέλτιστου ελέγχου με αντισταθμιστές, τόσο με ελεύθερη δομή, όσο και με προκαθορισμένη δομή.

Το κεφάλαιο 10 περιγράφει μερικές πολύ ενδιαφέρουσες σύγχρονες τεχνικές σχεδίασης κλειστών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Οι τεχνικές αυτές ομαδοποιούνται σε δύο κατηγορίες: Στις αλγεβρικές τεχνικές και στις τεχνικές βέλτιστου ελέγχου. Οι αλγεβρικές τεχνικές έχουν εφαρμογή σε πρακτικά προβλήματα ελέγχου, όπως στην μετατόπιση ιδιοτιμών, στην αποσύζευξη εισόδων-εξόδων και στο τέλειο ταίριασμα σε πρότυπο. Οι τεχνικές βέλτιστου ελέγχου καλύπτουν τα δύο σημαντικά προβλήματα του βέλτιστου γραμμικού ρυθμιστή και του βέλτιστου γραμμικού σερβομηχανισμού.

Το σύγγραμμα συμπεριλαμβάνει και ένα παράρτημα με πίνακες μετασχηματισμού Laplace.

Το σύγγραμμα κλείνει με μια αρκετά πλούσια βιβλιογραφία σε βιβλία και επιστημονικά άρθρα. Σημειώνεται ότι στο κείμενο του συγγράμματος γίνεται αναφορά, επιλεκτικά, στη βιβλιογραφία αυτή. Η παραπομπή στη βιβλιογραφία γίνεται με τις αγκύλες [ ]. Μέσα στις αγκύλες υπάρχει ένας αριθμός που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο βιβλίο ή επιστημονικό άρθρο.

Σημειώνεται ότι στο παρόν σύγγραμμα τα μικρά γράμματα με παχύ χαρακτήρα, όπως π.χ. **x**, **χ**, **y**, **u**, κ.λ.π., δηλώνουν διανύσματα, ενώ τα κεφαλαία γράμματα με παχύ χαρακτήρα, όπως π.χ. **A**, **B**, **C**, **D**, **S**, **R**, κ.λ.π., δηλώνουν πίνακες.

Αναφέρεται ότι το σύγγραμμα αυτό είναι μια βελτιωμένη έκδοση των εννέα πρώτων κεφαλαίων των συγγραμμάτων [242] και [243].

Το παρόν σύγγραμμα είναι μία **εισαγωγή** στις κλασικές αλλά και στις σύγχρονες τεχνικές έλεγχου. Εξειδικευμένες γνώσεις πάνω σε επί μέρους θέματα έλεγχου, όπως είναι ο αυτόματος έλεγχος συστημάτων με υπολογιστές, ο βέλτιστος και στοχαστικός έλεγχος, η αναγνώριση συστημάτων και ο προσαρμοστικός έλεγχος δίνονται από τον συγγραφέα στα συγγράμματα [244], [245] και [246], αντίστοιχα.

Ευχαριστώ θερμά τους υποψήφιους διδάκτορες και εκλεκτούς συνεργάτες μου κ.κ. Κ. Αρβανίτη, Φ. Κουμπουλή, Γ. Παναγιωτάκη, Κ. Τζιεράκη και Α. Τσιρίκο για την βοήθειά τους κατά την προετοιμασία του συγγράμματος αυτού. Ειδικά τον κ. Α. Τσιρίκο, ευχαριστώ θερμά για την πολύπλευρη βοήθειά του που τόσο πρόθυμα πρόσφερε κατά το στάδιο της τελικής σύνθεσης, δακτυλογράφησης και εκτύπωσης του συγγράμματος. Τέλος ευχαριστώ τους φοιτητές μου, οι οποίοι με τις απορίες τους συνέβαλαν στην βελτίωση της παρουσίασης του συγγράμματος αυτού.

Π.Ν.Παρασκευόπουλος

Απρίλιος 2000

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

	Σελίδα
ΠΡΟΛΟΓΟΣ	1
ΚΕΦ. 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ	11
1.1. Γενικά περί συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	11
1.2. Σύντομη ιστορική ανασκόπηση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	12
1.3. Η βασική δομή ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου	15
1.4. Παραδείγματα συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	19
ΚΕΦ. 2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ	32
2.1. Εισαγωγή	32
2.2. Τα βασικά σήματα συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	32
2.2.1. Η μοναδιαία βηματική συνάρτηση	32
2.2.2. Η μοναδιαία συνάρτηση πύλης	33
2.2.3. Η μοναδιαία κρουστική συνάρτηση	34
2.2.4. Η συνάρτηση αναρρίχησης	35
2.2.5. Η εκθετική συνάρτηση	36
2.2.6. Η ημιτονοειδής συνάρτηση	36
2.3. Ο Μετασχηματισμός Laplace	37
2.3.1. Ο γενικευμένος γραμμικός ολοκληρωτικός μετασχηματισμός	37
2.3.2. Γενικά περί μετασχηματισμού Laplace	39
2.3.3. Ιδιότητες και θεωρήματα του μετασχηματισμού Laplace	41
2.4. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace	47
2.5. Εφαρμογές του μετασχηματισμού Laplace	50
2.6. Ορισμοί και πράξεις πινάκων	55
2.6.1. Ορισμοί πινάκων	55
2.6.2. Πράξεις πινάκων	58
2.7. Η οριζουσα ενός πίνακα	59

	Σελίδα
2.8. Ο αντίστροφος ενός πίνακα	60
2.9. Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα πινάκων	61
2.10. Μετασχηματισμοί ομοιότητας	64
2.11. Το θεώρημα CAYLEY - HAMILTON	66
2.12. Τετραγωνικές μορφές - Θεωρήματα SYLVESTER	68
2.13. Ασκήσεις για λύση	71
 ΚΕΦ. 3. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	76
3.1. Εισαγωγή	76
3.2. Γενικά περί μαθηματικού μοντέλου	77
3.3. Είδη μαθηματικών μοντέλων	79
3.4. Ολοκληρωδιαφορικές εξισώσεις	80
3.5. Συνάρτηση μεταφοράς	84
3.6. Κρουστική απόκριση	87
3.7. Εξισώσεις κατάστασης	88
3.7.1. Γενικά περί εξισώσεων κατάστασης	88
3.7.2. Περιγραφή γραμμικών συστημάτων με εξισώσεις κατάστασης	91
3.7.3. Πίνακες συναρτήσεων μεταφοράς και κρουστικής απόκρισης	93
3.8. Μετάβαση από περιγραφή σε περιγραφή	99
3.8.1. Μετάβαση από την δ.ε. στην $H(s)$ συστημάτων μ.ε.μ.ε.	99
3.8.2. Μετάβαση από την $H(s)$ στην δ.ε. συστημάτων μ.ε.μ.ε.	100
3.8.3. Μετάβαση από την $H(s)$ στην $H(t)$ και αντίστροφα	100
3.8.4. Μετάβαση από τις εξισώσεις κατάστασης στην $H(s)$	101
3.8.5. Μετάβαση από την $H(s)$ στις εξισώσεις κατάστασης	101
3.9. Ισοδυναμία περιγραφών	106
3.10. Διαγράμματα βαθμίδων	108
3.10.1. Κανόνες διαγραμμάτων βαθμίδων	108
3.10.2. Απλοποίηση διαγραμμάτων βαθμίδων	117
3.11. Διαγράμματα ροής σημάτων	120
3.11.1. Γενικά περί διαγραμμάτων ροής σημάτων	120
3.11.2. Κατασκευή διαγραμμάτων ροής σημάτων	121
3.11.3. Ο τύπος του Mason	122
3.12. Περιγραφή εξαρτημάτων και διατάξεων συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	125
3.12.1. Κινητήρες συνεχούς ρεύματος	125
3.12.2. Κινητήρες εναλλασσομένου ρεύματος	130
3.12.3. Ταχύμετρα	130

	Σελίδα
3.12.4. Διατάξεις ανάδειξης διαφοράς δύο σημάτων	131
3.12.5. Διατάξεις γραναζιών	132
3.12.6. Υδραυλικός σερβοκινητήρας	134
3.12.7. Ενισχυτής πεπιεσμένου αέρα	136
<b>3.13. Περιγραφή πρακτικών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου</b>	<b>137</b>
3.13.1. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου τάσης	137
3.13.2. Σύστημα σερβομηχανισμού θέσης	139
3.13.3. Σύστημα σερβομηχανισμού ταχύτητας	142
3.13.4. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου στάθμης υγρού	144
3.13.5. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου θερμοκρασίας θαλάμου	146
3.13.6. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου χημικής σύνθεσης	148
3.13.7. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου προσανατολισμού δορυφόρου	150
3.14. Ασκήσεις για λύση	152
<b>ΚΕΦ. 4. ΚΛΑΣΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ</b>	
<b>ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ</b>	<b>157</b>
4.1. Εισαγωγή	157
4.2. Ολική χρονική απόκριση συστημάτων	157
4.2.1. Προσδιορισμός της αναλυτικής έκφρασης της χρονικής απόκρισης	157
4.2.2. Χαρακτηριστικά της γραφικής παράστασης της χρονικής απόκρισης	160
4.3. Χρονική απόκριση συστημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης	162
4.3.1. Συστήματα πρώτης τάξης	162
4.3.2. Συστήματα δεύτερης τάξης	163
4.3.3. Ειδικά θέματα συστημάτων δεύτερης τάξης	166
4.4. Σύγκριση συμπεριφοράς ανοικτών και κλειστών συστημάτων	169
4.5. Σφάλματα συστημάτων στη μόνιμη κατάσταση	172
4.5.1. Ειδη συστημάτων και σταθερών σφαλμάτων	172
4.5.2. Σφάλματα συστημάτων με διεγέρσεις ειδικών μορφών	173
4.5.3. Γενικευμένη θεώρηση των σφαλμάτων	175
4.6. Ασκήσεις για λύση	189
<b>ΚΕΦ. 5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ</b>	
<b>ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ</b>	<b>191</b>
5.1. Εισαγωγή	191
5.2. Ανάλυση γραμμικών μη χρονικά μεταβαλλομένων συστημάτων	192

	Σελίδα
5.2.1. Λύση της ομογενούς εξίσωσης $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$	192
5.2.2. Γενική λύση των εξισώσεων κατάστασης	197
5.2.3. Μετασχηματισμοί διανύσματος κατάστασης. Ειδικές μορφές εξισώσεων κατάστασης	204
5.2.4. Διαγράμματα βαθμίδων και ροής σημάτων	214
5.2.5. Το ελέγχιμο και το παρατηρήσιμο των συστημάτων	215
5.3. Ανάλυση γραμμικών χρονικά μεταβαλλομένων συστημάτων	229
5.3.1. Λύση της ομογενούς εξίσωσης $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t)$	230
5.3.2. Η γενική λύση των εξισώσεων κατάστασης	233
5.3.3. Μετασχηματισμός διανύσματος κατάστασης και κανονικές μορφές εξισώσεων κατάστασης	238
5.3.4. Το ελέγχιμο και το παρατηρήσιμο	240
5.4. Ασκήσεις για λύση	241
<b>ΚΕΦ. 6. ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ</b>	<b>244</b>
6.1. Εισαγωγή	244
6.2. Ορισμοί της ευστάθειας	245
6.3. Κριτήρια ευστάθειας	254
6.4. Αλγεβρικά κριτήρια ευστάθειας	256
6.4.1. Γενικά περί αλγεβρικών κριτηρίων	256
6.4.2. Το κριτήριο του Routh	257
6.4.3. Το κριτήριο του Hurwitz	261
6.4.4. Το κριτήριο συνεχών κλασμάτων	262
6.5. Το κριτήριο ευστάθειας Nyquist	274
6.5.1. Εισαγωγή	274
6.5.2. Ειδικά θέματα μιγαδικών συναρτήσεων για τη διατύπωση του κριτηρίου Nyquist	276
6.5.3. Το κριτήριο ευστάθειας Nyquist	278
6.5.4. Κατασκευή διαγραμμάτων Nyquist	283
6.5.5. Περιθώριο ενίσχυσης και περιθώριο φάσης	291
6.5.6. Σύγκριση μεταξύ των αλγεβρικών κριτηρίων και του κριτηρίου Nyquist	302
6.6. Ευστάθεια μη γραμμικών συστημάτων κατά LYAPUNOV	303
6.6.1. Εισαγωγή - Ορισμοί	303
6.6.2. Η πρώτη μέθοδος Lyapunov	305
6.6.3. Η δεύτερη μέθοδος Lyapunov	306
6.6.4. Μέθοδος προσδιορισμού της συνάρτησης Lyapunov	310
6.7. Ασκήσεις για λύση	315

