Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Кафедра «Компьютерная безопасность»

ОТЧЕТ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

по дисциплине

«Языки программирования»

Работу выполнил студент группы СКБ-203		К.А. Павкин
erjaent rpjimst ettb 200	подпись, дата	
Работу проверил		С.А. Булгаков
-	подпись, дата	

Содержание

Π	остан	новка задачи	2	
1	Алі	горитм решения задачи	3	
	1.1	Динамический массив	4	
		1.1.1 Стек	5	
	1.2	Односвязный список	6	
	1.3	Циклическая очередь	7	
	1.4	Бинарное дерево		
	Получение исполняемых модулей			
3		тирование	11	
	3.1	Прецеденты класса array		
	3.2	Прецеденты класса stack	11	
	3.3	Прецеденты класса list	11	
	3.4	Прецеденты класса queue	11	
	3.5	Прецеденты класса tree	11	
П	рило	кинэжо	12	

«Контейнер»

Разработать программу на языке Cu++ (ISO/IEC 14882:2014), демонстрирующую решение поставленной задачи.

Постановка задачи

Разработать класс ADT и унаследовать от него классы, разработанные в рамках лабораторной работы 1.

Разработать набор классов, объекты которых реализуют типы данных, указанные ниже. Для этих классов разработать необходимые конструкторы, деструктор, конструктор копирования. Разработать операции: добавления/удаления элемента (уточнено в задаче); получения количества элементов; доступа к элементу (перегрузить оператор []). При ошибках запускать исключение.

В главной функции разместить тесты, разработанные с использованием библиотеки GoogleTest.

Задачи

- 1. Динамический массив указателей на объекты ADT. Размерность массива указателей увеличивается в момент его переполнения. Начальная размерность задается как параметр конструктора, значение по умолчанию 0. Добавление/удаление элемента в произвольное место.
- 2. Стек, представленный динамическим массивом указателей на хранимые объекты ADT. Размерность стека увеличивается в момент его переполнения. Начальная размерность задается как параметр конструктора, значение по умолчанию 0. Добавление/удаление элемента в начало и в конец.
- 3. Односвязный список, содержащий указатели на объекты ADT. Добавление/удаление элемента в произвольное место.
- 4. Циклическая очередь, представленная динамическим массивом указателей на хранимые объекты ADT. Добавление/удаление элемента в произвольное место.
- 5. Двоичное дерево, содержащее указатели на объекты ADT. Добавление/удаление элемента в произвольное место.

1 Алгоритм решения задачи

В процессе анализа предметной области были выявлены основные алгоритмы, необходимые для реализации всеобъемлющей, асимптотически эффективной и отлаженной программы для решения поставленной задачи.

На рисунке 1 представлена диаграмма классов, демонстрирующая формат хранения данных и зависимости между классами. В целях сужения диаграммы без ущерба логике и смыслу были опущены закрытые служебные методы.

