

Modelowanie części zawieszenia samochodu

Karolina Piotrowska

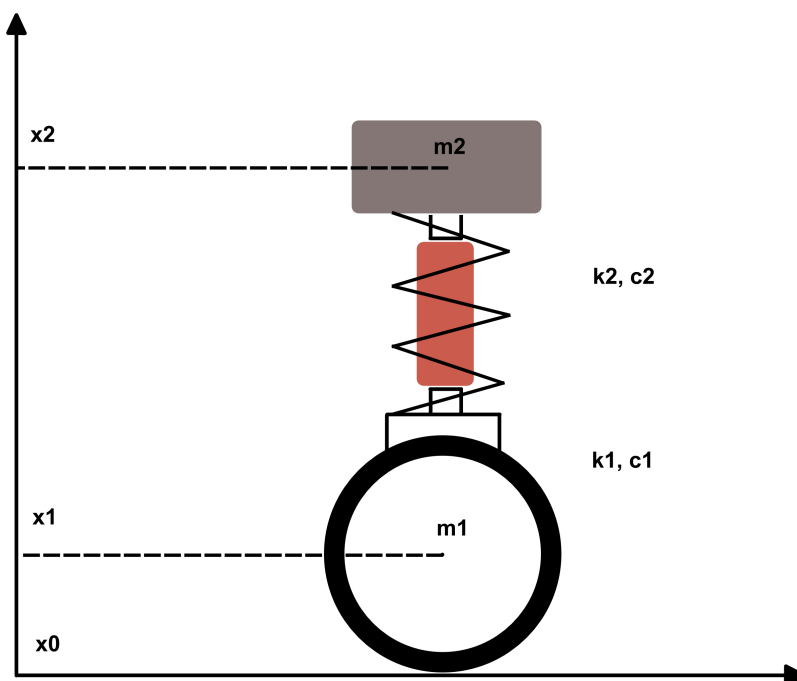


Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

11 listopada 2022r.

1 Wstęp

Celem zadania było zamodelowanie $\frac{1}{4}$ układu mechanicznego zawieszenia samochodu. Rysunek poglądowy:



Rysunek 1: Schemat rozważanego układu

gdzie

- x_0 - zmienna wielkość będąca pionową współrzędną podłoża; wejście
- x_1 - pionowa współrzędna położenia środka masy koła; oponę traktujemy jak równoległe połączenie sprężyny o stałej k_1 i tłumika olejowego o stałej c_2
- x_2 - pionowa współrzędna położenia środka masy nadwozia.

Dodatkowo, przyjmujemy x_{10} jako pionową współrzędną położenia równowagi środka masy koła, x_{20} jako pionową współrzędną położenia równowagi środka masy nadwozia, a k_2 i c_2 jako parametry sprężyny i amortyzatora.

Wyjściem układu będą wychylenia środków masy koła i nadwozia z położenia równowagi.

2 Wyprowadzenie wzorów

Równania opisujące ruch:

$$\begin{cases} m_2 x_2'' = -k_2(x_2 - x_{20} - x_1 + x_{10}) - c_2(x_2' - x_1') \\ m_1 x_1'' = -k_1(x_1 - x_{10} - x_0) - c_1(x_1' - x_0') + k_2(x_2 - x_{20} - x_1 + x_{10}) + c_2(x_2' - x_1') \end{cases} \quad (1)$$

Wprowadzam zmienne odchyłkowe:

$$y_1 = x_1 - x_{10} \quad (2)$$

$$y_2 = x_2 - x_{20} \quad (3)$$

Wtedy:

$$\begin{cases} m_2 y_2'' = -k_2(y_2 - y_1) - c_2(y_2' - y_1') \\ m_1 y_1'' = -k_1(y_1 - x_0) - c_1(y_1' - x_0') + k_2(y_2 - y_1) + c_2(y_2' - y_1') \end{cases} \quad (4)$$

Po przekształceniach:

$$\begin{cases} y_1'' = -\frac{k_1 + k_2}{m_1} y_1 + \frac{k_2}{m_1} y_2 - \frac{c_1 + c_2}{m_1} y_1' + \frac{c_2}{m_1} y_2' + \frac{k_1}{m_1} x_0 + \frac{c_1}{m_1} x_0' \\ y_2'' = -\frac{k_2}{m_2} y_1 - \frac{k_2}{m_2} y_2 + \frac{c_2}{m_2} y_1' - \frac{c_2}{m_2} y_2' \end{cases} \quad (5)$$

Z myślą o zamodelowaniu układu przy użyciu elementu "State-Space" równania przekształcam na układ czterech równań stanu. Za zmienne stanu przyjmuję $y_1, y_2, y_3 = y_1' - \frac{c_1}{m_1} x_0$ i $y_4 = y_2'$.

Po przekształceniach otrzymuję:

$$\begin{cases} y_1' = y_3 + \frac{c_1}{m_1} x_0 \\ y_2' = y_4 \\ y_3' = -\frac{k_1 + k_2}{m_1} y_1 + \frac{k_2}{m_1} y_2 - \frac{C_1 + C_2}{m_1} y_3 + \frac{c_2}{m_1} y_4 + \left(\frac{k_1}{m_1} - \frac{(c_1 + c_2)c_1}{m_1^2}\right) x_0 \\ y_4' = \frac{k_2}{m_2} y_1 - \frac{k_2}{m_2} y_2 + \frac{c_2}{m_2} y_3 - \frac{c_2}{m_2} y_4 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} x_0 \end{cases} \quad (6)$$