	Σελίδα
<b>ΚΕΦ. 7. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΟΠΟΣ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ</b>	<b>319</b>
7.1. Εισαγωγή	319
7.2. Εισαγωγικό παράδειγμα κατασκευής του γ.τ.ρ.	319
7.3. Συστηματικός τρόπος κατασκευής του γ.τ.ρ.	322
7.3.1. Ορισμός του γ.τ.ρ.	322
7.3.2. Θεωρήματα του γ.τ.ρ.	323
7.3.3. Συμπληρωματικά στοιχεία κατασκευής του γ.τ.ρ.	329
7.4. Εφαρμογή του γ.τ.ρ. στον προσδιορισμό των ριζών ενός πολυωνύμου	344
7.5. Επιδραση στο γ.τ.ρ. από την πρόσθεση πόλων και μηδενικών	346
7.5.1. Επιδραση στο γ.τ.ρ. από την πρόσθεση πόλων	348
7.5.2. Επιδραση στο γ.τ.ρ. από την πρόσθεση μηδενικών	350
7.6. Ασκήσεις για λύση	351
<b>ΚΕΦ. 8. ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ</b>	<b>353</b>
8.1. Εισαγωγή	353
8.2. Αρμονική απόκριση συστημάτων	353
8.3. Συσχέτιση αρμονικής και χρονικής απόκρισης	355
8.3.1. Χαρακτηριστικά αρμονικής απόκρισης	355
8.3.2. Συσχέτιση σε συστήματα πρώτης τάξης	356
8.3.3. Συσχέτιση σε συστήματα δεύτερης τάξης	357
8.3.4. Συσχέτιση σε συστήματα ανώτερης τάξης	360
8.4. Διαγράμματα BODE	364
8.4.1. Γενικά περί διαγραμμάτων Bode	364
8.4.2. Διαγράμματα Bode των παραγόντων μιας συνάρτησης μεταφοράς	364
8.4.3. Ολικά διαγράμματα Bode μιας συνάρτησης μεταφοράς	369
8.4.4. Περιθώριο ενίσχυσης και περιθώριο φάσης	370
8.5. Διαγράμματα Nichols	375
8.5.1. Γεωμετρικός τόπος σταθερού πλάτους	375
8.5.2. Γεωμετρικός τόπος σταθεράς φάσης	376
8.5.3. Γεωμετρικός τόπος σταθερού πλάτους και φάσης:	
Διαγράμματα Nichols	378
8.6. Ασκήσεις για λύση	387
<b>ΚΕΦ. 9. ΚΛΑΣΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ</b>	<b>388</b>
9.1. Γενικά περί σχεδίασης κλειστών συστημάτων	

	Σελίδα
αυτομάτου ελέγχου	388
9.2. Γενικά περί κλασικών μεθόδων	392
9.3. Προδιαγραφές κλειστών συστημάτων	394
9.4. Δίκτυα αντιστάθμισης	395
9.5. Σχεδίαση με ενισχυτές	407
9.6. Σχεδίαση με P.I.D.	408
9.7. Σχεδίαση με δίκτυα προήγησης φάσης	414
9.8. Σχεδίαση με δίκτυα καθυστέρησης φάσης	424
9.9. Σχεδίαση με δίκτυα καθυστέρησης-προήγησης φάσης	427
9.10. Κλασικές τεχνικές βέλτιστου ελέγχου	431
9.10.1. Αντισταθμιστές ελεύθερης δομής	432
9.10.2. Αντισταθμιστές με προκαθορισμένη δομή	439
9.11. Ασκήσεις για λύση	443
 ΚΕΦ. 10. ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ	446
10.1. Εισαγωγή	446
10.2. Γραμμικοί νόμοι ανατροφοδότησης κατάστασης και εξόδου	447
10.3. Μετατόπιση ιδιοτιμών	449
10.4. Αποσύζευξη εισόδων-εξόδων	461
10.5. Τέλειο ταίριασμα σε πρότυπο	468
10.6. Γενικά περί βέλτιστου ελέγχου	472
10.7. Βέλτιστος γραμμικός ρυθμιστής 10.7.1. Γενικά	475
10.7.2. Λύση του προβλήματος του βέλτιστου γραμμικού ρυθμιστή	477
10.8. Βέλτιστος γραμμικός σερβομηχανισμός	487
10.9. Ασκήσεις για λύση	495
 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ A. ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ LAPLACE	500
A.1. Πίνακας ιδιοτήτων και θεωρημάτων μετασχηματισμού LAPLACE	500
A.2. Πίνακας ζευγών μετασχηματισμού LAPLACE	503
 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	507
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ	521

Αμμές δε γ'εσσόμεθα πολλώ κάρονες  
Πλούταρχος

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

#### 1.1 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Σύστημα αυτομάτου ελέγχου είναι ένα σύστημα, που τα διάφορα μέρη του είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους έτσι ώστε να συμπεριφέρονται αυτόματα κατά ένα προκαθορισμένο επιθυμητό τρόπο.

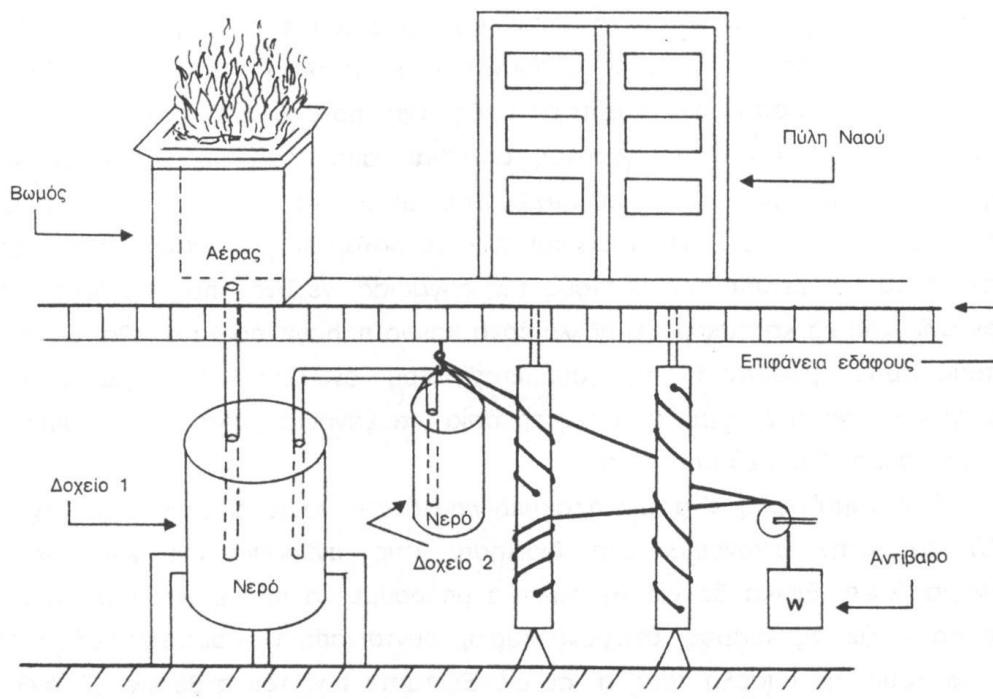
Μια προσεκτική εξέταση των διαφόρων μηχανημάτων που κατασκευάζει σήμερα ο άνθρωπος θα μας πείσει ότι σχεδόν πάντοτε τα μηχανήματα αυτά λειτουργούν, εν μέρει ή εξολοκλήρου, αυτόματα. Ως παραδείγματα αναφέρουμε το ψυγείο, το θερμοσίφωνο, το πλυντήριο ρούχων, τον υπολογιστή, τον πυρηνικό αντιδραστήρα, το ρομπότ, το διαστημόπλοιο, κ.ά. Οι διάφορες βιομηχανίες λειτουργούν επίσης, εν μέρει ή εξολοκλήρου, αυτόματα όπως π.χ. οι βιομηχανίες παραγωγής ζάχαρης, λιπάσματος, χάρτου, τσιμέντου, αυτοκινήτων, κ.λ.π. Από τα παραδείγματα αυτά βγαίνει το συμπέρασμα ότι ο αυτοματισμός είναι πολύ διαδεδομένος στον τεχνικό κόσμο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένας από τους κύριους σκοπούς της σύγχρονης τεχνολογίας είναι η κατά το δυνατόν μείωση της συμμετοχής του ανθρώπου στη λειτουργία των μηχανημάτων και των εργοστασίων. Η μείωση αυτή έχει ως αποτέλεσμα την μείωση του κόστους της εργασίας, γεγονός που επιτρέπει σήμερα στον άνθρωπο να κατασκευάζει πολλά έργα και να παράγει πολλά αγαθά. Επι πλέον ο αυτοματισμός, μειώνοντας την συμμετοχή του ανθρώπου στη διαδικασία της παραγωγής, έχει περιορίσει τις ώρες εργασίας, αυξάνοντας έτσι το διαθέσιμο χρόνο για ανάπausη, διασκέδαση, κ.λ.π.

Ο αυτοματισμός είναι μία πρακτική που δεν συναντάται μόνο στην τεχνολογία αλλά και στην οικονομία, στη διοίκηση, στις ανθρωπιστικές επιστήμες, στη βιολογία, κ.λ.π. Ειδικά δε για τη βιολογία μπορούμε να πούμε ότι, τόσο ο φυτικός όσο και ο ζωικός κόσμος, όχι μόνο κυριαρχούνται από τον αυτοματισμό, αλλά και ότι οφείλουν την ύπαρξή τους σ' αυτόν. Εξετάστε π.χ. τον άνθρωπο. Ο άνθρωπος

είναι ένα πολύπλοκο σύστημα όπου ένας μεγάλος αριθμός διαδικασιών ρυθμίζονται αυτόμata. Π.χ. η πείνα, η δίψα, η πέψη, η διατήρηση της θερμοκρασίας του σώματος, η κυκλοφορία του αιματος, η αναπνοή, η αναπαραγωγή κυττάρων, η επούλωση μιας πληγής, κ.λ.π. Η σύγχρονη επιστήμη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου προσπαθεί, και έχει επιτύχει σε μερικές περιπτώσεις, να αντικαταστήσει μερικούς βιολογικούς μηχανισμούς. Π.χ. έχει επιτύχει να αντικαταστήσει το μέρος ενός κομένου χεριού στο σημείο του καρπού, με ένα τεχνητό χέρι που τα δάκτυλά του μπορούν να κάνουν μερικές απλές κινήσεις αυτόμata, όπως δηλαδή συμβαίνει με το ανθρώπινο χέρι.

## 1.2 ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Ο αυτοματισμός είχε επινοηθεί από την αρχαιότητα. Ένα γνωστό αρχαίο σύστημα αυτομάτου ελέγχου είναι ο ρυθμιστής του Ηρωνος του Αλεξανδρέως (σχήμα 1.2.1). Ο ρυθμιστής αυτός είχε σχεδιασθεί έτσι ώστε η πύλη ναού αυτόμata όταν άναβε η φωτιά στο βωμό και έκλεινε όταν έσβυνε η φωτιά. Ο αυτοματισμός αυτός επιτυγχανόταν ως εξής: Η φωτιά ζέσταινε τον αέρα κάτω από το βωμό, ο δε ζεστός αέρας έσπρωχνε το νερό από το δοχείο 1 στο δοχείο 2. Το δοχείο 1 παρέμενε ακίνητο, ενώ το δοχείο 2 ήταν κρεμασμένο με σχοινιά που ήταν

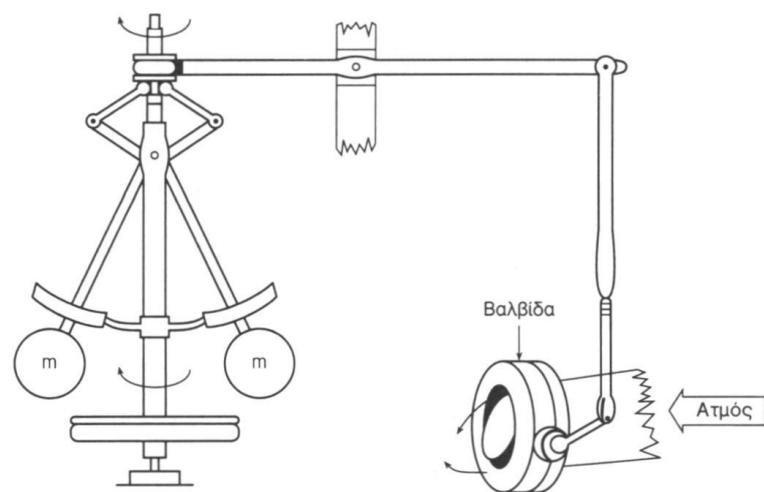


Σχήμα 1.2.1. Ο ρυθμιστής του Ηρωνος του Αλεξανδρέως.