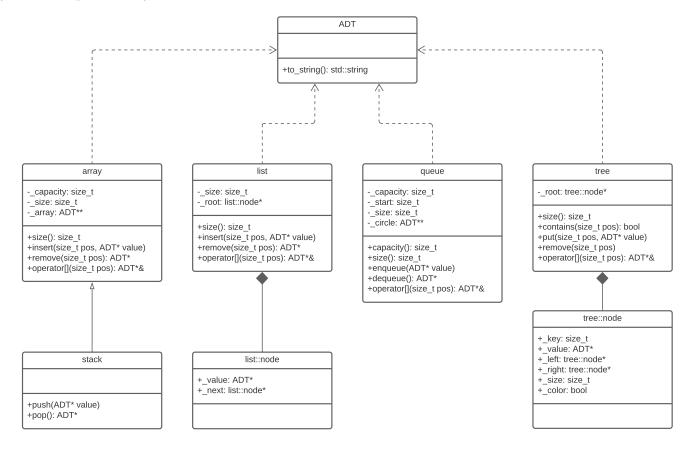


Рис. 1: Диаграмма классов

1.1 Динамический массив

В каноническом смысле, динамическим массивом называется контейнер, обладающий свойством расширяться и сжиматься в зависимости от количества заполненных элементов в нем. При этом размерность (capacity) — фактически занимаемая массивом память — не превышает 2*size, где size — количество непустых элементов в контейнере. Такой подход позволяет добиться приемлимых затрат памяти при работе с неизвестным количеством входных данных. Основные методы для работы с динамическим массивом и их асимптотическая сложность приведены в таблице 1.

Таблица 1: Методы класса array

Название	Описание	Сложность
insert	Вставка элемента в произвольное место	O(size)
remove Удаление элемента из произвольного места		O(size)
operator[]	Полулчение произвольного элемента	O(1)

Здесь время вставки занимает в худшем случае size операций, т. е. пропорционально количеству непустых элементов. Однако, для случая вставки элемента в конец массива асимптотика будет несколько иная — $\Omega(1)$. Так происходит потому, что операция вставки, при достижении конца контейнера, сопровождается выполнением закрытой процедуры resize (листинг 1), которая увеличивает его размерность вдвое.

Листинг 1: Процедура resize

```
void array::resize(size_t capacity)
{
    ADT** array = new ADT*[capacity];
    std::copy(_array, _array + std::min(_capacity, capacity), array);
    delete[] _array;
    _array = new ADT*[capacity];
    std::copy(array, array + capacity, _array);
    delete[] array;
    _capacity = capacity;
}
```

Аналогичным образом, при удалении элемента может вызываться процедура **resize** в целях сужения массива, только уже втрое. Это позволяет исключить ситуации с пороговым значением, при котором попеременные вставка и удаление элементов будут давать наихудшую производительность.

Полный код заголовочных файлов и файлов реализации динамического массива приведены в приложении А.

1.1.1 Стек

Стек, будучи наследуюемым от динамического массива, имеет ту же асимптотическую сложность и те же тонкости работы с ним. Главное различие заключается в том, что операции вставки/удаления элементов стека ограничены лишь концом (по условию задачи и началом) контейнера. Отрывок из файла реализации стека приведен в листинге 2.

Листинг 2: Файл реализации стека

```
stack::stack(size_t capacity)
: array(capacity)
{
}
size_t stack::size() const
{
        return array::size();
}
void stack::push(ADT* value)
        array::insert(size(), value);
}
ADT* stack::pop()
{
        return array::remove(size() - 1);
}
ADT*& stack::operator[](size_t pos)
{
        return array::operator[](pos);
}
```

Полный код заголовочных файлов и файлов реализации стека приведены в приложении Б.

1.2 Односвязный список

В отличие от динамического массива, односвязный список занимает константное время для операций вставки/удаления элемента из начала или конца контейнера (в зависимости от реализации) при любых условиях. Это становится возможным благодаря устройству односвязного списка, при котором среди закрытых переменных хранится «корень» — первый или последний элемент контейнера, в котором, помимо значения, находится также ссылка на следующий (предыдущий) элемент. В листинге 3 показан отрывок заголовочного файла для описания односвязного списка.

Листинг 3: Отрывок заголовочного файла для описания односвязного списка

```
class list {
    struct node {
        ADT* _value;
        node* _next;

        node(ADT*, node* = nullptr);
    };

    size_t _size;
    node* _root;

// ...
};
```

Вставка/удаление элемента из односвязного списка происходит несколько быстрее, нежели аналогичное действие в динамическом массиве, поскольку отсутствуют издержки для заполнения и копирования контейнера. Однако, асимптотическая сложность остается прежней — O(size). При больших объемах данных односвязный список также выигрывает у динамического массива, поскольку первый занимает место, пропорциональное количеству элементов в нем.

