

Лабораторная работа №3

Модель Ланчестера

Морозов М. Е. -

24 февраля 2024

Вводная часть

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Цели

Построить математическую модель для боевых действий по условиям.

Задачи

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 66 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 77 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками 2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Материалы и методы

Язык программирования:

Julia, OpenModelica

Библиотеки:

OrdinaryDiffEq, Plots

Выполнение лабораторной работы

Первый случай

Модель боевых действий между регулярными войсками

Зададим коэффициент смертности, не связанных с боевыми действиями у первой армии 0,35, у второй 0,14. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,49 и 0,79 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin(t + 1) + 2$

А подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos(t + 2) + 1$.

Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y :

$$\frac{dx}{dt} = -0,35x(t) - 0,79y(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -0,49x(t) - 0,14y(t) + Q(t)$$

Зададим начальные условия: $x_0=66000$ $y_0=77000$

Второй случай

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Зададим коэффициент смертности, не связанных с боевыми действиями у первой армии 0,258, у второй 0,31. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,46 и 0,67 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin(2t) + 1$

А подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos(t) + 1$.

Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y :

$$\frac{dx}{dt} = -0,258x(t) - 0,67y(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -0,46x(t) - 0,31y(t) + Q(t)$$

Зададим начальные условия: $x_0=66000$ $y_0=77000$

И далее построим численное решение задачи для двух случаев.

Построение графиков изменения численности войск

Построим графики изменения численности войск.

В результате получим следующие графики (рис. @fig:001, @fig:002).

