Feigenbaum2

August 7, 2023

1 Feigenbaum-Diagramm mit Lyapunov-Exponenten

Zuerst importieren wir die benötigten Pakete Numpy und die Matplotlib

[ ]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# %matplotlib inline
```

Dann implementieren wir die logistische Funktion

[ ]:
```
def logistic(r, x):
    return r*x*(1-x)
```

Zur Berechnung der Funktion wird ein Array mit 10.000 Werten implementiert, die zwischen 2,5 und 4 gleichverteilt sind:

[ ]:
```
n = 10000
r = np.linspace(2.5, 4.0, n)
```

Das Programm soll 1.000 Iterationen der logistischen Gleichung durchlaufen und die letzten 100 sollen für das Bifurkations-Diagramm genutzt werden.

[ ]:
```
iterations = 1000
last = 100
```

Wir initialisieren das System mit $x_0 = 0.00001$:

[ ]:
```
x = 1e-5 * np.ones(n)
```

Zur Berechnung des Lyanpunov-Exponenten initialisieren wir als erstes den `lyapunov`-Vektor:

[ ]:
```
lyapunov = np.zeros(n)
```

Und nun noch die Plots ein wenig aufhübschen:

[ ]:
```
plt.style.use("ggplot")
```

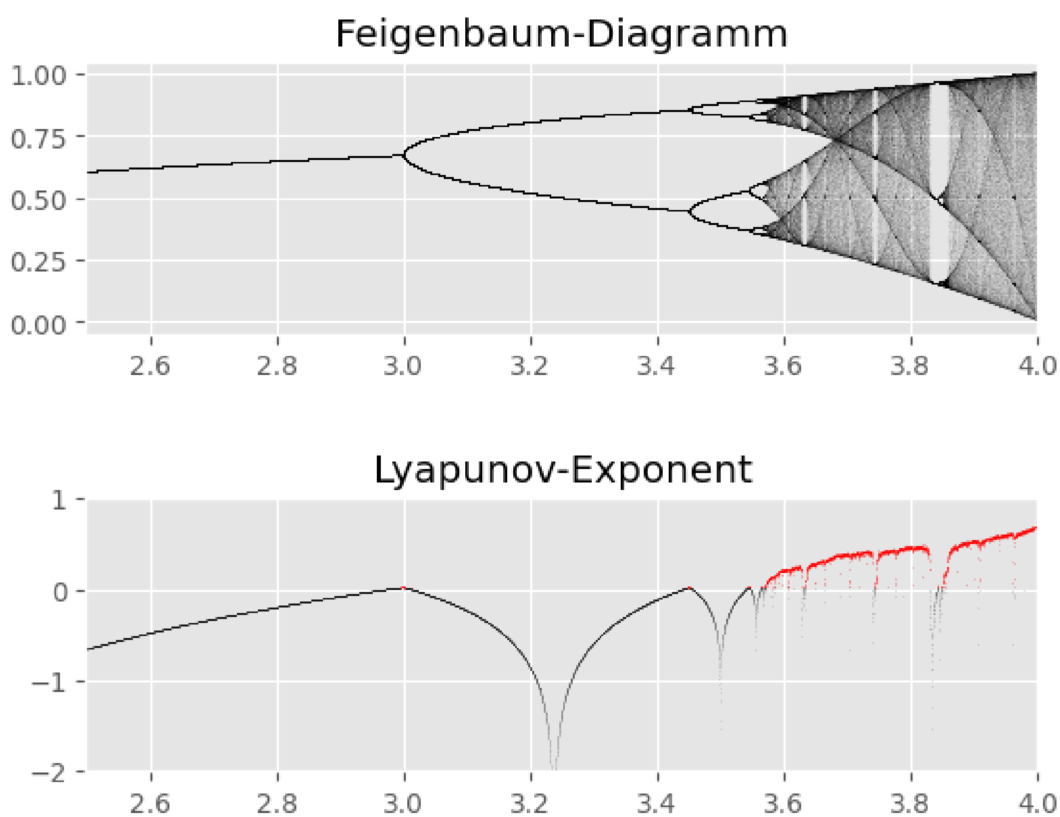
Nun folgt das eigentliche Programm:

[ ]:
```python
plt.subplots_adjust(hspace = 0.6)

plt.subplot(211)
for i in range(iterations):
    x = logistic(r, x)
    lyapunov += np.log(abs(r - 2*r*x))
    if i >= (iterations - last):
        plt.plot(r, x, ", k", alpha = 0.02)
plt.xlim(2.5, 4)
plt.title("Feigenbaum-Diagramm")

plt.subplot(212)
plt.plot(r[lyapunov < 0], lyapunov[lyapunov < 0]/iterations, ",k", alpha = 0.1)
plt.plot(r[lyapunov >= 0], lyapunov[lyapunov >= 0] / iterations, ",r", alpha =
 ↪0.25)
plt.xlim(2.5, 4.0)
plt.ylim(-2, 1)
plt.title("Lyapunov-Exponent")
```

[ ]: Text(0.5, 1.0, 'Lyapunov-Exponent')



Wir sehen einen Fixpunkt bei `r < 3.0` und der Lyapunov-Exponent ist positiv (hier in rot markiert), wenn das System chaotisch wird.

[ ]:
```
print("I did it, Babe!")
```

```
I did it, Babe!
```