Основным недостатком данной реализации является время, необходимое для доступа к элементу контейнера по индексу, ведь для этого необходимо пройти все узлы вплоть до получаемого элемента.

Полный код заголовочных файлов и файлов реализации односвязного списка приведены в приложении В.

1.3 Циклическая очередь

Будучи контейнером с константной размерностью, циклическая очередь не обеспечивает динамического расширения или сужения. Её основное преимущество заключается в том, что все операции, по определению свойственные этому типу данных, занимают константное время. Для обеспечения подобной функциональности достаточно поддерживать обычный массив, а также индексы начала и конца отрезка хранящихся в нем элементов. В листинге 4 показан отрывок заголовочного файла для описания циклической очереди.

Листинг 4: Отрывок заголовочного файла для описания циклической очереди

```
class queue {
          size_t _capacity, _start, _size;
          ADT** _circle;

          // ...
};
```

Можно заметить, что в представленной реализации вместо индекса, служащего обозначением конца очереди, используется переменная size. Такой подход позволяет делать внутренние проверки без лишних вычислений. Для получения конечной позиции заполненного отрезка достаточно взять остаток от деления суммы стартовой позиции start и количества элементов контейнера size.

Полный код заголовочных файлов и файлов реализации односвязного списка приведены в приложении Γ .

1.4 Бинарное дерево

Наиболее подходящей с точки зрения надежности и эффективности реализацией бинарного дерева является так называемое красно-черное дерево. Такое дерево идеально сбалансировано, и имеет асимтотическую сложность, не превышающую $O(\log_2 size)$ для всех необходимых операций (см. таблицу 2).

Таблица 2: Методы класса tree

Название	Описание	Сложность
put	Вставка элемента в произвольное место	$O(\log_2 size)$
remove	Удаление элемента из произвольного места	$O(\log_2 size)$
operator[]	Полулчение произвольного элемента	$O(\log_2 size)$

В отличие от классической реализации двоичного дерева поиска, красно-черное дерево может иметь помеченные (красные) ребра, которые говорят о том, что два узла, соединенные подобным ребром, можно рассматривать как один. Это необходимо для того, чтобы размещать элементы не только слева и справа, как элементы с меньшими и большими ключами соответственно, но и между родственными. Данное отличие как раз таки и позволяет достичь максимальной асимптотической эффективности для операции удаления элемента из произвольного места. Представленный вариант бинарного дерева повсеместно используется для таких структур данных как «множество» или «словарь».

В качестве хранимого значения выступает лишь одна переменная *root*, являющаяся экземпляром вложенного класса node. Этот класс содержит в себе: ключ, однозначно идентифицирующий положение элемента в дереве, значение, ссылки на левый и правый потомки, размер поддерева и цвет ребра, ведущего к родительскому узлу. В листинге 5 показан отрывок заголовочного файла для описания бинарного дерева.

Листинг 5: Отрывок заголовочного файла для описания бинарного дерева

```
class tree {
    struct node {
        K _key;
        ADT* _value;
        node* _left;
        node* _right;
        size_t _size;
        bool _color;

        node(K, ADT*, size_t, bool);
    };

    node* _root;

// ...
};
```

Так, при вставке/удалении элемента может потребоваться смещение некоторых узлов дерева (балансировка) ради сохранения эффективности последующих операций. Это обеспечивается, главным образом, благодаря функциям смещения поддерева влево или вправо (см. листинг 6).

Листинг 6: Функция смещения поддерева влево

```
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::rotate_left(node* n)
{
    node* temp = n->_right;
    n->_right = temp->_left;
    temp->_left = n;
    temp->_color = temp->_left->_color;
    temp->_left->_color = RED;
    temp->_size = n->_size;
    n->_size = size(n->_left) + size(n->_right) + 1;
    return temp;
}
```

Полный код заголовочных файлов и файлов реализации бинарного дерева приведены в приложении \mathcal{A} .

