
TP interpolation polynomiale

1. Implémenter la fonction PolyLagrange qui prend comme argument une liste X qui contient les points x_k , un point x et un indice i et retourne l'image de x par le i -ième polynôme de Lagrange ($L_i(x)$).
2. En utilisant la fonction PolyLagrange implémenter la fonction InterpLagrange qui prend comme argument une liste X qui contient les points x_k , une fonction f et un point x et retourne l'image de x par le polynôme d'interpolation de Lagrange de f .
3. Application: Considerons la fonction $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ et P_n son polynôme d'interpolation de Lagrange en n points équi-répartis dans $[a, b]$.
Tracer dans la même figure la courbe de la fonction f la courbe de la fonction polynomiale P_n ainsi que les points d'interpolations dans les cas suivants:
 - (a) $f = \sin$, $a = 0$, $b = 2\pi$, $n = 3, 10, 20$
 - (b) $f = \exp$, $a = -10$, $b = 10$, $n = 3, 10, 20$
4. Considérons maintenant la fonction $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
Tracer dans la même figure la courbe de la fonction f , la courbe de la fonction polynomiale P_n ainsi que les points d'interpolations dans les deux cas suivants:
 - (a) Des points équi-répartis et $n = 3, 10, 20$.
 - i. Décrire ce que vous observez ?
 - ii. Donner une explication ?
 - (b) Les abscisses de Tchebychev $x_k = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2k+1}{n+1} \frac{\pi}{2}\right)$, $k = 0, \dots, n$ et $n = 3, 10, 20$.
 - i. Donner une explication du résultat ?
 - ii. Conclure ?