Лабораторная работа №3

Модель Ланчестера.

Морозов Михаил Евгеньевич

Содержание

Цель работы

Построить математическую модель для боевых действий по условиям.

Задание

Вариант 61

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 66 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 77 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками 2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)\ \frac{dx}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$

Теоретическое введение

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Выполнение лабораторной работы

Теоретическое решение

Будем расписывать решение задачи для двух случаев.

Первый случай

Модель боевых действий между регулярными войсками

Зададим коэффициент смертности, не связанных с боевыми действиями у первой армии 0,35, у второй 0,14. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,49 и 0,79 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = sin(t+1) + 2$

А подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = cos(t+2) + 1$.

Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

$\frac{dx}{dt} = -0{,}35x(t) - 0{,}79y(t) + P(t)$ $\frac{dx}{dt} = -0{,}49x(t) - 0{,}14y(t) + Q(t)$

Зададим начальные условия: x0=66000 y0=77000

Второй случай

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Зададим коэффициент смертности, не связанных с боевыми действиями у первой армии 0,258, у второй 0,31. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,46 и 0,67 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии,$P(t) = sin(2t) + 1$

А подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = cos(t) + 1$.

Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

$\frac{dx}{dt} = -0{,}258x(t) - 0{,}67y(t) + P(t)$ $\frac{dx}{dt} = -0{,}46x(t) - 0{,}31y(t) + Q(t)$

Зададим начальные условия: x0=66000 y0=77000

И далее построим численное решение задачи для двух случаев.

Построение графиков изменения численности войск

Построим графики изменения численности войск. Далее приведён код на языке Julia, решающий задачу:

```
using Plots
using OrdinaryDiffEq
x0 = 66000
y0 = 77000
p1 = [0.35,0.79,0.49,0.14]
tspan = (0,1)
function f1(u,p,t)
    x,y = u
    a,b,c,h = p
    dx = -a*x-b*y + sin(t+1)+2
    dy = -c*x-h*y + cos(t+2)+1
    return[dx,dy]
end
##первый случай
prob1 = ODEProblem(f1,[x0,y0],tspan,p1)
sol1 = solve(prob1,Tsit5())
plot(sol1,title = "Модель 1",
    label = ["Army x" "Army y"],xaxis = "Time", yaxis="Soliders"
)
##второй случай
p2 = [0.258,0.67,0.46,0.31]
function f2(u,p,t)
    x,y = u
    a,b,c,h = p
    dx = -a*x-b*y + sin(2t)+1
    dy = -c*x-h*y + cos(t)+1
    return[dx,dy]
end
prob2 = ODEProblem(f2,[x0,y0],tspan,p2)
sol2 = solve(prob2,Tsit5())
plot(sol2,title = "Модель 2",
    label = ["Army x" "Army y"],xaxis = "Time", yaxis="Soliders"
)
```

В результате получим следующие графики (рис. @fig:001, @fig:002).