2 Получение исполняемых модулей

Заголовочные файлы и их реализации были размещены в различных директориях. Для сборки проекта в каждую директорию были помещены файлы CMakeLists.txt, и, таким образом, каждая директория представляет из себя отдельную библиотеку, которая в последствии собирается в корневом каталоге. Файл сборки CMakeLists.txt из корневого каталога показан в листинге 7.

Листинг 7: Файл сборки CMakeLists.txt

```
cmake_minimum_required(VERSION 3.0)
project(laboratory-work-02-kapavkin)
set(CMAKE_CXX_STANDARD 14)
include (FetchContent)
FetchContent_Declare(
googletest
URL https://github.com/google/googletest/archive/609281088cfefc76f9d0
ce82e1ff6c30cc3591e5.zip
set(gtest_force_shared_crt ON CACHE BOOL "" FORCE)
FetchContent_MakeAvailable(googletest)
set(MAIN main.cpp)
enable_testing()
add_executable(main ${MAIN})
add_subdirectory(laboratory-work-01-kapavkin)
add_subdirectory(array)
add_subdirectory(list)
add_subdirectory(queue)
add_subdirectory(tree)
target_link_libraries(main
        laboratory-work-01-kapavkin
        array
        list
        queue
        tree
        gtest_main
)
include(GoogleTest)
gtest_discover_tests(main)
```

3 Тестирование

Файл main.cpp содержит юнит-тесты, целью которых является сравнение ожидаемых от функций значений с фактическими, и выдача оповещений при их несовпадении.

3.1 Прецеденты класса array

Тестовые случаи для проверки корректности работы методов класса array.

- 1. constructor проверяет корректность конструкторов/деструкторов.
- 2. insert проверяет корректность вставки элемента в произвольное место.
- 3. remove проверяет корректность удаления элемента из произвольного места.

3.2 Прецеденты класса stack

Тестовые случаи для проверки корректности работы методов класса stack.

- 1. constructor проверяет корректность конструкторов/деструкторов.
- 2. push проверяет корректность вставки элемента в конец стека.
- 3. рор проверяет корректность удаления элемента из конца стека.

3.3 Прецеденты класса list

Тестовые случаи для проверки корректности работы методов класса list.

- 1. **constructor** проверяет корректность конструкторов/деструкторов.
- 2. insert проверяет корректность вставки элемента в произвольное место.
- 3. remove проверяет корректность удаления элемента из произвольного места.

3.4 Прецеденты класса queue

Тестовые случаи для проверки корректности работы методов класса queue.

- 1. constructor проверяет корректность конструкторов/деструкторов.
- 2. enqueue проверяет корректность вставки элемента в конец очереди.
- 3. dequeue проверяет корректность удаления элемента из начала очереди.
- 4. oversize проверяет корректность при переполнении очереди.

3.5 Прецеденты класса tree

Тестовые случаи для проверки корректности работы методов класса tree.

- 1. constructor проверяет корректность конструкторов/деструкторов.
- 2. put проверяет корректность вставки элемента в произвольное место.
- 3. remove проверяет корректность удаления элемента из произвольного места.

Приложение А

A.1 Заголовочный файл класса array

```
#ifndef ARRAY_H
#define ARRAY_H
#include <algorithm>
#include <cmath>
#include <stdexcept>
#include "ADT.h"
class array {
    size_t _capacity, _size;
    ADT** _array;
    void resize(size_t);
public:
    array(size_t = 0);
    array(array&);
    virtual ~array();
    size_t size() const;
    bool is_empty() const;
    void insert(size_t, ADT*);
    ADT* remove(size_t);
    ADT*& operator[](size_t);
};
#endif
```