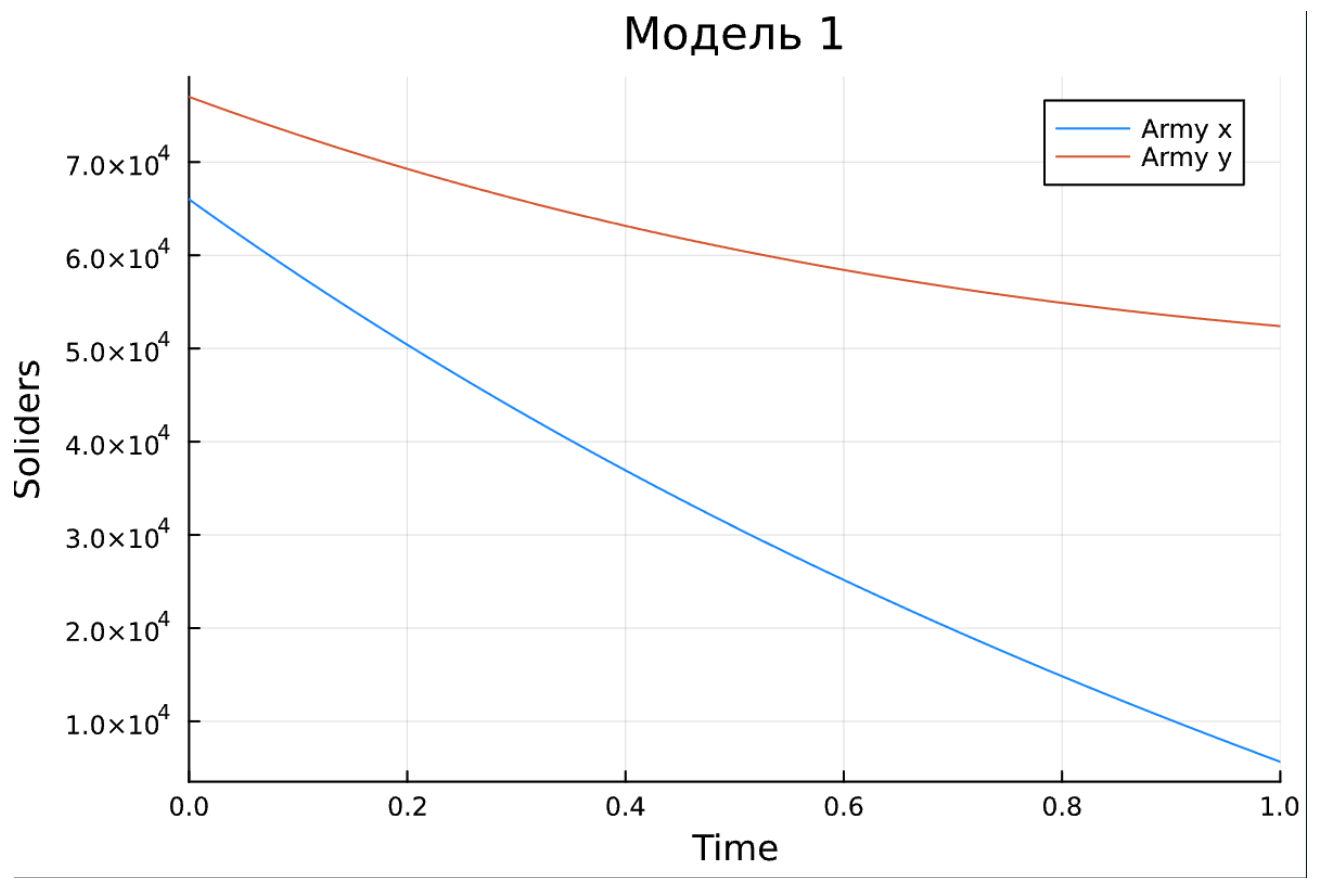


График численности армии для сл. 1

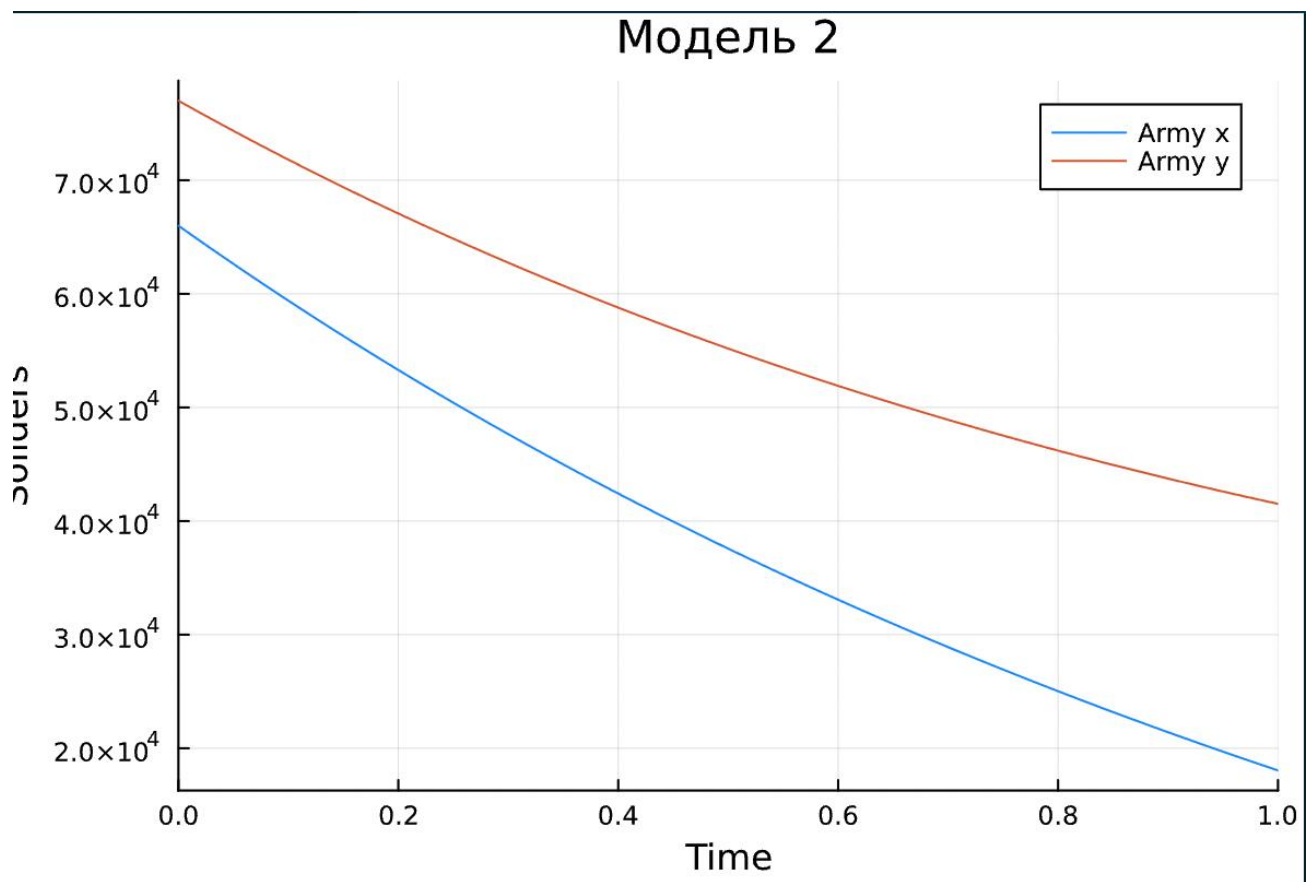


График численности армии для сл. 2

##Код в OpenModelica Также построим эти графики в OpenModelica.

В результате получим следующие графики (рис. @fig:003, @fig:004).