τυλιγμένα κατάλληλα σε ένα μηχανισμό με ένα αντίβαρο  $W$ . Όταν το δοχείο 2 ήταν άδειο, ο μηχανισμός αυτός, κάτω από το βάρος του αντίβαρου, κρατούσε τη πύλη κλειστή. Όταν στο δοχείο 2 έμπαινε αρκετό νερό από το δοχείο 1, το δοχείο 2 κατέβαινε προς τα κάτω ενώ το αντίβαρο ανέβαινε προς τα πάνω, με αποτέλεσμα ο μηχανισμός με τα σχοινιά να ανοίγει την πύλη. Όταν έσβυνε η φωτιά, το νερό από το δοχείο 2 επέστρεφε στο δοχείο 1 και το αντίβαρο κατέβαινε προς τα κάτω, ενώ το δοχείο 2 ανέβαινε προς τα πάνω, με αποτέλεσμα να κλείνει η πύλη. Ο ρυθμιστής αυτός χρησιμοποιούταν, κατά πάσα πιθανότητα, για να εντυπωσιάζει τους πιστούς, δεδομένου ότι το σύστημα αυτοματισμού ήταν κρυμένο μέσα στο έδαφος.

Μέχρι τα μέσα του 18ου αιώνα, ο αυτοματισμός δεν έχει να επιδειξει αξιόλογα επιτεύγματα. Το έτος 1769, ο James Watt κατασκεύασε τον πρώτο φυγοκεντρικό ρυθμιστή ταχύτητας (σχήμα 1.2.2) ο οποίος χρησιμοποιήθηκε ευρέως στη βιομηχανία για τον αυτόματο έλεγχο ατμομηχανών. Συγκεκριμένα, ο ρυθμιστής αυτός χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο της ταχύτητας της ατμομηχανής. Ο έλεγχος επιτυγχάνεται ως εξής: Όταν η γωνιακή ταχύτητα της ατμομηχανής αυξάνεται, η φυγοκεντρική δύναμη σπρώχνει τις μάζες  $m$  προς τα πάνω, με αποτέλεσμα η βαλβίδα του ατμού να κλείνει. Καθώς η βαλβίδα του ατμού κλείνει, ο ατμός που μπαίνει στη μηχανή από τον λεβητα μειώνεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται και η γωνιακή ταχύτητα της ατμομηχανής. Και αντίστροφα, όταν η γωνιακή ταχύτητα της ατμομηχανής μειώνεται, οι μάζες κατεβαίνουν, η βαλβίδα του ατμού ανοίγει, αυξάνει ο ατμός που μπαίνει στη μηχανή, με αποτέλεσμα να αυξηθεί και η γωνιακή ταχύτητα.

Η περίοδος μέχρι το 1868 χαρακτηρίζεται ως μία περίοδος όπου ο αυτοματισμός αναπτύχθηκε αρκετά αλλά από διαίσθηση μόνο, χωρίς δηλαδή μία



Σχήμα 1.2.2. Ο φυγοκεντρικός ρυθμιστής ταχύτητας του Watt.

θεωρητική μαθηματική βάση. Το κενό αυτό συμπλήρωσαν ο Maxwell το 1868 [204], [205] και ο Vyshnegradskii το 1877 [154] οι οποίοι έδωσαν τις πρώτες μαθηματικές βάσεις του αυτοματισμού εφαρμόζοντας τα θεωρητικά (μαθηματικά) τους αποτελέσματα κυρίως στον φυγοκεντρικό ρυθμιστή του Watt. Σημαντικά επίσης ήταν και τα αποτελέσματα του Routh το 1877 [130].

Τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου αναπτύχθηκαν ραγδαία τα τελευταία εξήντα χρόνια. Σημαντικό σταθμό στην ιστορία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου αποτελεί η δεκαετία του '30 κατά την οποία εμφανισθηκαν αξιόλογα θεωρητικά και πρακτικά αποτελέσματα, όπως αυτά του Nyquist [207], [208] και του Black [170], [171]. Τα επόμενα έτη, και κυρίως κατά τη διάρκεια του Β' παγκοσμίου πολέμου και μέχρι το έτος 1957 περίπου, σημειώθηκε περαιτέρω αξιόλογη έρευνα που χαρακτηρίζεται σήμερα ως **κλασική** θεωρία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Τα σημαντικότερα επιτεύγματα της περιόδου αυτής οφείλονται στον Nichols [72], [226], στον Bode [17], στον Wiener [157] και στον Evans [51], [175], [176]. Τα διάφορα επιτεύγματα από το 1957 μέχρι σήμερα έδωσαν μια νέα διάσταση και μια μεγάλη ώθηση στον αυτοματισμό και χαρακτηρίζονται ως **σύγχρονη** θεωρία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Τα σημαντικότερα αποτελέσματα της τελευταίας αυτής περιόδου οφείλονται κατά κύριο λόγο στον Kalman [80], [81], [182]–[193]. Σημαντική επίσης είναι η συμβολή πολλών άλλων ερευνητών, όπως π.χ. των Athans [7], [164]–[166], Astrom [5], [6], Bellman [12], [13], Brockett [23], [172], Jury [75]–[78], Kailath [79], [181], Luenberger [98], [198]–[201], Rosenbrock [128], [129], Wonham [159], [223]–[225], και άλλων. Για περαιτέρω ιστορική πληροφόρηση προτείνουμε τις πηγές [101], [116], [178], [179] και [217]–[219].

Σε γενικές γραμμές, οι κύριες διαφορές μεταξύ της κλασικής και της σύγχρονης προσέγγισης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου είναι οι εξής: Ο κλασικός έλεγχος αναφέρεται ως επί το πλείστον σε απλά συστήματα που έχουν μία είσοδο και μία έξοδο, οι δε μέθοδοι σχεδίασης είναι συνήθως γραφικές και δεν απαιτούν πολλά μαθηματικά (όπως είναι π.χ. ο γεωμετρικός τόπος των ριζών, τα διαγράμματα Nyquist, Bode, Nichols, κ.λ.π.). Αντίθετα, ο σύγχρονος έλεγχος αναφέρεται σε πολύπλοκα συστήματα με πολλές εισόδους και πολλές εξόδους, οι δε μέθοδοι σχεδίασης είναι ως επί το πλείστον αναλυτικές, γεγονός που απαιτεί πολλά μαθηματικά (όπως είναι π.χ. ο χώρος κατάστασης, ο βέλτιστος και στοχαστικός έλεγχος, ο προσαρμοστικός έλεγχος, ο ψηφιακός έλεγχος, κ.λ.π.). Από πλευράς εφαρμογών, τόσο οι κλασικές, όσο και οι σύγχρονες μέθοδοι σχεδίασης, συναντώνται σε όλες σχεδόν τις μορφές της σημερινής τεχνολογίας. Είναι προφανές ότι επειδή ο κλασικός έλεγχος, σε σύγκριση με τον σύγχρονο έλεγχο, είναι σχετικά πιο εύκολος, τόσο από θεωρητικής πλευράς όσο και από πλευράς εφαρμογών, ο μηχανικός έλεγχου επιβάλλεται να ακολουθεί, σε γενικές γραμμές, την εξής

τακτική: Στις περιπτώσεις που οι απαιτήσεις σχεδίασης δεν είναι μεγάλες, να εφαρμόζει τις κλασικές τεχνικές ελέγχου, ενώ στις περιπτώσεις που οι απαιτήσεις σχεδίασης είναι μεγάλες (όπως π.χ. σε ταχύτητα, σε ακρίβεια, κ.λ.π.), να εφαρμόζει τις σύγχρονες τεχνικές ελέγχου.

Τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου αποτελούν σήμερα μία ιδιαίτερα αξιόλογη περιοχή επιστημονικής έρευνας και τεχνολογικής ανάπτυξης. Αυτό μπορεί να υποστηριχθεί από το γεγονός ότι ένας μεγάλος αριθμός ερευνητών, σε παγκόσμια κλίμακα, ασχολείται με την προαγωγή της επιστήμης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου και την εφαρμογή της σε όσο το δυνατό περισσότερες πλευρές της ανθρώπινης δραστηριότητας. Παραδείγματα συστημάτων αυτομάτου ελέγχου που αντικατοπτρίζουν τη σύγχρονη εξέλιξη του αυτοματισμού δίνονται στο εδάφιο 1.4 του κεφαλαίου αυτού και σε πολλά άλλα κατάλληλα σημεία του συγγράμματος.

### 1.3 Η ΒΑΣΙΚΗ ΔΟΜΗ ΕΝΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

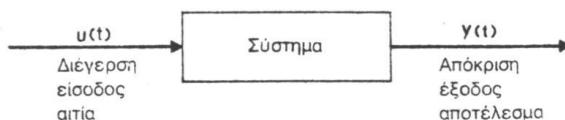
Σύστημα είναι ένα σύνολο στοιχείων τα οποία είναι κατάλληλα συνδεδεμένα μεταξύ τους για να επιτελέσουν κάποιο έργο. Για να φέρει όμως ένα σύστημα σε πέρας ένα έργο θα πρέπει να του δοθεί η κατάλληλη διέγερση. Το σχήμα 1.3.1, μαζί με τη χρησιμοποιούμενη επιστημονική ορολογία και συμβολισμό, δίνει μία εποπτική εικόνα της παραπάνω έννοιας. Η απόκριση  $y(t)$  καλείται επίσης και συμπεριφορά του συστήματος.

Αν συμβολίσουμε το σύστημα με τον τελεστή  $T$ , τότε η έξοδός του  $y(t)$  συνδέεται με την είσοδό του  $u(t)$  με τη σχέση

$$y(t) = Tu(t) \quad (1.3-1)$$

Συνήθως, κατά τη μελέτη των συστημάτων συμβαίνει να γνωρίζουμε (δηλαδή να μας δίνονται), τα δύο από τα τρία στοιχεία του τρίπτυχου {είσοδος, σύστημα, έξοδος} και να ζητείται να υπολογιστεί το τρίτο. Ετσι προκύπτουν τα εξής τρία πολύ γνωστά και βασικά προβλήματα:

**1. Το πρόβλημα της ανάλυσης.** Εδώ δίνεται η είσοδος  $u(t)$  και το σύστημα  $T$  και ζητείται να υπολογιστεί η έξοδος  $y(t)$ .



Σχήμα 1.3.1. Σχηματικό διάγραμμα συστήματος με είσοδο και έξοδο.

**2. Το πρόβλημα της σύνθεσης.** Εδώ δίνεται η εισοδος  $u(t)$  και η έξοδος  $y(t)$  και ζητείται να υπολογιστεί το σύστημα  $T$ .

**3. Το πρόβλημα της μέτρησης.** Εδώ δίνεται το σύστημα  $T$  και η έξοδος  $y(t)$  και ζητείται να υπολογισθεί η εισοδος  $u(t)$ .

Το πρόβλημα της σχεδίασης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου δεν ανήκει σε κανένα από τα παραπάνω τρία προβλήματα, ορίζεται δε ως εξής:

**Ορισμός 1.3.1.** Η σχεδίαση ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου είναι το πρόβλημα στο οποίο δίνεται το σύστημα  $T$  και η επιθυμητή συμπεριφορά του  $y(t)$  και ζητείται να βρεθεί μία εισοδος  $u(t)$ , τέτοια ώστε, αν αυτή εφαρμοσθεί στο σύστημα, η έξοδος του συστήματος  $y(t)$  να είναι η προδιαγραφείσα επιθυμητή συμπεριφορά.

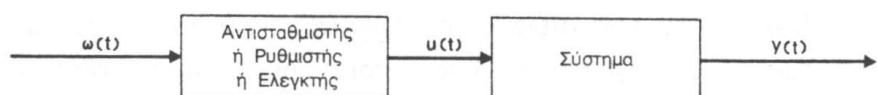
Από τον ορισμό 1.3.1 προκύπτει ότι το πρόβλημα της σχεδίασης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου είναι ένα πρόβλημα σύνθεσης ενός σήματος και συγκεκριμένα του σήματος εισόδου  $u(t)$ . Οπως όμως θα δειξουμε στη συνέχεια, στην πράξη, το πρόβλημα τελικά ανάγεται στη σχεδίαση ενός αντισταθμιστή (ορισμός 1.3.4).

Τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες, στα **ανοικτά** και στα **κλειστά συστήματα**. Τα συστήματα αυτά ορίζονται ως εξής:

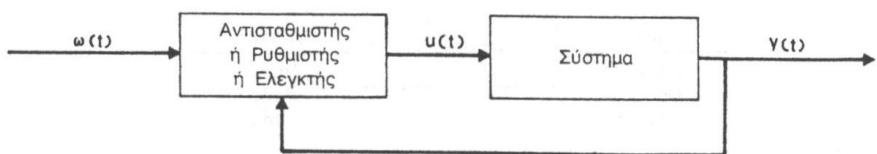
**Ορισμός 1.3.2.** Ανοικτό σύστημα (σχήμα 1.3.2) είναι ένα σύστημα που η εισοδος  $u(t)$  δεν είναι συνάρτηση της έξοδου  $y(t)$ .