A.2 Файл реализации класса array

```
#include "array.h"
void array::resize(size_t capacity)
{
    ADT** array = new ADT*[capacity];
    std::copy(_array, _array + std::min(_capacity, capacity), array);
    delete[] _array;
    _array = new ADT*[capacity];
    std::copy(array, array + capacity, _array);
    delete[] array;
    _capacity = capacity;
}
array::array(size_t capacity)
    _capacity = capacity;
    _array = new ADT*[capacity];
    _{\text{size}} = 0;
}
array::array(array& other)
{
    _capacity = other._capacity;
    _array = new ADT*[_capacity];
    for (size_t i = 0; i < other._size; i++) {</pre>
        _array[i] = other._array[i];
    }
    _size = other._size;
}
array::~array()
    delete[] _array;
}
size_t array::size() const
{
    return _size;
}
bool array::is_empty() const
```

```
{
    return _size == 0;
}
void array::insert(size_t pos, ADT* value)
{
    if (pos > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    if (_size == _capacity) {
        if (_capacity > 0) {
            resize(2 * _capacity);
        } else {
            resize(1);
        }
    }
    ADT** array = new ADT*[_capacity];
    std::copy(_array, _array + pos, array);
    array[pos] = value;
    std::copy(_array + pos, _array + _capacity - 1, array + pos + 1);
    delete[] _array;
    _array = new ADT*[_capacity];
    std::copy(array, array + _capacity, _array);
    delete[] array;
    _size++;
}
ADT* array::remove(size_t pos)
{
    if (pos + 1 > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    ADT* value = _array[pos];
    ADT** array = new ADT*[_capacity];
    std::copy(_array, _array + pos, array);
    std::copy(_array + pos + 1, _array + _capacity, array + pos);
```

```
delete[] _array;
    _array = new ADT*[_capacity];
    std::copy(array, array + _capacity, _array);
    delete[] array;
    _size--;
    if (_size <= _capacity / 2) {
       resize(_capacity / 2);
    }
    return value;
}
ADT*& array::operator[](size_t pos)
    if (pos + 1 > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
   return _array[pos];
}
```

Приложение Б

Б.1 Заголовочный файл класса stack

```
#ifndef STACK_H
#define STACK_H
#include "array.h"
#include "ADT.h"
class stack : private array {
public:
    stack(size_t = 0);
    stack(stack&);
    size_t size() const;
    bool is_empty() const;
    void push(ADT*);
    ADT* pop();
    void push_front(ADT*);
    ADT* pop_front();
    ADT*& operator[](size_t);
};
#endif
```

Б.2 Файл реализации класса stack

```
#include "stack.h"
stack::stack(size_t capacity)
    : array(capacity)
{
}
stack::stack(stack& other)
    : array(other)
{
}
size_t stack::size() const
    return array::size();
}
bool stack::is_empty() const
    return array::is_empty();
}
void stack::push(ADT* value)
    array::insert(size(), value);
}
ADT* stack::pop()
    return array::remove(size() - 1);
}
void stack::push_front(ADT* value)
{
    array::insert(0, value);
}
ADT* stack::pop_front()
{
    return array::remove(0);
}
ADT*& stack::operator[](size_t pos)
    return array::operator[](pos);
}
```

Приложение В

В.1 Заголовочный файл класса list

```
#ifndef LIST_H
#define LIST_H
#include <stdexcept>
#include "ADT.h"
class list {
    struct node {
        ADT* _value;
        node* _next;
        node(ADT*, node* = nullptr);
    };
    size_t _size;
    node* _root;
public:
    list();
    list(list&);
    virtual ~list();
    size_t size() const;
    bool is_empty() const;
    void insert(size_t, ADT*);
    ADT* remove(size_t);
    ADT*& operator[](size_t);
};
#endif
```

