

4 体 (中心 1 点 + 周上 3 点) 構成における Lennard-Jones 系の安定性解析

コロキウム / 2025-10-09

発表者: 金地亮弥

今日のトピック

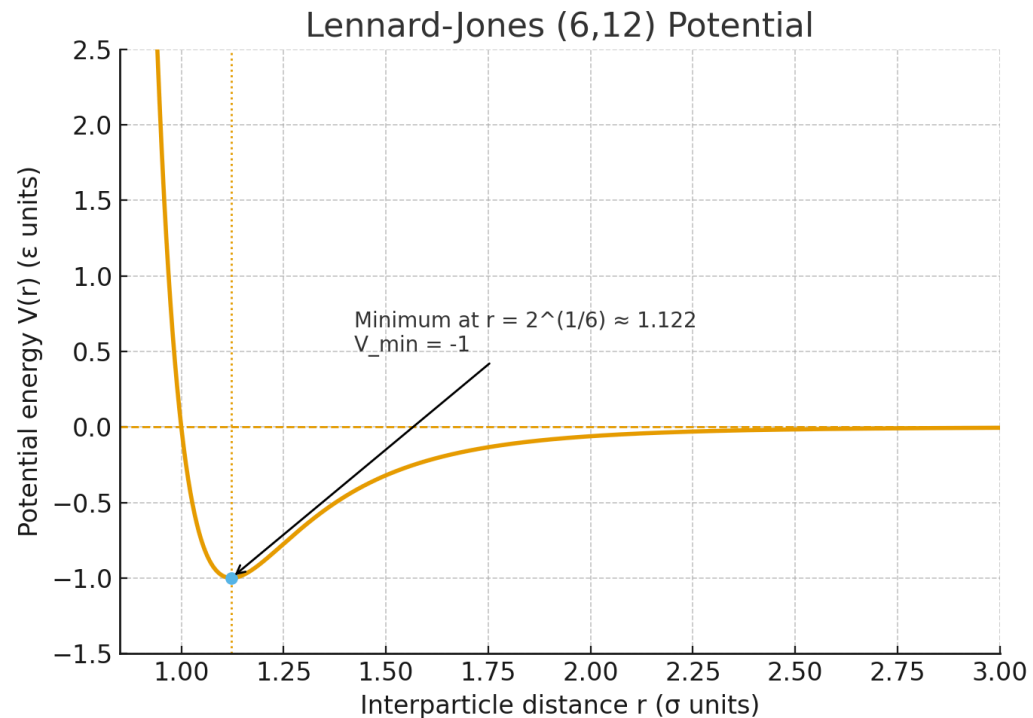
- 先行研究と本研究の位置づけ
- 正三角形＋中心構成の静的解析
- 数値シミュレーション設計と計測指標
- 初期構造スケールと崩壊時間の関係
- まとめと今後の課題

背景: Lennard-Jones 系と安定化

- LJ ポテンシャル: $V(d) = 4[(1/d)^{12} - (1/d)^6]$ により粒子間に引力・斥力が共存
- 一直線 3 体 (等間隔) 系では基準振動励起により配置が長時間維持できると報告 [1]
- 3 体系では 1 本の不安定方向と 2 本の安定振動モードが共存
(reports/linear_three_body_modes.md)
- 4 体 (正三角形 + 中心) 系にも類似の安定化メカニズムがあるのかを検証

LJ ポテンシャルのスケール感

- 最小値は $d = 2^{1/6} \approx 1.122$
- 半径や辺長をこのスケール周辺に調整することで安定性が変化
- 面内と面外の擾乱が異なる曲率を持つ点に注意



直線 3 体系の線形解析 (復習)

モード種別	λ	特徴
不安定	-0.22	面外へ曲がるモードで指数発散
安定 (2 本)	$58.2, 176.1$	伸縮・呼吸の実振動モード
ゼロ (3 本)	≈ 0	並進・回転対称性

- 先行研究 [1] は安定モードへの励起で直線維持を実現
- 4 体系における不安定方向が何かを特定することが第一歩

4 体系の幾何と平衡半径

- 正三角形の外周粒子間距離: $s = \sqrt{3} r$
- 全ポテンシャル: $U(r) = 3V(r) + 3V(\sqrt{3} r)$
- 平衡条件 $U'(r) = 0$ から

$$r^{*6} = \frac{2(1 + 1/3^6)}{1 + 1/3^3} = \frac{365}{189}, \quad r^* \approx 1.116$$

- 2 体最適距離よりわずかに短く、中心との引力が平衡距離を縮める

4 体系の正規モード解析

モード種別	λ	物理像
不安定 (1)	-1.42	中心と周辺が逆符号で面外「傘状」に変形
不安定 (2)	-1.39	正三角形が面内でひし形へ崩壊 (縮退 2 重)
安定 (1)	62.1	面内同相の呼吸モード
安定 (2)	160.7	中心が面内で振れ、外周が追随 (縮退 2 重)
ゼロ (6)	≈ 0	並進 3、回転 3