**Ορισμός 1.3.3.** Κλειστό σύστημα (σχήμα 1.3.3) είναι ένα σύστημα που η εισοδος  $u(t)$  είναι συνάρτηση της έξοδου  $y(t)$ .

Σε ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου το σήμα εισόδου  $u(t)$  δεν παράγεται απ'ευθείας από μία γεννήτρια, αλλά είναι η έξοδος ενός πρόσθετου συστήματος που ονομάζουμε **αντισταθμιστή ή ρυθμιστή ή ελεγκτή**. Στα ανοικτά συστήματα (σχήμα 1.3.2), ο αντισταθμιστής διεγείρεται από μία εξωτερική διέγερση  $w(t)$ , η οποία μπορεί να είναι το σήμα μιας γεννήτριας. Είναι δε κατασκευασμένος έτσι ώστε η έξοδός του  $u(t)$  να είναι η κατάλληλη διέγερση στο υπό έλεγχο σύστημα που θα προκαλέσει την επιθυμητή έξοδο  $y(t)$ . Στα κλειστά συστήματα (σχήμα 1.3.3), ο



Σχήμα 1.3.2. Ανοικτό σύστημα.



Σχήμα 1.3.3. Κλειστό σύστημα.

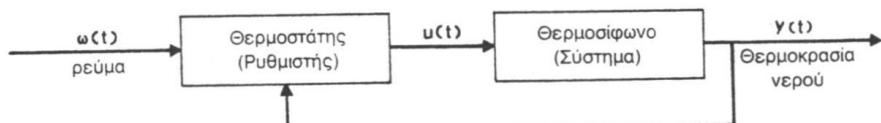
αντισταθμιστής διεγείρεται και από την έξοδο  $y(t)$  του υπό έλεγχο συστήματος, οπότε η  $u(t)$  είναι συνάρτηση και της  $y(t)$ . Η λειτουργία των κλειστών και ανοικτών συστημάτων και ο ρόλος του ρυθμιστή γίνονται πιο σαφείς από τα παρακάτω παραδείγματα.

Ενα εισαγωγικό παράδειγμα κλειστού συστήματος είναι το θερμοσίφωνο. Ως σύστημα εδώ εννοούμε το θερμοσίφωνο και ως έξοδο ορίζουμε τη θερμοκρασία του νερού που περιέχει το θερμοσίφωνο. Η θερμοκρασία του νερού προκαθορίζεται να κυμαίνεται από  $65^{\circ}$  έως  $70^{\circ}$ . Το νερό θερμαίνεται από έναν ηλεκτρικό αντιστάτη από τον οποίο διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα. Ως ρυθμιστής συνήθως χρησιμοποιείται ένας θερμοστάτης που είναι κατασκευασμένος έτσι ώστε να ενεργεί ως διακόπτης ως εξής: Οταν η θερμοκρασία του νερού φθάσει τους  $70^{\circ}$ , ο διακόπτης ανοίγει οπότε διακόπτεται η τροφοδοσία του ηλεκτρικού ρεύματος στον αντιστάτη. Στη συνέχεια, η θερμοκρασία του νερού αρχίζει να πέφτει και όταν φθάσει τους  $65^{\circ}$  ο διακόπτης κλείνει, οπότε επανέρχεται η τροφοδοσία ηλεκτρικού ρεύματος στον αντιστάτη και έτσι η θερμοκρασία του νερού αρχίζει πάλι να ανεβαίνει. Οταν η θερμοκρασία του νερού φθάσει τους  $70^{\circ}$ , ο διακόπτης ανοίγει ξανά. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται συνέχεια, με αποτέλεσμα η θερμοκρασία του νερού να διατηρείται μέσα στα επιθυμητά όρια, δηλ. από  $65^{\circ}$  έως  $70^{\circ}$ .

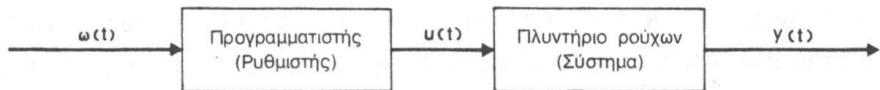
Μια προσεκτική εξέταση του παραδείγματος του θερμοσιφώνου δείχνει ότι ο ρυθμιστής, δηλαδή ο θερμοστάτης, δίνει την κατάλληλη εισοδο  $u(t)$  στο θερμοσίφωνο (σχήμα 1.3.4). Η εισοδος αυτή  $u(t)$  επηρεάζεται αποφασιστικά από την έξοδο  $y(t)$  του θερμοσιφώνου, δηλαδή τη θερμοκρασία του νερού. Εδώ, επομένως, έχουμε ένα κλασικό παράδειγμα κλειστού συστήματος, όπου η εισοδος  $u(t)$  είναι συνάρτηση της έξόδου  $y(t)$ .

Άλλα παραδείγματα κλειστών συστημάτων είναι το ψυγείο, ο πυρηνικός αντιδραστήρας, ο ρυθμιστής τάσης, ο ρυθμιστής θέσης, ο ρυθμιστής ταχύτητας, το τηλεκατευθυνόμενο αεροσκάφος, κ.λ.π. Όλα αυτά τα κλειστά συστήματα λειτουργούν με τις ίδιες ουσιαστικά αρχές λειτουργίας όπως εκείνες του θερμοσιφώνου που εκθέσαμε πιο πάνω.

Ενα εισαγωγικό παράδειγμα ανοικτού συστήματος είναι το πλυντήριο ρούχων (σχήμα 1.3.5). Εδώ ως ρυθμιστής χρησιμοποιείται ένας "προγραμματιστής" που θέτει το πλυντήριο σε μία σειρά από λειτουργίες, όπως αλλαγή νερού, στίψιμο ρούχων,



Σχήμα 1.3.4. Το θερμοσίφωνο ως κλειστό σύστημα ελέγχου.



Σχήμα 1.3.5. Το πλυντήριο ρούχων ως ανοικτό σύστημα ελέγχου.

κ.λ.π. Κατά τη διάρκεια των λειτουργιών αυτών, η έξοδος του συστήματος, δηλαδή το κατά πόσο τα ρούχα πλένονται ικανοποιητικά ή όχι, δεν λαμβάνεται υπόψη. Το πλυντήριο, απλώς εκτελεί μία σειρά από εντολές, που περιέχονται στην  $u(t)$  χωρίς να επηρεάζεται από την  $y(t)$ . Το πλυντήριο επομένως είναι ένα ανοικτό σύστημα. Άλλα παραδείγματα ανοικτών συστημάτων είναι η ηλεκτρική κουζίνα, το ξυπνητήρι, ο ανελκυστήρας, το σημερινό σύστημα σηματοδότησης των δρόμων των πόλεων μας, κ.λ.π.

Σημειώνεται ότι σε περιπτώσεις όπου το σύστημα δεν είναι εξολοκλήρου αυτόματο, ο άνθρωπος είναι ο ρυθμιστής ή μέρος του ρυθμιστή, όπως π.χ. στην οδήγηση, στο περπάτημα, στο μαγείρεμα, κ.λ.π. Στην οδήγηση, το αυτοκίνητο είναι το σύστημα και η έξοδος του συστήματος είναι η τροχιά ή η ταχύτητα του αυτοκινήτου. Ο οδηγός παρακολουθεί τη συμπεριφορά του αυτοκινήτου και ανάλογα ρυθμίζει τη διέγερση του συστήματος, π.χ. πατάει το γκάζι ή στρίβει το τιμόνι. Η οδήγηση, δηλαδή, έχει τη δομή ενός κλειστού συστήματος, όπου ο οδηγός είναι ο ρυθμιστής. Κάτι ανάλογο συμβαίνει και όταν περπατάμε. Οταν μαγειρεύουμε, παρακολουθούμε το φαγητό και ανάλογα ρυθμίζουμε την ένταση της φωτιάς. Ο μάγειρας, στην προκειμένη περίπτωση, είναι ο ρυθμιστής του κλειστού συστήματος.

Από τα παραπάνω παραδείγματα είναι φανερό ότι τα κλειστά συστήματα διαφέρουν ουσιαστικά στην αρχή λειτουργίας τους από τα ανοικτά συστήματα. Η διαφορά αυτή οφείλεται στην τροφοδοσία πληροφοριών από την έξοδο στην είσοδο του συστήματος. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **ανατροφοδότηση ή ανασύζευξη** και διαδραματίζει βασικότατο ρόλο στον αυτοματισμό.

Γενικά, τα κλειστά συστήματα χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου οι απαιτήσεις αυτοματισμού (ακρίβεια, ταχύτητα, κ.λ.π.) είναι μεγάλες, ενώ τα ανοικτά συστήματα χρησιμοποιούνται, ως επί το πλείστον, σε απλές περιπτώσεις αυτοματισμού. Γιαυτό τα κλειστά συστήματα είναι, κατά κανόνα, πιο δύσκολα στη σχεδίαση και κατασκευή τους από τα ανοικτά. Αυστηρότερες συγκρίσεις μεταξύ των ανοικτών και κλειστών συστημάτων γίνονται σε διάφορα κατάλληλα σημεία της ύλης του συγγράμματος αυτού.

Η πολυπλοκότητα των αντισταθμιστών ανοικτών ή κλειστών συστημάτων αυξάνει με τις απαιτήσεις του αυτοματισμού. Ετσι έχουμε απλούς αντισταθμιστές, όπως ο θερμοστάτης και ο προγραμματιστής, αλλά έχουμε και συνθετότερους αντισταθμιστές

όπως ένας υπολογιστής, που ελέγχει ένα αεροπλάνο ή ένα συγκρότημα υπολογιστών που ελέγχει από απόσταση ένα διαστημόπλοιο. Επίσης, ανάλογα με τη φύση του αυτοματισμού, ένας αντισταθμιστής μπορεί να είναι ηλεκτρονικός, ηλεκτρολογικός, μηχανολογικός, πεπιεσμένου αέρα, υδραυλικός, κ.λ.π. ή συνδυασμός δύο ή περισσότερων από αυτούς.

Με βάση όλα τα πιο πάνω, μπορούμε τώρα να δώσουμε τον εξής ορισμό του προβλήματος της σχεδίασης των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου.

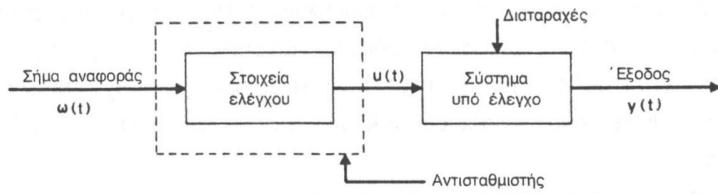
**Ορισμός 1.3.4.** Η σχεδίαση ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου είναι ένα πρόβλημα όπου μας δίνεται το υπό έλεγχο σύστημα  $T$  και η επιθυμητή συμπεριφορά του  $y(t)$  και ζητείται να βρεθεί ένας αντισταθμιστής που η έξοδός του  $u(t)$  να είναι τέτοια ώστε, αν αυτή εφαρμοσθεί στο υπό έλεγχο σύστημα, η έξοδος  $y(t)$  του συστήματος να είναι η προδιαγραφείσα επιθυμητή συμπεριφορά.

Είναι φανερό ότι οι ορισμοί 1.3.1 και 1.3.4 είναι ισοδύναμοι, μόνο που ο ορισμός 1.3.4 ανταποκρίνεται περισσότερο στην πράξη. Σχετικά με τη σχεδίαση των αντισταθμιστών, αναφέρεται ότι έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι που δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα στην πράξη. Καθώς όμως η τεχνολογία αναπτύσσεται, νέα προβλήματα σχεδίασης εμφανίζονται τα οποία δημιουργούν νέα θέματα έρευνας και ανάπτυξης.

