Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Морозов Михаил Евгеньевич

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc159095110)

[Задание 1](#_Toc159095111)

[Теоретическое введение 1](#_Toc159095112)

[Выполнение лабораторной работы 2](#_Toc159095113)

[Вывод уравнения 2](#_Toc159095114)

[Поиск точки пересечения 4](#_Toc159095115)

[Построение траектории 4](#_Toc159095116)

[Список литературы 6](#_Toc159095117)

# Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска.

# Задание

Вариант 61

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 20,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,5 раза больше скорости браконьерской лодки. Пункты: 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки .

Рассмотрим задачу о погоне катера охраны за лодкой браконьеров. Лодка плывет по прямой линии со скоростью . Катер начинает преследовать лодку со скоростью , известно во сколько раз больше . Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

# Выполнение лабораторной работы

## Вывод уравнения

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за , - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,() - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров () (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение.

Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянииx от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ).

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда расстояние можно найти из следующего уравнения:

Мы нашли два значения и , для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , .

Так:

Решение задачи сводится к решению системы:

С начальными условиями для первого случая:

Или для второго:

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## Поиск точки пересечения

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого нам нужно аналитическое решение дифф. ур., задающего траекторию движения катера.

Мы будем предпологать, что угол, под которым двигается лодка, будет . Так как уравнение прямой задано через тангенс, а тангенс этого угла отрицательный, то для 1 случая подставим угол , а для 2 -

В результате получим, что точки пересечения равны - при условии (1) и при условии (2).

## Построение траектории

Построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев. Далее приведён код на языке Julia, решающий задачу:

using Plots #подключаем необходимые библеотеки  
using OrdinaryDiffEq #подключаем необходимые библеотеки  
s = 20.5 #раст от лодки охраны до катера  
fi = 3\*pi/4  
tetha1 = (0.0,2\*pi)  
tetha2 = (-pi,pi)  
  
  
sl\_1 = 2s/13 #нач услов в 1 случае  
sl\_2 = 2s/9 #нач услов во 2 случае  
f(u,p,t) = u/sqrt(29.25) #функция движения катера береговой охраны  
f2(t) = tan(fi)\*t #функция движения лодки   
  
#решение задачи в случ 1  
sl1=ODEProblem(f, sl\_1, tetha1)  
sol1 = solve(sl1, Tsit5(), saveat=0.01)   
  
#решение задачи в случ 2  
sl2=ODEProblem(f, sl\_2, tetha2)  
sol2 = solve(sl2, Tsit5(), saveat=0.01)   
  
  
#точка пересечения для первого случая  
t = 0:0.01:15  
solution1(t) = (sl\_1)\*exp(1/sqrt(29.25)\*t)   
intersection\_r1 = solution1(7\*pi/4)   
  
#построение графика для первого случая  
#график движения катера  
plot(sol1.t, sol1.u,  
proj=:polar,  
lims=(0,13)  
)  
#график движения лодки  
plot!(fill(fi,length(t)), f2.(t))  
  
  
  
#точка пересечения для второго случая  
solution2(t) = (sl\_2)\*exp(5\*pi\*sqrt(299)/299)\*exp(1/sqrt(29.25)\*t)   
intersection\_r2 = solution2(-pi/4)  
  
#построение графика для второго случая  
#график движения катера  
plot(sol2.t, sol2.u,  
proj=:polar,  
lims=(0,13)  
)  
#график движения лодки  
plot!(fill(fi,length(t)), f2.(t))

В результате получим следующие графики (рис. @fig:001, @fig:002, @fig:003). И следующие точки пересения.

Изображение выглядит как снимок экрана, диаграмма, текст, круг

Автоматически созданное описание

График движения для сл. 1

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, число

Автоматически созданное описание

График движения для сл. 2

Точки пересечения равны - при условии (1) и при условии (2). # Код выполнения этой лаб работы в VSCode

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, компьютер, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

# Выводы

Построили математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска. Нарисовали графики движения для двух случаев и нашли точки пересечения , согласно методическому материалу.

# Список литературы

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Git. :::