В.2 Файл реализации класса list

```
#include "list.h"
list::node::node(ADT* value, node* next)
    : _value(value)
    , _next(next)
{
}
list::list()
    : _size(0)
    , _root(nullptr)
{
}
list::list(list& other)
    _size = other._size;
    _root = nullptr;
    for (size_t i = 0; i < other._size; i++) {</pre>
        insert(i, other[i]);
    }
}
list::~list()
    for (size_t i = 0; i < _size; i++) {</pre>
        remove(0);
    }
}
size_t list::size() const
    return _size;
}
bool list::is_empty() const
    return _root == nullptr;
}
void list::insert(size_t pos, ADT* value)
{
    if (pos > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    if (pos == 0) {
        if (_root == nullptr) {
```

```
_root = new node(value);
        } else {
            _root = new node(value, _root);
        }
        _size++;
        return;
    }
    node* prev = _root;
    for (size_t i = 0; i < pos - 1; i++) {
        prev = prev->_next;
    }
    prev->_next = new node(value, prev->_next);
    _size++;
}
ADT* list::remove(size_t pos)
{
    if (pos + 1 > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    if (pos == 0) {
        ADT* value = _root->_value;
        node* next = _root->_next;
        delete _root;
        _root = next;
        _size--;
        return value;
    }
    node* prev = _root;
    for (size_t i = 0; i < pos - 1; i++) {
        prev = prev->_next;
    }
    ADT* value = prev->_next->_value;
    node* next = prev->_next->_next;
    delete prev->_next;
    prev->_next = next;
```

```
_size--;

return value;
}

ADT*& list::operator[](size_t pos)
{
    if (pos + 1 > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }

    node* node = _root;
    for (size_t i = 0; i < pos; i++) {
        node = node->_next;
    }

    return node->_value;
}
```

Приложение Γ

Г.1 Заголовочный файл класса queue

```
#ifndef QUEUE_H
#define QUEUE_H
#include <stdexcept>
#include "ADT.h"
class queue {
    size_t _capacity, _start, _size;
    ADT** _circle;
public:
    queue(size_t);
    queue(queue&);
    virtual ~queue();
    size_t capacity() const;
    size_t size() const;
    bool is_empty() const;
    void enqueue(ADT*);
    ADT* dequeue();
    ADT*& operator[](size_t);
};
#endif
```

Г.2 Файл реализации класса queue

```
#include "queue.h"
queue::queue(size_t capacity)
{
    _capacity = capacity;
    _circle = new ADT*[capacity];
    _{start} = 0;
    _{size} = 0;
}
queue::queue(queue& other)
    _capacity = other._capacity;
    _circle = new ADT*[_capacity];
    for (size_t i = 0; i < _capacity; i++) {</pre>
        _circle[i] = other._circle[i];
    }
    _start = other._start;
    _size = other._size;
}
queue::~queue()
{
    delete[] _circle;
}
size_t queue::capacity() const
    return _capacity;
}
size_t queue::size() const
{
    return _size;
}
bool queue::is_empty() const
    return _size == 0;
}
void queue::enqueue(ADT* value)
{
    if (_size == _capacity) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
```

```
_circle[(_start + _size++) % _capacity] = value;
}
ADT* queue::dequeue()
    if (_size == 0) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    ADT* value = _circle[_start];
    _start = (_start + 1) % _capacity;
    _size--;
    return value;
}
ADT*& queue::operator[](size_t pos)
    if (pos + 1 > _size) {
        throw std::out_of_range("index out of range");
    }
    return _circle[(_start + pos) % _capacity];
}
```