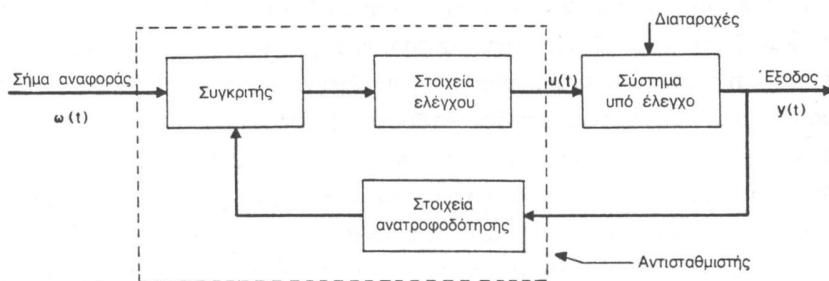
Κλείνοντας το παρόν εδάφιο, θα δώσουμε μια πρακτικότερη αλλά και πληρέστερη σχηματική παράσταση των ανοικτών και κλειστών συστημάτων. Στην πράξη, τα μεν ανοικτά συστήματα έχουν τη δομή του σχήματος 1.3.6, τα δε κλειστά συστήματα έχουν τη δομή του σχήματος 1.3.7. Με τον όρο **διαταραχές** αναφερόμαστε στις εκάστοτε μεταβολές του περιβάλλοντος ή του υπό έλεγχο συστήματος ή άλλες αιτίες, που έχουν ως αποτέλεσμα η έξοδος του συστήματος να αποκλίνει από την επιθυμητή συμπεριφορά. Ετσι είναι φανερό ότι όταν η έξοδος ενός ανοικτού συστήματος αποκλίνει από την επιθυμητή της μορφή (εξ αιτίας των διαταραχών ή άλλων αιτιών), το σύστημα δεν κάνει τίποτα για να την επαναφέρει στην επιθυμητή της μορφή. Αντίθετα, στο κλειστό σύστημα, όταν η έξοδός του αποκλίνει από την επιθυμητή της μορφή (εξ αιτίας των διαταραχών ή άλλων αιτιών) τότε, **χάρη στην ανατροφοδότηση**, το σύστημα και συγκεκριμένα ο αντισταθμιστής, ενεργεί έτσι ώστε η έξοδός του να επανέλθει στην επιθυμητή της μορφή.

#### 1.4 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Εδώ θα περιγράψουμε μερικά παραδείγματα ανοικτών και κλειστών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου συνθετότερα από εκείνα που αναφέραμε στο εδάφιο 1.3, προκειμένου να δώσουμε μία εικόνα της ευρείας χρησιμοποίησης του αυτοματισμού



Σχήμα 1.3.6. Σχηματικό διάγραμμα ανοικτού συστήματος.

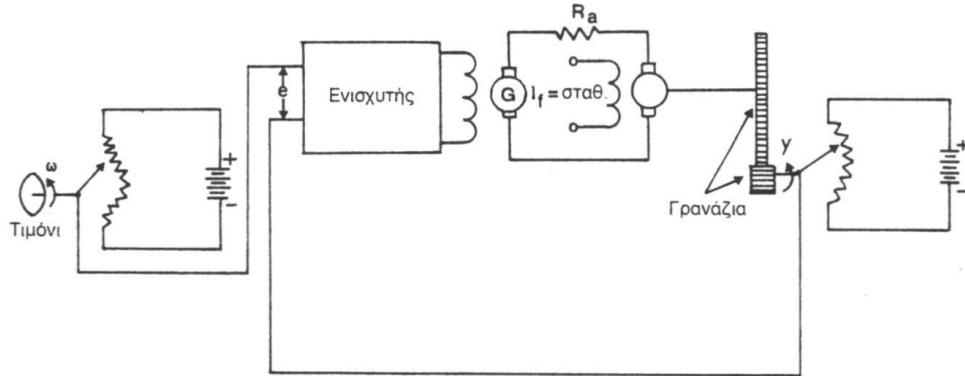


Σχήμα 1.3.7. Σχηματικό διάγραμμα κλειστού συστήματος.

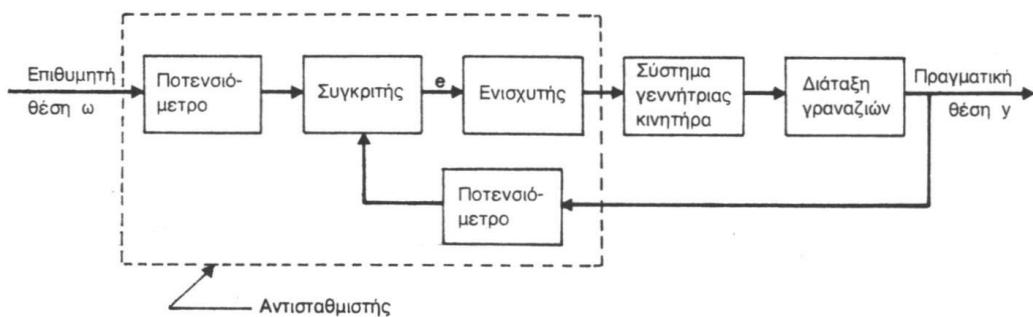
στην τεχνολογία σήμερα. Επιπλέον, με μερικά από τα παραδείγματα αυτά, θα έχουμε την ευκαιρία να δειξουμε ότι οι αρχές του αυτοματισμού μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατανόηση και επίλυση προβλημάτων σε άλλα πεδία της επιστήμης, όπως είναι η οικονομία, η πολιτική, η κοινωνιολογία, η ιατρική και άλλα. Μερικά από τα παρακάτω παραδείγματα μελετώνται περαιτέρω στο εδάφιο 3.13, όπως επίσης και σε άλλα σημεία του συγγράμματος αυτού.

Από τα παραδείγματα που ακολουθούν θα γίνει φανερό ότι πολλά συστήματα αυτομάτου ελέγχου είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε κάποια μεταβλητή του συστήματος (όπως ηλεκτρική τάση, θερμοκρασία ή ροή σε υγρού, θερμοκρασία σε ηλεκτρικό καταγραφέα) να ελέγχεται αυτόματα. Σημειώνεται ότι ειδικά για την κατηγορία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, όπου γίνεται έλεγχος μηχανικής κίνησης, όπως π.χ. της θέσης ή της ταχύτητας μιας μάζας, έχει επικρατήσει ο όρος **σερβομηχανισμός**.

**1. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου θέσης ή σερβομηχανισμός θέσης** (σχήμα 1.4.1). Το σύστημα αυτό είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε η γωνιακή θέση για την μικρού γραναζιού, που είναι και η έξοδος του συστήματος, να είναι ίση με την εκάστοτε γωνιακή θέση ω του τιμονιού, που είναι και η διέγερση του συστήματος. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Οι γωνιακές θέσεις ω και για μετατρέπονται σε τάσεις χρησιμοποιώντας τις διατάξεις των ποτενσιομέτρων (βλέπε § 3.12.4). Η διαφορά ε



(a) Εποπτική εικόνα του συστήματος ελέγχου θέσης.

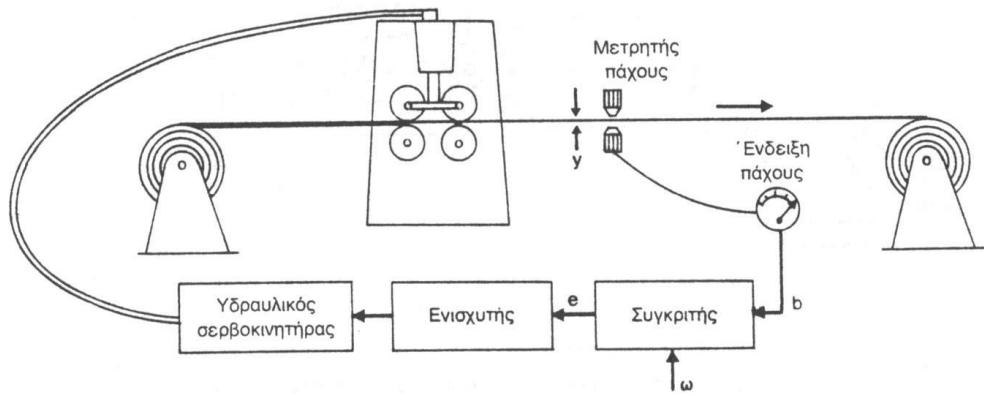


(b) Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος ελέγχου θέσης.

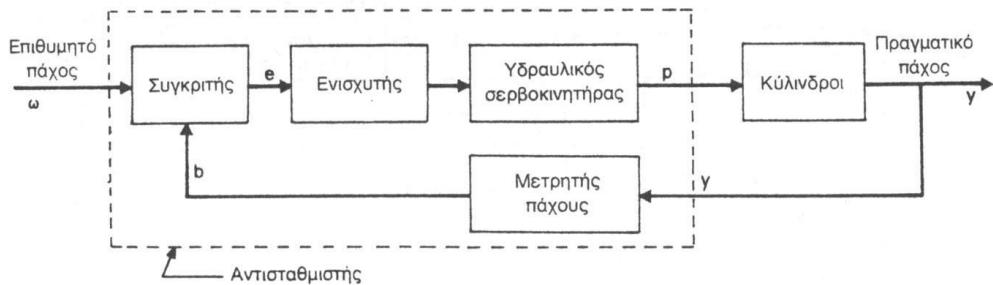
Σχήμα 1.4.1. Σύστημα ελέγχου θέσης ή σερβομηχανισμού θέσης.

των δυο αυτών τάσεων, που ονομάζεται και **σφάλμα**, οδηγείται σε ενισχυτή, η έξοδος του οποίου διεγείρει το σύστημα γεννήτριας-κινητήρα (βλέπε § 3.12.1) με αποτέλεσμα ο κινητήρας να στρέψει το σύστημα των γραναζιών προς τη μία ή την άλλη κατεύθυνση, ανάλογα με το πρόσημο του σφάλματος  $e$ , με στόχο τη μείωση (και τελικά το μηδενισμό) του σφάλματος  $e = \omega - y$ . Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα η έξοδος  $y$  να ακολουθεί την είσοδο  $\omega$ , δηλαδή να είναι  $y = \omega$ . Στο σχήμα 1.4.1b δίνεται ένα σχηματικό διάγραμμα του συστήματος, όπου φαίνεται ο ρόλος της ανατροφοδότησης και του αντισταθμιστή. Ένα παρόμοιο σύστημα περιγράφεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην § 3.13.2.

**2. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου πάχους λαμαρίνας** (σχήμα 1.4.2). Το σύστημα αυτό είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε το πάχος  $y$  της λαμαρίνας, που είναι και η έξοδος του συστήματος, να παραμένει σταθερό. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Το πάχος  $y$  καθορίζεται από την πίεση  $p$  που ασκούν οι κύλινδροι πάνω στη λαμαρίνα. Η πίεση αυτή ελέγχεται από την ένδειξη  $b$  του οργάνου που μετρά το πάχος  $y$  της λαμαρίνας. Ετσι, όταν το σφάλμα  $e = \omega - b \neq 0$ , όπου το σήμα  $\omega$  αντιπροσωπεύει το επιθυμητό πάχος, τότε ο υδραυλικός σερβοκινητήρας αυξάνει ή μειώνει την πίεση στους κυλίνδρους με αποτέλεσμα το πάχος  $y$  να μικραίνει ή να μεγαλώνει, αντίστοιχα. Η διαδικασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα το πάχος  $y$  της λαμαρίνας να



(a) Εποπτική εικόνα του συστήματος παραγωγής λαμαρίνας.

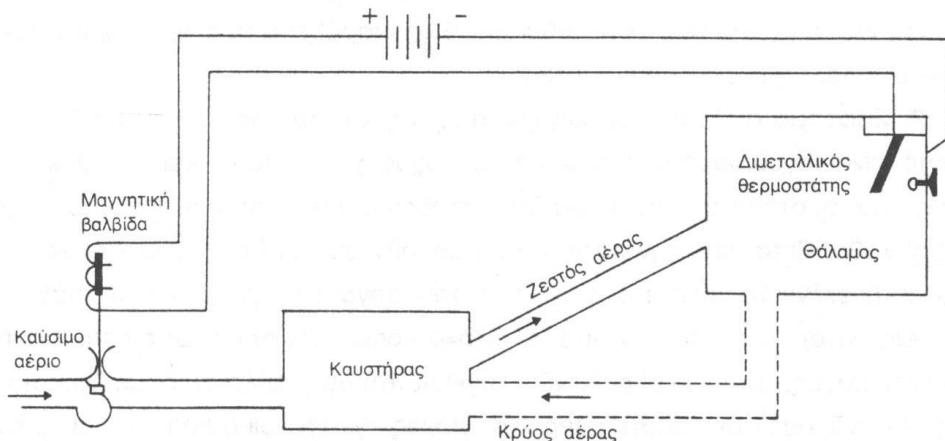


(b) Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος παραγωγής λαμαρίνας.

### Σχήμα 1.4.2. Σύστημα ελέγχου πάχους λαμαρίνας.

διατηρείται σταθερό και ίσο προς το επιθυμητό πάχος  $\omega$ . Στο σχήμα 1.4.2b δίνεται το σχηματικό διάγραμμα του κλειστού συστήματος.