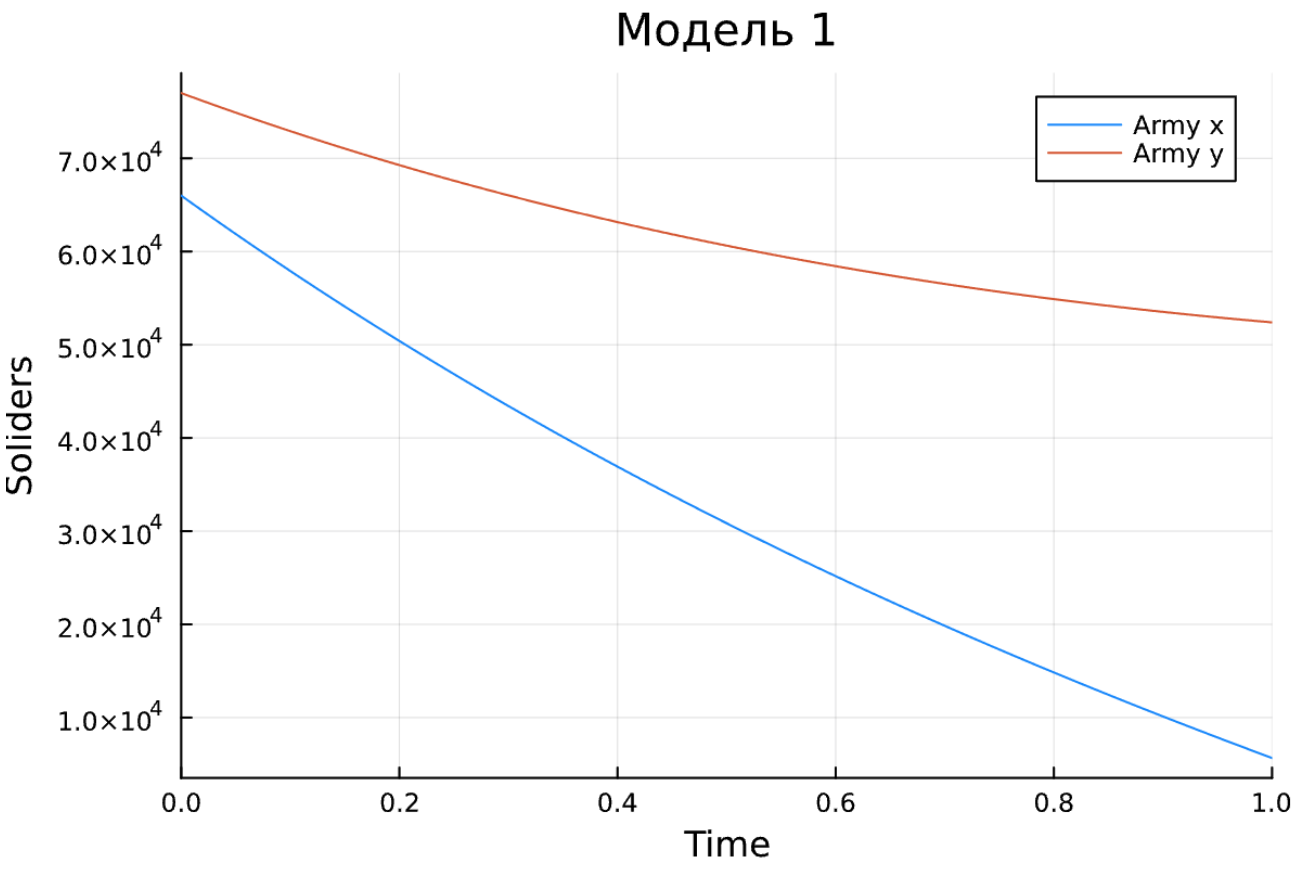

График численности армии для сл. 1

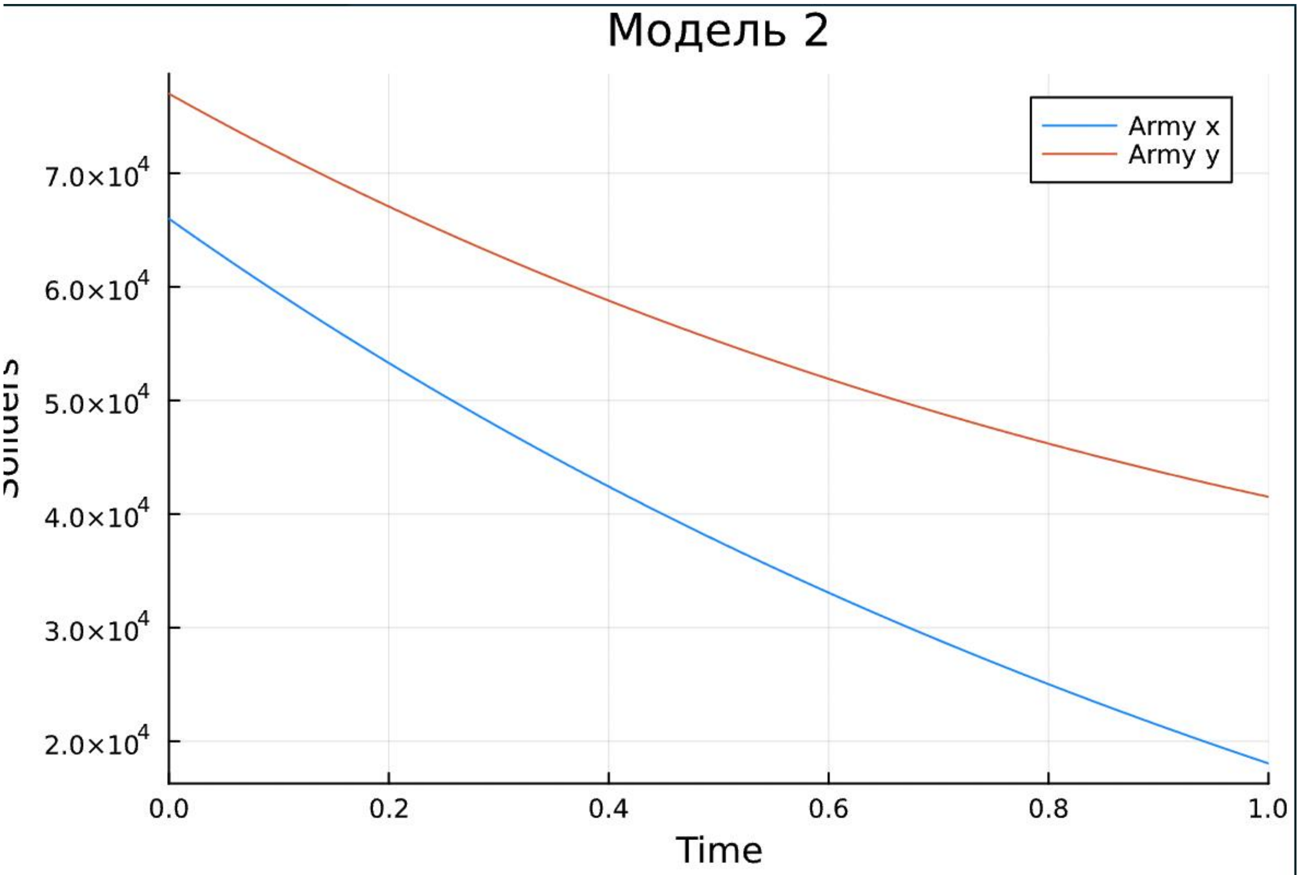

График численности армии для сл. 2

##Код в OpenModelica Также построим эти графики в OpenModelica.

Для первого случая

```
model lab3
Real x(start=66000);
Real y(start=77000);
Real p;
Real q;

parameter Real a=0.35;
parameter Real b=0.79;
parameter Real c=0.49;
parameter Real h=0.14;

equation
  der(x) = -a*x-b*y + p;
  der(y) = -c*x-h*y + q;
  p = sin(time+1)+2;
  q = cos(time+2)+1;
end lab3;
```

Для второго случая

```
model lab3
Real p;
Real q;
Real x(start=66000);
Real y(start=77000);

parameter Real a=0.258;
parameter Real b=0.67;
parameter Real c=0.46;
parameter Real h=0.31;


equation
  der(x) = -a*x-b*y + p;
  der(y) = -c*x-h*y + q;
  p = sin(2*time)+1;
  q = cos(time)+1;
end lab3;
```

В результате получим следующие графики (рис. @fig:003, @fig:004).