Приложение Д

Д.1 Заголовочный файл класса tree

```
#ifndef TREE_H
#define TREE_H
#include <iostream>
#include <stdexcept>
#include "ADT.h"
template <typename K>
class tree {
    static const bool RED = true;
    static const bool BLACK = false;
    struct node {
        K _key;
        ADT* _value;
        node* _left;
        node* _right;
        size_t _size;
        bool _color;
        node(K, ADT*, size_t, bool);
    };
    node* _root;
    void copy(node*, node*);
    void clear(node*);
    bool is_red(node*) const;
    size_t size(node*) const;
    bool contains(node*, K) const;
    node* put(node*, K, ADT*);
    node* remove(node*, K);
    ADT*& get(node*, K);
    void flip_colors(node*);
    node* rotate_left(node*);
    node* rotate_right(node*);
    node* move_red_left(node*);
    node* move_red_right(node*);
```

```
node* min(node*);
    node* max(node*);
    node* remove_min(node*);
    node* remove_max(node*);
    node* balance(node*);
public:
    tree();
    tree(tree&);
    virtual ~tree();
    size_t size() const;
    bool is_empty() const;
    bool contains(K) const;
    void put(K, ADT*);
    void remove(K);
    ADT*& operator[](K);
};
#endif
```

Д.2 Файл реализации класса tree

```
#include "tree.h"
template <typename K>
tree<K>::node::node(K key, ADT* value, size_t size, bool color)
    : _key(key)
    , _value(value)
    , _left(nullptr)
    , _right(nullptr)
    , _size(size)
    , _color(color)
{
}
template <typename K>
void tree<K>::copy(node* from, node* to)
{
    if (from == nullptr) {
        return;
    }
    to = new node(from->_key, from->_value, from->_size, from->_color);
    copy(from->_left, to->_left);
    copy(from->_right, to->_right);
}
template <typename K>
void tree<K>::clear(node* n)
{
    if (n == nullptr) {
        return;
    }
    clear(n->_left);
    clear(n->_right);
    delete n;
}
template <typename K>
bool tree<K>::is_red(node* n) const
{
    if (n == nullptr) {
        return BLACK;
    } else {
        return n->_color == RED;
    }
}
```

```
template <typename K>
size_t tree<K>::size(node* n) const
{
    if (n == nullptr) {
        return 0;
    } else {
        return n->_size;
    }
}
template <typename K>
bool tree<K>::contains(node* n, K key) const
    while (n != nullptr) {
        if (key < n->_key) {
            n = n->_left;
        } else if (key > n->_key) {
            n = n->_right;
        } else {
            return true;
        }
    }
    return false;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::put(node* n, K key, ADT* value)
{
    if (n == nullptr) {
        return new node(key, value, 1, RED);
    }
    if (key < n->_key) {
        n->_left = put(n->_left, key, value);
    } else if (key > n->_key) {
        n->_right = put(n->_right, key, value);
    } else {
        n->_value = value;
    }
    if (is_red(n->_right) && !is_red(n->_left)) {
        n = rotate_left(n);
    }
    if (is_red(n->_left) && is_red(n->_left->_left)) {
        n = rotate_right(n);
    }
    if (is_red(n->_left) && is_red(n->_right)) {
```

```
flip_colors(n);
    }
    n->_size = size(n->_left) + size(n->_right) + 1;
    return n;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::remove(node* n, K key)
{
    if (key < n->key) {
        if (!is_red(n->_left) && !is_red(n->_left->_left)) {
            n = move_red_left(n);
        n->_left = remove(n->_left, key);
    } else {
        if (is_red(n->_left)) {
            n = rotate_right(n);
        }
        if (key == n-\geq_k ey \&\& n-\geq_r ight == nullptr) {
            return nullptr;
        }
        if (!is_red(n->_right) && !is_red(n->_right->_left)) {
            n = move_red_right(n);
        }
        if (key == n->_key) {
            node* temp = min(n->_right);
            n->_key = temp->_key;
            n->_value = temp->_value;
            n->_right = remove_min(n->_right);
        } else {
            n->_right = remove(n->_right, key);
        }
    }
    return balance(n);
}
template <typename K>
ADT*& tree<K>::get(node* n, K key)
{
    while (n != nullptr) {