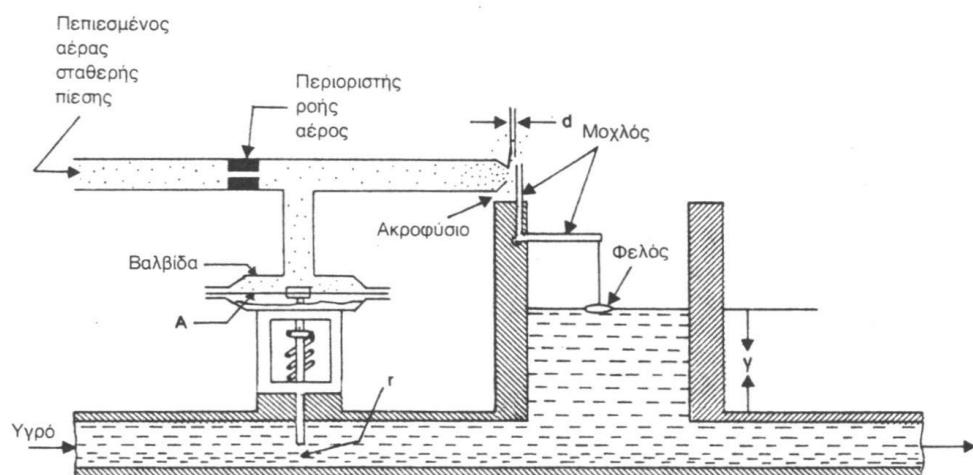
**3. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου θερμοκρασίας θαλάμου** (σχήμα 1.4.3). Το σύστημα αυτό είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε η θερμοκρασία γ του θαλάμου, που είναι και η έξοδος του συστήματος, να παραμένει σταθερή. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Η



Σχήμα 1.4.3. Σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας θαλάμου.

Θερμοκρασία για του θαλάμου παρακολουθείται από το διμεταλλικό θερμοστάτη, που είναι ρυθμισμένος έτσι ώστε, όταν η θερμοκρασία για είναι μεγαλύτερη της επιθυμητής, το κύκλωμα της μαγνητικής βαλβίδας απενεργοποιείται, η βαλβίδα κλείνει και σταματά η τροφοδοσία του αερίου καυσίμου στον καυστήρα. Αντίθετα, όταν η θερμοκρασία για είναι μικρότερη της επιθυμητής, το κύκλωμα της μαγνητικής βαλβίδας ενεργοποιείται, η βαλβίδα ανοίγει και επανέρχεται η τροφοδοσία του αερίου καυσίμου στον καυστήρα. Ένα παρόμοιο σύστημα περιγράφεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην § 3.13.5.

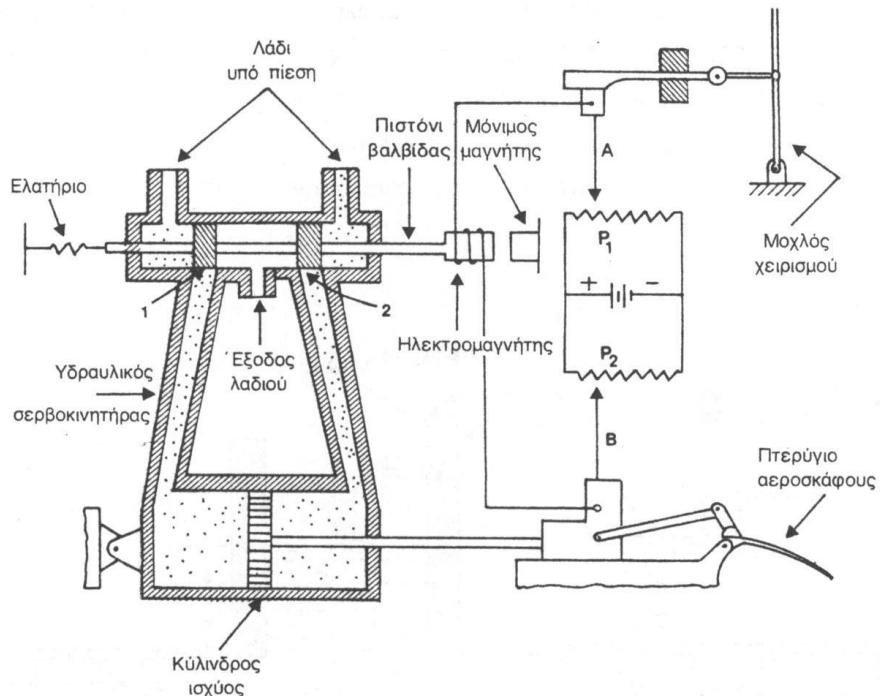
**4. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου στάθμης υγρού (σχήμα 1.4.4).** Το σύστημα αυτό χρησιμοποιείται σε χημικές και άλλες βιομηχανίες και είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε το ύψος για της επιφάνειας του υγρού να παραμένει σταθερό. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Ο φελός που επιπλέει στην επιφάνεια του υγρού είναι συνδεδεμένος με την οριζόντια επιφάνεια του μοχλού έτσι ώστε, καθώς το ύψος για μεγαλώνει ή μικραίνει, αντίστοιχα μικραίνει ή μεγαλώνει η απόσταση  $d$  μεταξύ του ακροφυσίου και της κάθετης επιφάνειας του μοχλού. Οταν η απόσταση  $d$  μικραίνει ή μεγαλώνει, αντίστοιχα μεγαλώνει ή μικραίνει η πίεση του πεπιεσμένου αέρα στην επιφάνεια  $A$  της βαλβίδας με αποτέλεσμα να μικραίνει ή να μεγαλώνει η απόσταση  $r$  του πιστονιού της βαλβίδας από τη βάση του δοχείου. Το σύστημα του πεπιεσμένου αέρα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα με είσοδο το  $d$  και έξοδο την πίεση του πεπιεσμένου αέρα στην επιφάνεια  $A$  της βαλβίδας. Το σύστημα αυτό είναι ένας ενισχυτής πεπιεσμένου αέρα διότι ενώ οι μεταβολές στο  $d$  δεν απαιτούν μεγάλες πιέσεις, ενώ αντίθετα οι αντίστοιχες πιέσεις στην επιφάνεια  $A$  είναι πολύ μεγάλες. Επειδή, τέλος, μείωση ή αύξηση της απόστασης  $r$  αντιστοιχεί σε μείωση ή αύξηση του ύψους για, η στάθμη του υγρού θα παραμένει σταθερή. Ένα παρόμοιο σύστημα περιγράφεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην § 3.13.4.



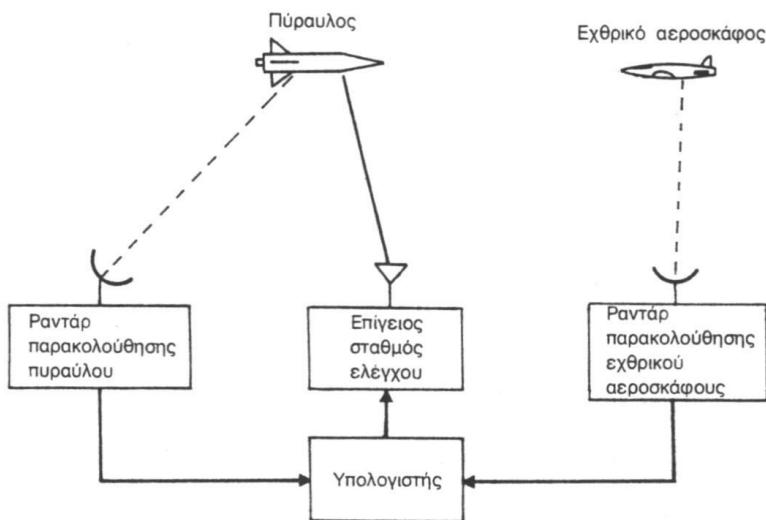
Σχήμα 1.4.4. Σύστημα ελέγχου στάθμης υγρού.

**5. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου θέσης πτερυγίων αεροσκάφους** (σχήμα 1.4.5). Το σύστημα αυτό είναι ένα ανοικτό σύστημα αυτομάτου ελέγχου και είναι σχεδιασμένο ώστε η θέση (κλίση) των πτερυγίων ενός αεροσκάφους να ελέγχεται από το μοχλό χειρισμού. Το σύστημα αυτό λειτουργεί ως εξής: Όταν ο μοχλός χειρισμού τοποθετηθεί σε μία νέα θέση, τότε και η θέση A του ποτενσιομέτρου  $P_1$  μεταβάλλεται με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μία διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B. Η τάση αυτή ενεργοποιεί τον ηλεκτρομαγνήτη με αποτέλεσμα το πιστόνι της βαλβίδας του υδραυλικού σερβοκινητήρα (βλέπε § 3.12.6) να μετατοπισθεί. Η μετατόπιση της βαλβίδας θα επιτρέψει στο λάδι υπό πίεση να μπει μέσα στον κύλινδρο ισχύος και να σπρώξει το πιστόνι του δεξιά ή αριστερά με αποτέλεσμα και τα πτερύγια του αεροσκάφους να κινηθούν προς τα κάτω ή προς τα πάνω. Το σύστημα αυτό μπορεί να γίνει κλειστό, αρκεί η θέση των πτερυγίων να μετράται και να συγκρίνεται με την επιθυμητή θέση.

**6. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου κατεύθυνσης πυραύλου** (σχήμα 1.4.6). Το σύστημα αυτό κατευθύνει την τροχιά ενός πυραύλου ώστε να συγκρουσθεί και με σκοπό να καταρρίψει εχθρικό αεροσκάφος. Η λειτουργία του συστήματος αυτού έχει ως εξής: Τόσο ο κατευθυνόμενος πύραυλος, όσο και ο στόχος του, δηλαδή το εχθρικό αεροσκάφος, παρακολουθούνται από ένα σύστημα ραντάρ. Οι πληροφορίες από τα ραντάρ τροφοδοτούνται στον υπολογιστή που προσδιορίζει μία πιθανή τροχιά του εχθρικού αεροσκάφους. Η τροχιά αυτή μπορεί να αλλάξει προσαρμοζόμενη στα



Σχήμα 1.4.5. Σύστημα ελέγχου πτερυγίου αεροσκάφους.

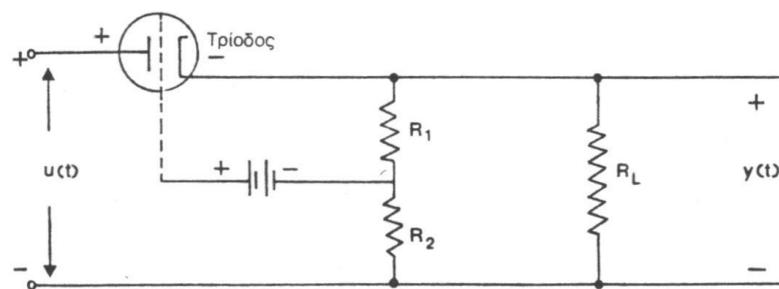


Σχήμα 1.4.6. Σύστημα ελέγχου κατεύθυνσης πυραύλου.

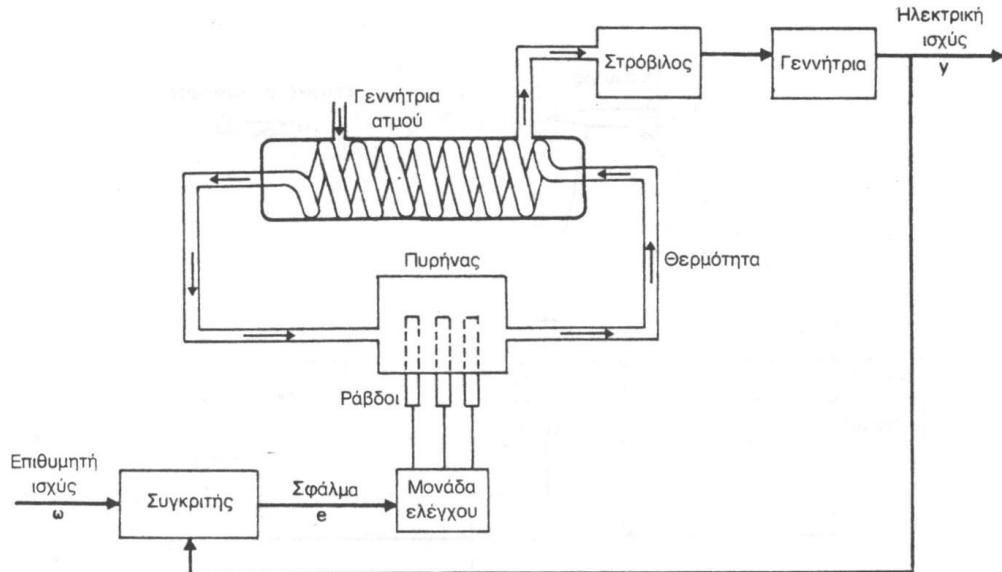
εκάστοτε νέα δεδομένα της πορείας του αεροσκάφους. Ο υπολογιστής διαρκώς συγκρίνει τις τροχιές του πυραύλου και του αεροσκάφους και ανάλογα διορθώνει την πορεία του πυραύλου έτσι ώστε να συγκρουσθεί με το αεροσκάφος. Η διόρθωση της πορείας του πυραύλου γίνεται από απόσταση με ραδιοκύματα από έναν επίγειο σταθμό ελέγχου.