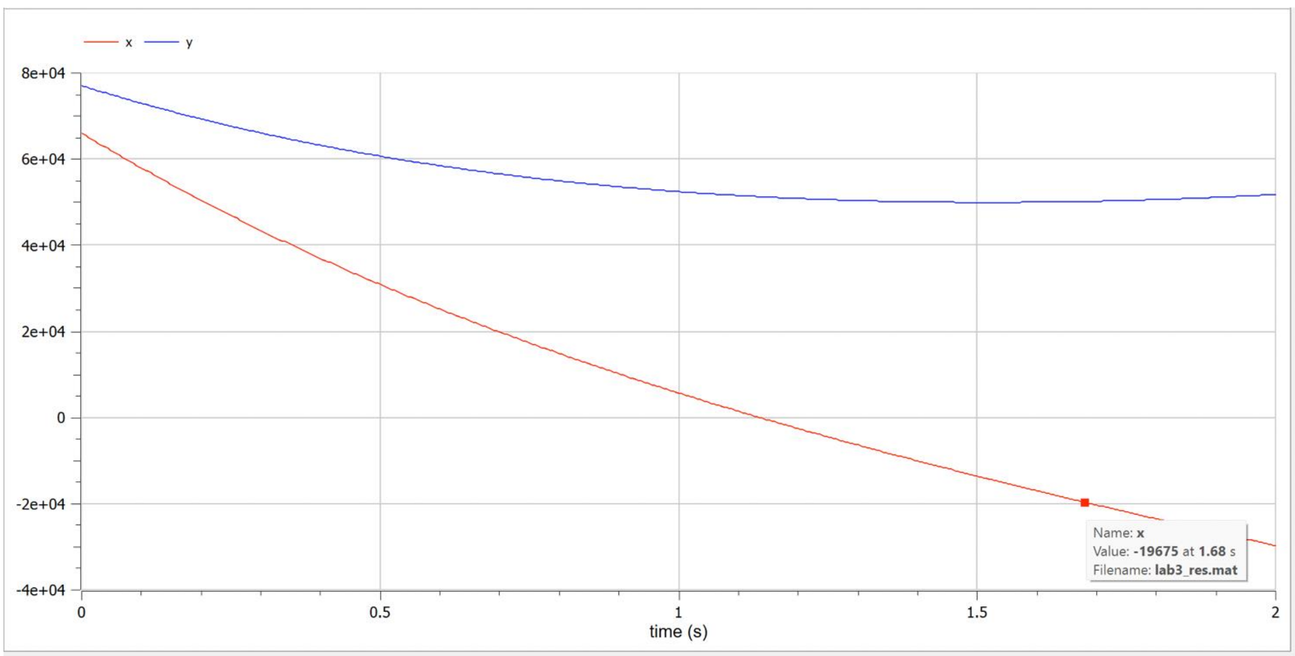

График численности армии для сл. 1

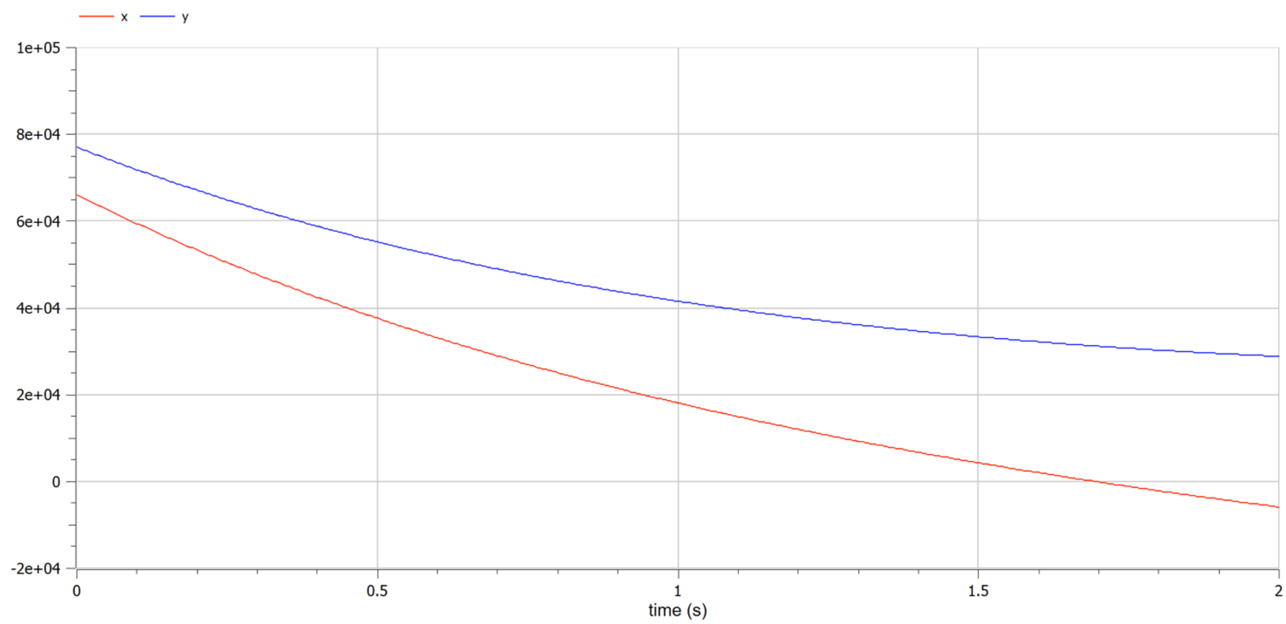

График численности армии для сл. 2

Выводы

В двух случаях побеждает армия y. Мы узнали как строить начальную аналитическую модель для модели боевых действий. Для этого использовали Julia и Openmodelica. Сделали выводы опираясь на графики описаные в этих приложениях.

Список литературы

1. Законы_Осипова — Ланчестера. [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Законы_Осипова_—_Ланчестера. :::