        if (key < n->key) {
            n = n->_left;
        } else if (key > n->_key) {
            n = n->_right;
```

```
} else {
            return n->_value;
        }
    }
}
template <typename K>
void tree<K>::flip_colors(node* n)
{
    n->_color = !n->_color;
    n->_left->_color = !n->_left->_color;
    n->_right->_color = !n->_right->_color;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::rotate_left(node* n)
{
    node* temp = n->_right;
    n->_right = temp->_left;
    temp->_left = n;
    temp->_color = temp->_left->_color;
    temp->_left->_color = RED;
    temp->_size = n->_size;
    n->_size = size(n->_left) + size(n->_right) + 1;
    return temp;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::rotate_right(node* n)
{
    node* temp = n->_left;
    n->_left = temp->_right;
    temp->_right = n;
    temp->_color = temp->_right->_color;
    temp->_right->_color = RED;
    temp->_size = n->_size;
    n->_size = size(n->_left) + size(n->_right) + 1;
    return temp;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::move_red_left(node* n)
{
    flip_colors(n);
    if (is_red(n->_right->_left)) {
        n->_right = rotate_right(n->_right);
        n = rotate_left(n);
        flip_colors(n);
```

```
}
    return n;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::move_red_right(node* n)
{
    flip_colors(n);
    if (is_red(n->_left->_left)) {
        n = rotate_right(n);
        flip_colors(n);
    }
    return n;
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::min(node* n)
{
    if (n->_left == nullptr) {
        return n;
    } else {
        return min(n->_left);
    }
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::max(node* n)
{
    if (n->_right == nullptr) {
        return n;
    } else {
        return max(n->_right);
    }
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::remove_min(node* n)
{
    if (n->_left == nullptr) {
        return nullptr;
    }
    if (!is_red(n->_left) && !is_red(n->_left->_left)) {
        n = move_red_left(n);
    }
    n->_left = remove_min(n->_left);
```

```
return balance(n);
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::remove_max(node* n)
{
    if (is_red(n->_left)) {
        n = rotate_right(n);
    }
    if (n->_right == nullptr) {
        return nullptr;
    }
    if (!is_red(n->_right) && !is_red(n->_right->_left)) {
        n = move_red_right(n);
    }
    n->_right = remove_max(n->_right);
    return balance(n);
}
template <typename K>
typename tree<K>::node* tree<K>::balance(node* n)
{
    if (is_red(n->_right) && !is_red(n->_left)) {
        n = rotate_left(n);
    }
    if (is_red(n->_left) && is_red(n->_left->_left)) {
        n = rotate_right(n);
    }
    if (is_red(n->_left) && is_red(n->_right)) {
        flip_colors(n);
    }
    n->_size = size(n->_left) + size(n->_right) + 1;
    return n;
}
template <typename K>
tree<K>::tree()
    : _root(nullptr)
{
}
template <typename K>
```

```
tree<K>::tree(tree& other)
    : _root(nullptr)
{
    copy(other._root, _root);
}
template <typename K>
tree<K>::~tree()
    clear(_root);
}
template <typename K>
size_t tree<K>::size() const
{
    return size(_root);
}
template <typename K>
bool tree<K>::is_empty() const
{
    return _root == nullptr;
}
template <typename K>
bool tree<K>::contains(K key) const
{
    return contains(_root, key);
}
template <typename K>
void tree<K>::put(K key, ADT* value)
    if (value == nullptr) {
        remove(key);
        return;
    }
    _root = put(_root, key, value);
    _root->_color = BLACK;
}
template <typename K>
void tree<K>::remove(K key)
{
    if (!contains(key)) {
        return;
    }
    if (!is_red(_root->_left) && !is_red(_root->_right)) {
```

```
_root->_color = RED;
    }
    _root = remove(_root, key);
    if (!is_empty()) {
        _root->_color = BLACK;
    }
}
template <typename K>
ADT*& tree<K>::operator[](K key)
{
    if (!contains(key)) {
        throw std::invalid_argument("key is not exist");
    }
    return get(_root, key);
}
template class tree<size_t>;
```