**7. Ηλεκτρονικός ρυθμιστής τάσης** (σχήμα 1.4.7). Το σύστημα αυτό είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε η τάση εξόδου  $y(t)$  να παραμένει σταθερή, παρά τις μεταβολές στην τάση διέγερσης  $u(t)$  και στην αντίσταση φορτίου  $R_L$ . Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Εστω π.χ. ότι η  $u(t)$  ή η  $R_L$  μικραίνει. Τότε και η  $y(t)$  θα μικραίνει με αποτέλεσμα και η τάση στα άκρα της  $R_1$  να μικραίνει. Το γεγονός αυτό κάνει την εσχάρα πιο θετική οπότε αυξάνει το ρεύμα φορτίου  $i_L$  και έτσι η  $y(t)$  επανέρχεται στην αρχική της τιμή. Ενα άλλο σύστημα ρύθμισης τάσης περιγράφεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην § 3.13.1.

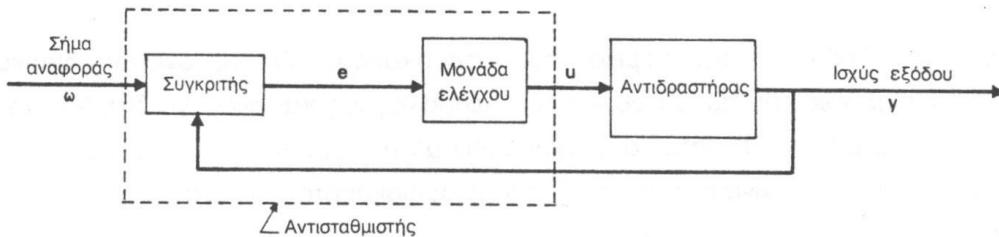
**8. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου πυρηνικού αντιδραστήρα** (σχήμα 1.4.8). Ο αυτοματισμός ενός αντιδραστήρα αποσκοπεί στη διατήρηση της ισχύος εξόδου του σε



Σχήμα 1.4.7. Ρυθμιστής τάσης.



(a) Εποπτική εικόνα πυρηνικού αντιδραστήρα.

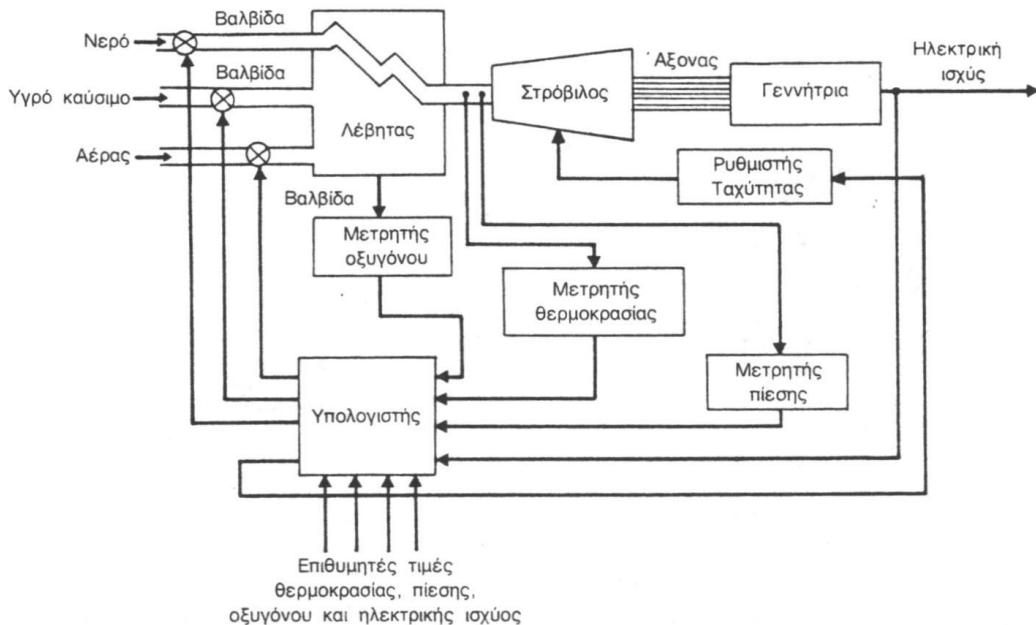


(b) Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος του πυρηνικού αντιδραστήρα.

Σχήμα 1.4.8. Σύστημα ελέγχου πυρηνικού αντιδραστήρα.

προκαθορισμένα όρια. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής: Η πυρηνική αντίδραση ελευθερώνει ενέργεια υπό μορφή θερμότητας. Η ενέργεια αυτή χρησιμοποιείται για την παραγωγή ατμού. Ο ατμός θέτει σε περιστροφική κίνηση ένα στρόβιλο και ο στρόβιλος μία γεννήτρια, η οποία παράγει την ηλεκτρική ισχύ  $y$ . Η είσοδος  $\omega$  είναι ένα σήμα αναφοράς που "αντιπροσωπεύει" την επιθυμητή έξοδο. Τα δύο σήματα  $\omega$  και  $y$  συγκρίνονται και η διαφορά τους  $e = \omega - y$ , τροφοδοτείται στη μονάδα ελέγχου. Η μονάδα αυτή αποτελείται από ειδικές ράβδους, που όταν πλησιάζουν το πυρηνικό καύσιμο η ισχύς εξόδου  $y$  μεγαλώνει και όταν απομακρύνονται από το πυρηνικό καύσιμο η ισχύς εξόδου  $y$  μικραίνει. Ετσι, όταν  $y > \omega$ , οπότε το σφάλμα  $e$  είναι αρνητικό, η μονάδα ελέγχου απομακρύνει τις ράβδους από το πυρηνικό καύσιμο με αποτέλεσμα η ισχύς εξόδου  $y$  να μικραίνει. Όταν  $y < \omega$ , οπότε το σφάλμα  $e$  είναι θετικό, η μονάδα ελέγχου πλησιάζει τις ράβδους στο πυρηνικό καύσιμο με αποτέλεσμα η ισχύς εξόδου  $y$  να αυξάνει. Με αυτόν τον τρόπο, η έξοδος  $y$  διατηρείται ίση με την είσοδο  $\omega$ .

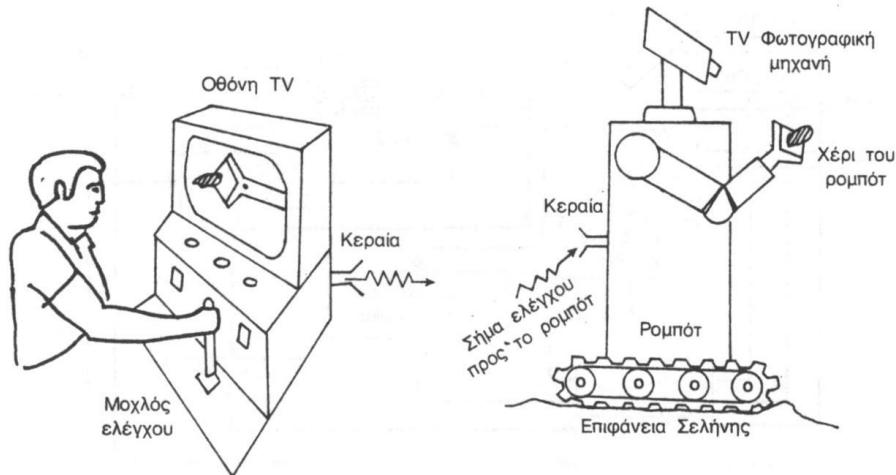
9. Σύστημα αυτομάτου ελέγχου ατμοστροβιλογεννήτριας (σχήμα 1.4.9). Η



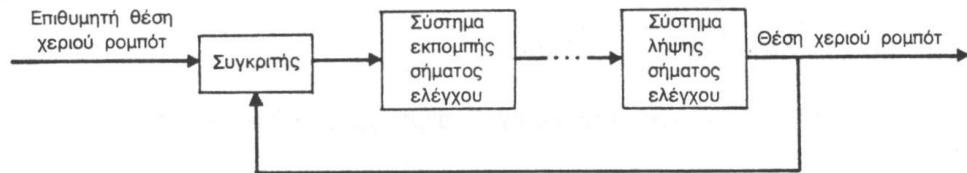
Σχήμα 1.4.9. Σύστημα ελέγχου ατμοστροβιλογεννήτριας.

ατμοστροβιλογεννήτρια λειτουργεί ως εξής: Ο ατμός που παράγεται από το λέβητα βάζει σε περιστροφική κίνηση τον άξονα του στροβίλου. Ο άξονας του στροβίλου είναι ουσιαστικά και ο ρότορας της γεννήτριας. Καθώς ο άξονας του στροβίλου στρέφεται, η γεννήτρια παράγει ηλεκτρικό ρεύμα. Η ατμοστροβιλογεννήτρια είναι ένα σύστημα με πολλές εισόδους (νερό, υγρό καύσιμο και αέρας) και μία έξοδο (ηλεκτρική ισχύς). Η ηλεκτρική ισχύς εξόδου ελέγχεται αυτόματα ως εξής: Η ισχύς εξόδου μαζί με ενδιάμεσες μεταβλητές ή καταστάσεις του συστήματος, όπως το οξυγόνο, η θερμοκρασία και η πίεση, ανατροφοδοτούνται στον υπολογιστή. Ο υπολογιστής ρυθμίζει αυτόματα την ποσότητα του νερού, του υγρού καυσίμου και του αέρα που μπαίνουν στο λέβητα και τη γωνιακή ταχύτητα του στροβίλου, ανάλογα με τις επιθυμητές και πραγματικές (μετρούμενες) τιμές της θερμοκρασίας, πίεσης, οξυγόνου και ηλεκτρικής ισχύος, έτσι ώστε η τιμή της ηλεκτρικής ισχύος να είναι η επιθυμητή.

**10. Ελεγχος ρομπότ** (σχήμα 1.4.10). Εδώ θα εξετάσουμε ένα σύστημα που μπορεί να ελέγχει αυτόματα τις κινήσεις ενός ρομπότ από απόσταση. Οπως φαίνεται και στο σχήμα 1.4.10a, ο άνθρωπος στον επίγειο σταθμό μπορεί και παρακολουθεί το ρομπότ που βρίσκεται στη Σελήνη από την οθόνη μιας συσκευής τηλεόρασης. Εστω ότι η έξοδος του συστήματος είναι η θέση του χεριού του ρομπότ και η είσοδος είναι η θέση του μοχλού που κρατά στο χέρι του ο άνθρωπος. Τότε, ανατροφοδοτώντας την έξοδο (θέση χεριού ρομπότ) στην είσοδο, ο άνθρωπος κάνει τη σύγκριση κοιτάζοντας τη θέση του χεριού του ρομπότ στην οθόνη και ανάλογα κινεί το μοχλό ελέγχου. Στο



(a) Εποπτική εικόνα ελέγχου ρομπότ από απόσταση.

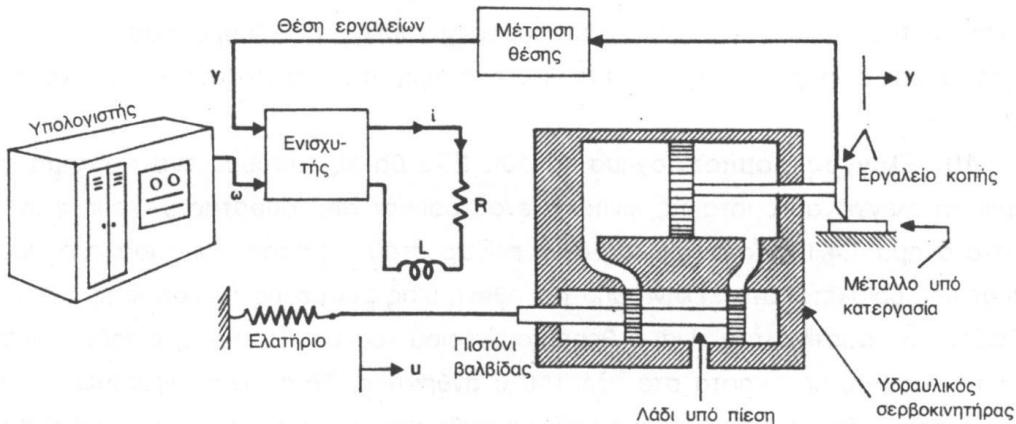


(b) Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος ελέγχου ρομπότ από απόσταση.