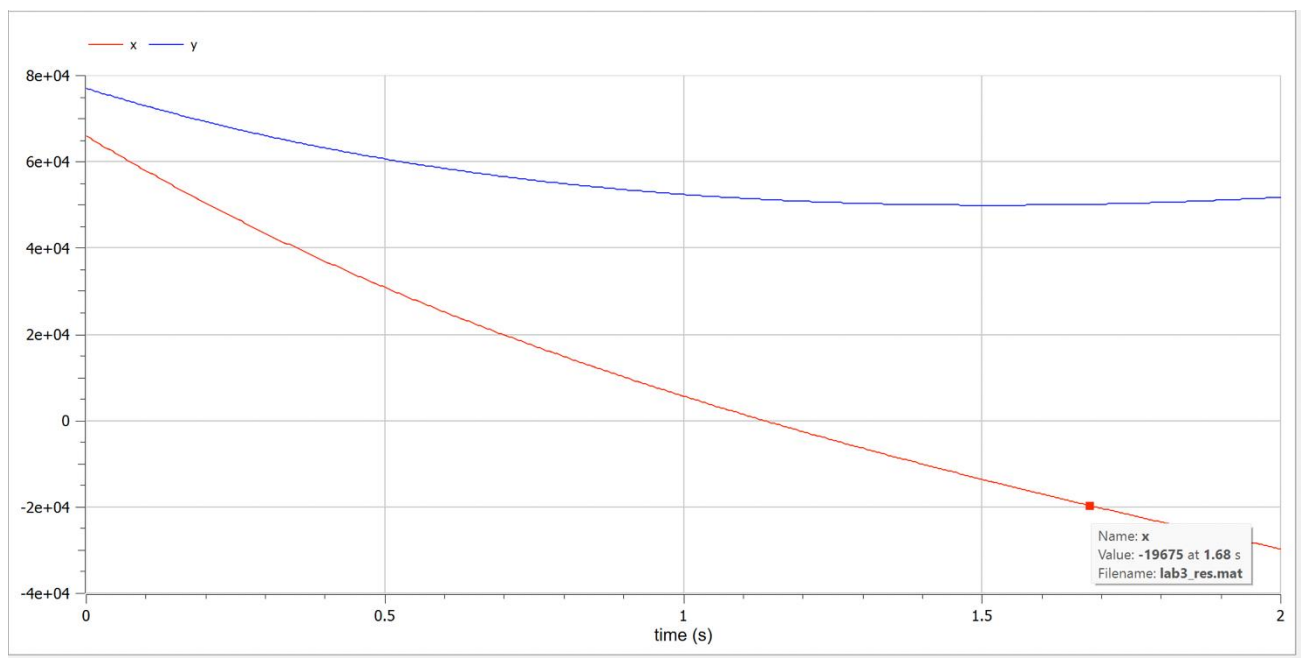


График численности армии для сл. 1

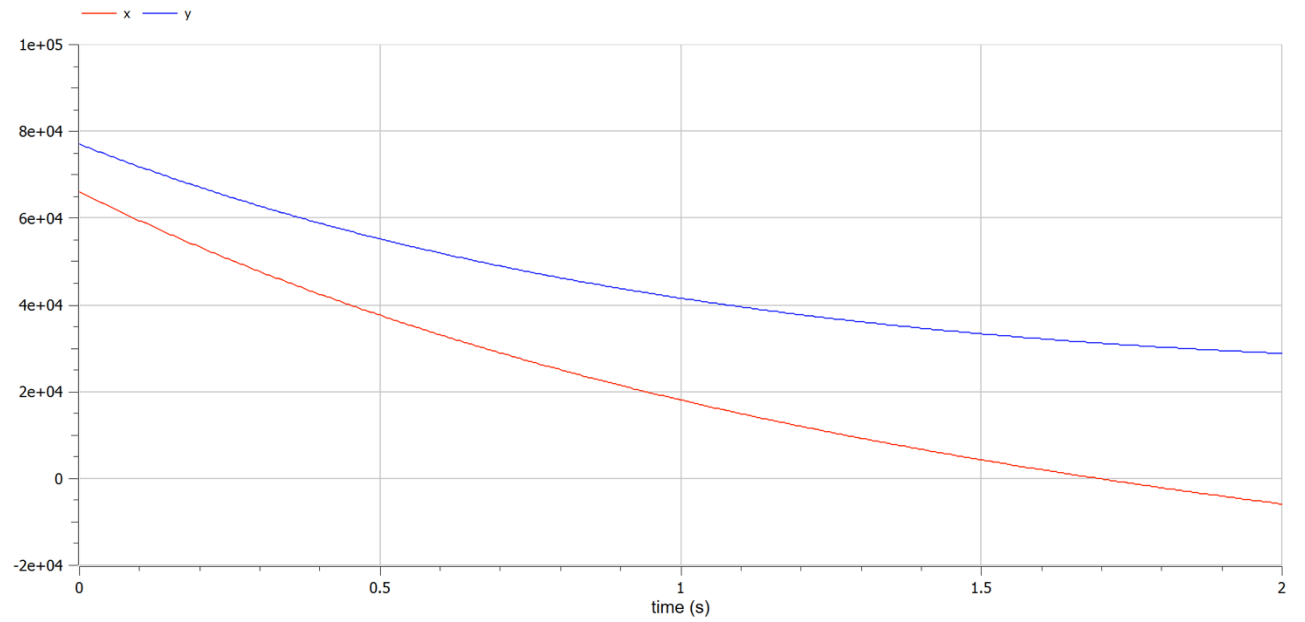


График численности армии для сл. 2

Выводы В двух случаях побеждает армия у.

Мы узнали как строить начальную аналитическую модель для модели боевых действий. Для этого использовали Julia и Openmodelica. Сделали выводы опираясь на графики описанные в этих приложениях.

Список литературы

1. Законы_Осипова — Ланчестера. [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Законы_Осипова_—_Ланчестера. :::