- 平衡点は 3 本の不安定方向を持つ **鞍点**
- 面外変形の曲率が最も負で、中心粒子が抜けやすい

シミュレーション設定

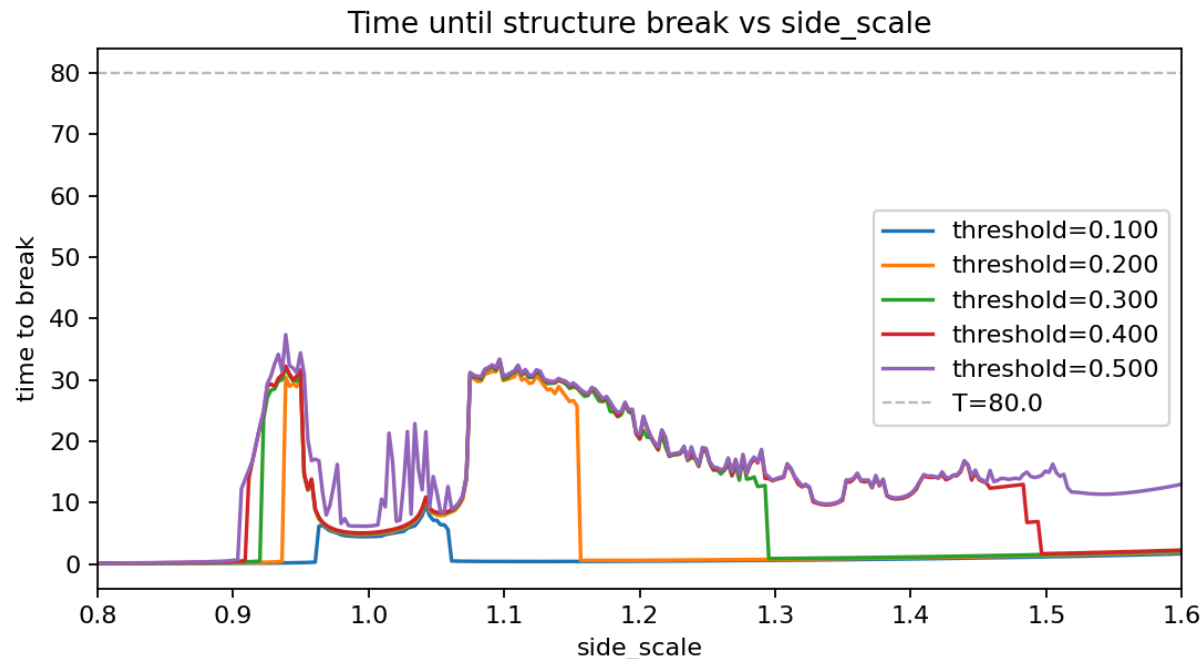
- 運動方程式: 等質量 4 粒子、LJ 相互作用のみ
- 初期配置: 周辺 3 粒子を正三角形 (中心原点)、中心粒子を $z_0 = 0.02$ にシフト
- 初期速度: 0
- 数値積分: 4 次シンプレクティック法、時間刻み $\Delta t = 0.002$, 追跡時間 $T = 80$
- 構造崩壊判定: 相対距離変化がしきい値 δ を超える最初の時刻

パラメータ掃引と評価指標

- `side_scale` : 正三角形の中心から頂点までの距離をスケール (0.8~1.6, 295 点)
- 閾値 $\delta = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ を設定し崩壊時間を記録
- 各ケースで最大相対距離変化と崩壊ペアをログ
(`reports/side_scale_break.csv`)
- 判定不能 (崩壊なし) の場合は $t = T$ で打ち切り

結果: `side_scale` と崩壊時間

- `side_scale` $\approx 0.92\text{--}0.95$ と $1.08\text{--}1.18$ に緩い安定化領域
- 厳しい閾値 ($\delta \leq 0.2$) では同領域でも即座に崩壊
- `side_scale` > 1.3 では全閾値で寿命が急減 (中心が面外に脱出)
- `side_scale` < 0.9 では初期条件が過度に圧縮され瞬時崩壊



考察

- 面外不安定モードが支配的: `side_scale` 拡張で中心が傘状モードに沿って離脱
- 面内不安定モードは許容変形が緩いときのみ長寿命化を許す
- 3 体系の「不安定方向を振動で抑える」手法を適用するには、面外モードの励起・制御戦略が鍵
- 線形解析と数値結果は、不安定方向の符号と形状が一致

今後のステップ案

- 面外方向に対する励起 (中心粒子へ初期速度付与) の効果検証
- `v_b` や `z_0` を掃引し安定領域の 2 次元マップを作成
- ゼロモードを除いた部分空間でのポテンシャル三次項評価 (非線形成長の源探索)
- 長時間安定化を狙った制御 (例: フィードバック型振幅調整) の検討

参考文献

- [1] Y. Y. Yamaguchi, T. Hirayama, S. Ogawa, and S. A. M. Salavati, *Phys. Rev. E* **105**, 064201 (2022).
- 追加情報: PhysRevE.111.024204.pdf (references フォルダ)
- 本発表の詳細計算: reports/linear_three_body_modes.md, reports/r_star_center_mass1.md, reports/side_scale_break.md