#### Σχήμα 1.4.10. Σύστημα ελέγχου ρομπότ από απόσταση.

σχήμα 1.4.10b δίνεται μία σχηματική άποψη του συστήματος του σχήματος 1.4.10a. Στην προκειμένη περίπτωση, ο άνθρωπος είναι μέρος του ρυθμιστή.

**11. Αριθμητικός έλεγχος** (σχήμα 1.4.11). Ο αυτόματος έλεγχος μηχανών κοπής μετάλλων γίνεται πολλές φορές από ένα υπολογιστή, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.4.11. Συγκεκριμένα, η κίνηση του εργαλείου κοπής ρυθμίζεται από ένα πρόγραμμα, που πολλές φορές είναι γραμμένο σε μία ταινία, γιατό και ο έλεγχος αυτός

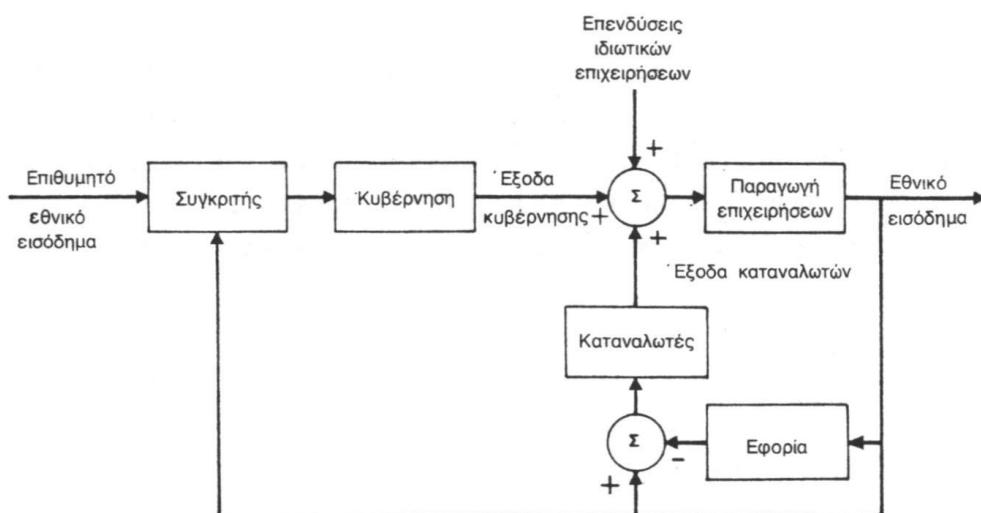


Σχήμα 1.4.11. Αριθμητικός έλεγχος μηχανής κοπής μετάλλων.

ονομάζεται αριθμητικός. Οταν υπάρχει διαφορά μεταξύ της επιθυμητής θέσης ω και της πραγματικής θέσης για του εργαλείου, τότε η διαφορά αυτή ενισχύεται από τον ενισχυτή με αποτέλεσμα το ρεύμα εξόδου του ενισχυτή να ενεργοποιεί το πηνίο. Στη συνέχεια, το μαγνητικό πεδίο του πηνίου δημιουργεί μία δύναμη πάνω στο πιστόνι της βαλβίδας του υδραυλικού σερβοκινητήρα και το κινεί αριστερά ή δεξιά. Οι μικρές μεταβολές στη θέση του πιστονιού αυτού ελέγχουν τη θέση του εργαλείου κοπής.

**12. Αναπηρική καρέκλα.** Η αυτόματη αναπηρική καρέκλα είναι σχεδιασμένη ειδικά για άτομα που είναι ανάπηρα από το λαιμό και κάτω. Αποτελείται από ένα σύστημα, το οποίο βάζει σε λειτουργία το ανάπηρο άτομο με το κεφάλι του και καθορίζει τόσο την κατεύθυνση της κίνησης όσο και την ταχύτητα της καρέκλας. Η κατεύθυνση καθορίζεται από ένα αισθητήριο όργανο που είναι τοποθετημένο σε διαστήματα  $90^{\circ}$  έτσι ώστε το άτομο να μπορεί να διαλέγει μία από τις τέσσερεις κινήσεις μπρος, πίσω, αριστερά και δεξιά. Η ταχύτητα καθορίζεται από την έξοδο ενός άλλου αισθητηρίου οργάνου, που η έξοδός του είναι ανάλογη του μεγέθους της κίνησης του κεφαλιού. Εδώ, ο άνθρωπος είναι μέρος του αντισταθμιστή. Η αυτόματη αναπηρική καρέκλα περιγράφεται με μαθηματικό μοντέλο και μελετάται η ευστάθειά της στο παράδειγμα 6.5.6 του κεφαλαίου 6.

**13. Οικονομικά συστήματα** (σχήμα 1.4.12). Οι έννοιες των κλειστών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου βρίσκουν εφαρμογή και στα οικονομικά συστήματα. Στο σχήμα 1.4.12 δίνεται μία σχηματική περιγραφή του εθνικού εισοδήματος υπό μορφή κλειστού συστήματος. Το σχήμα αυτό βοηθά τον οικονομολόγο στην κατανόηση των διαφόρων παραγόντων που υπεισέρχονται στο κλειστό σύστημα. Ο ρόλος της



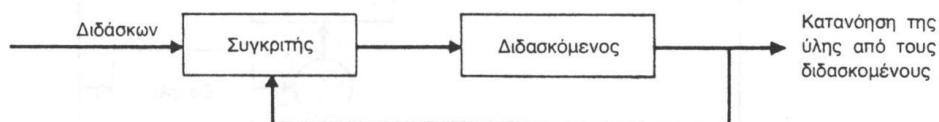
Σχήμα 1.4.12. Σχηματικό διάγραμμα εθνικού εισοδήματος.

κυβέρνησης, των επιχειρήσεων και του καταναλωτή μεταβάλλονται ανάλογα με τον τρόπο διακυβέρνησης της χώρας (π.χ. καπιταλισμός, σοσιαλισμός, κ.λ.π.). Το μαθηματικό μοντέλο καθώς και η συμπεριφορά μιας επιχειρησης δίνεται στο παράδειγμα 4.5.4 του κεφαλαίου 4.

**14. Διδασκαλία** (σχήμα 1.4.13). Η διαδικασία της (σωστής) διδασκαλίας έχει τη δομή ενός κλειστού συστήματος. Πράγματι, αν θεωρήσουμε ως σύστημα τους διδασκομένους, ως εισόδο την ύλη που παρουσιάζει ο διδάσκων και ως έξοδο το βαθμό κατανόησης της ύλης από τους διδασκομένους, τότε η διδασκαλία μπορεί να περιγραφεί με το σχηματικό διάγραμμα του σχήματος 1.4.13. Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι η έξοδος του συστήματος, το κατά πόσο δηλαδή οι διδασκόμενοι κατανόησαν την ύλη, ανατροφοδοτείται στην εισόδο του συστήματος, δηλαδή στο διδάσκοντα. Στη συνέχεια ο διδάσκων αποφασίζει πως θα συνεχίσει τη διδασκαλία και συγκεκριμένα προχωρεί σε επόμενη ύλη, αν οι διδασκόμενοι την κατάλαβαν, ή επαναλαμβάνει την ύλη, σε περίπτωση που δεν την κατάλαβαν. Επομένως η διδασκαλία γίνεται, ή τουλάχιστο θα πρέπει να γίνεται, κατά το πρότυπο ενός κλειστού συστήματος.

**15. Βιολογικά συστήματα.** Οπως ήδη τονίσαμε στο εδάφιο 1.1, οι διάφοροι βιολογικοί οργανισμοί είναι πολυσύνθετα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, όπου ένας τεράστιος αριθμός διεργασιών ρυθμίζεται αυτόμata. Στο κεφάλαιο 6 περιγράφουμε με μαθηματικά μοντέλα και στην συνέχεια μελετάμε τη συμπεριφορά μερικών βιολογικών συστημάτων, όπως είναι το μάτι (παράδειγμα 8.4.2), το αναπνευστικό σύστημα (παράδειγμα 6.4.12) και το σύστημα της ανθρώπινης ομιλίας (παράδειγμα 6.4.13). Επίσης, κατά τον ίδιο τρόπο περιγράφουμε και μελετάμε την οικολογική ισορροπία μεταξύ δύο ειδών ζώων, όπως είναι οι αλεπούδες και οι λαγοί (παράδειγμα 6.4.16).

Κλείνοντας το κεφάλαιο 1 σημειώνουμε και πάλι ότι σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να εισάγουμε τον αναγνώστη στον αυτόματο έλεγχο και να αναδειξουμε το γεγονός ότι ο αυτόματος έλεγχος είναι μία περιοχή της επιστήμης και της τεχνολογίας, η οποία διαδραματίζει σημαντικό ρόλο επωφελεία του ανθρώπου. Πρέπει όμως να τονίσουμε ότι είναι δυνατόν να υπάρξουν και αρνητικές επιπτώσεις



Σχήμα 1.4.13. Σχηματικό διάγραμμα διδασκαλίας.

για τον άνθρωπο από την εφαρμογή του αυτοματισμού. Σαν παράδειγμα αναφέρουμε το εξής: Τα τελευταία χρόνια κατασκευάζονται ρομπότ τα οποία αντικαθιστούν τον άνθρωπο σε εργασίες που είναι επικίνδυνες για την υγεία του ή ακόμα και για τη ζωή του. Ενα τέτοιο επίτευγμα φυσικά, το επικροτούμε όλοι μας. Ομως η χρήση των ρομπότ επεκτείνεται και σε άλλες περιπτώσεις, όπως είναι π.χ. σε ακίνδυνες εργασίες μέσα σε εργοστάσια. Αυτό μάλιστα μπορεί να επεκταθεί σε τέτοιο βαθμό που πολλοί εργαζόμενοι να βρεθούν χωρίς δουλειά με αποτέλεσμα ο αυτόματος έλεγχος (εδώ τα ρομπότ) να προκαλέσει ανεργία, και επομένως σοβαρές αρνητικές επιπτώσεις για μιά μεριδά των εργαζομένων. Σαν δεύτερο παράδειγμα αναφέρουμε την εκτεταμένη εφαρμογή του αυτοματισμού σε οπλικά συστήματα που γίνονται για την αυτοκαταστροφή μας, ενώ τα επιτεύγματα του αυτοματισμού θα μπορούσαν και θα έπρεπε να χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για την πρόοδο και την ειρήνη της ανθρωπότητας. Είναι φανερό, επομένως, ότι χρειάζεται προσεκτική μεθόδευση κατά την αξιοποίηση των εκάστοτε νέων επιτευγμάτων της επιστήμης του αυτομάτου ελέγχου ώστε να χρησιμοποιηθούν επωφελεία όλων των ανθρώπων.

Εχεις τα πινέλα, έχεις τα χρώματα,  
ζωγράφισε τον παράδεισο και μπες μέσα  
*Nikos Kazantzakis*

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

#### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το κεφάλαιο αυτό είναι αφιερωμένο σε μερικά μαθηματικά θέματα που η γνώση τους θεωρείται απαραίτητη για τη μελέτη των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Συγκεκριμένα, το κεφάλαιο 2 αποσκοπεί στο να δημιουργήσει ένα στοιχειώδες μαθηματικό υπόβαθρο σε θέματα όπως είναι τα βασικά σήματα που χρησιμοποιούνται στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, ο μετασχηματισμός Laplace και η θεωρία πινάκων.

#### 2.2 ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΣΗΜΑΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Ορισμένα σήματα έχουν ευρεία εφαρμογή στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, γιατί θα ασχοληθούμε εδώ ειδικά με αυτά. Τα σήματα αυτά είναι οι εξής συναρτήσεις: Η βηματική, η κρουστική, η ημιτονοειδής, η εκθετική, η συνάρτηση πύλης, και η συνάρτηση αναρρίχησης.

##### 2.2.1 Η μοναδιαία βηματική συνάρτηση

Η μοναδιαία βηματική συνάρτηση συμβολίζεται  $u(t-T)$  και ορίζεται ως εξής:

$$u(t-T) = \begin{cases} 1 & \text{για } t>T \\ 0 & \text{για } t<T \\ \text{απροσδιόριστη} & \text{για } t=T \end{cases} \quad (2.2-1)$$

Η γραφική παράσταση της  $u(t-T)$  δίνεται στο σχήμα 2.2.1. Ο όρος **μοναδιαία** προέρχεται από το γεγονός ότι το πλάτος της  $u(t-T)$ , για  $t>T$ , είναι ίσο με τη μονάδα.

Ένα φυσικό παράδειγμα μιάς μοναδιαίας βηματικής συνάρτησης είναι ο