3 Rozwiązanie w Matlabie

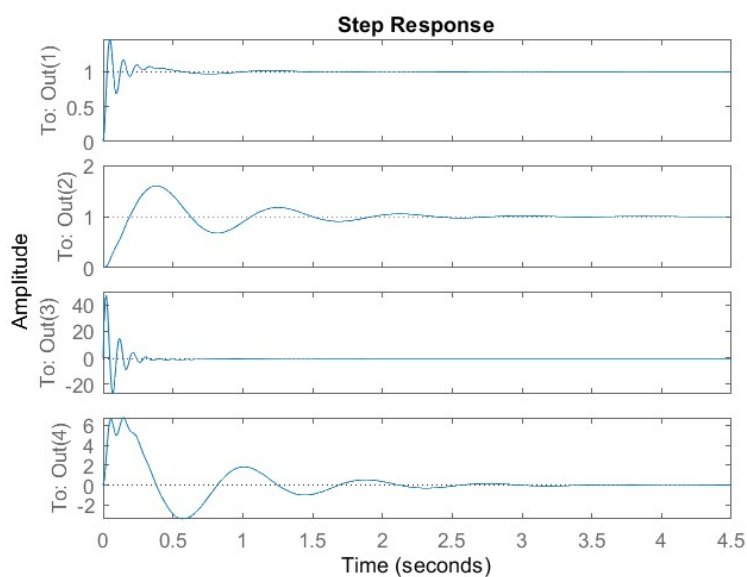
Przyjmuję:

```
1 m1 = 90;  
2 m2 = 600;  
3 k1 = 370000;  
4 k2 = 35000;  
5 c1 = 100;  
6 c2 = 2000;
```

Symuluję układ zawieszenia używając następującego kodu:

```
1 A = [0 0 1 0; 0 0 0 1; -(k1 + k2)/m1 k2/m1 -(c1 + c2)/m1 c2/m1; k2/m2 ...  
      -k2/m2 c2/m2 -c2/m2];  
2 B = [(c1/m1); 0; (k1/m1) - ((c1 + c2)*c1)/(m1*m1); (c1*c2)/(m1*m2)];  
3 C = eye(4,4);  
4 D = [0; 0; 0; 0];  
5 sys = ss(A,B,C,D);  
6 step(sys)
```

Wynikowy wykres:

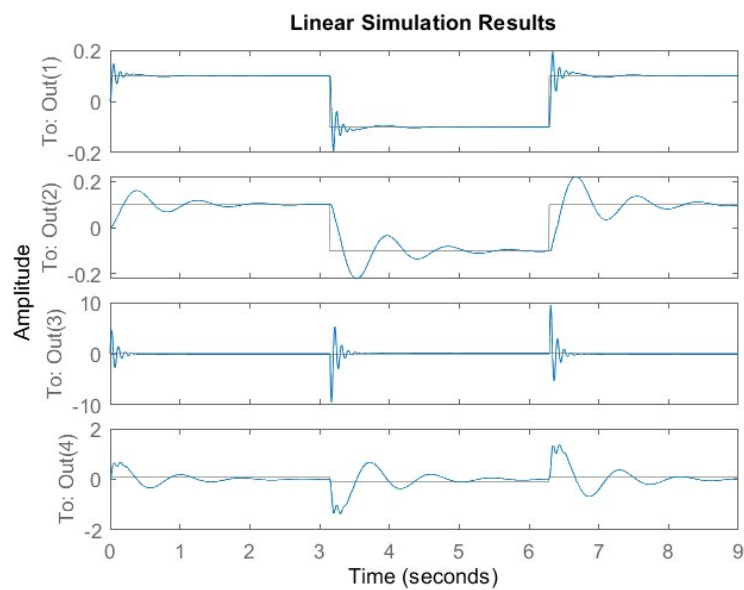


Rysunek 2: Odpowiedź układu na skok jednostkowy - np. wjazd na krawężnik o imponującej wysokości 1.5 metra

Następnie przeprowadzam symulację z bardziej realistycznym rozmiarem krawężnika, używając funkcji "lsim":

```
1 t = 0:0.01:9;
2 u = 0.1 * square(t);
3 figure
4 lsim(sys,u,t)
```

Wynikowy wykres:



Rysunek 3: Odpowiedź układu na wjeżdżanie i zjeżdżanie z krawężnika o wysokości około 10cm

Następnie przeprowadzam symulację na trzeci sposób:

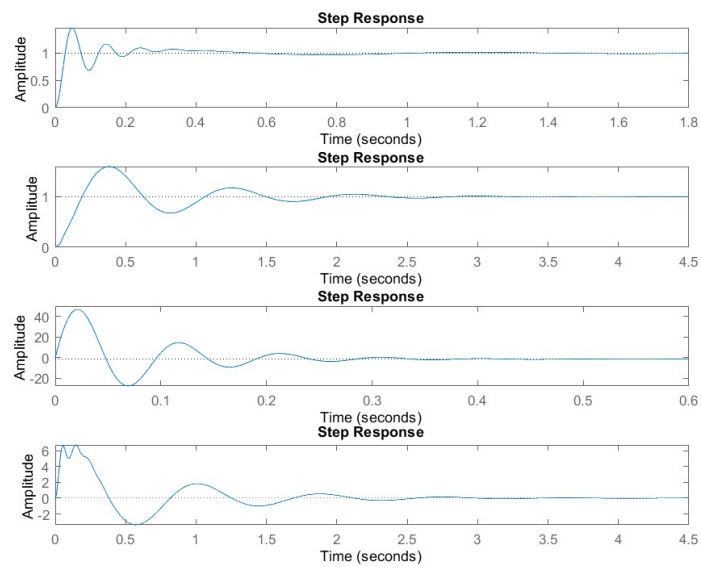
```
1 [licz,mian] = ss2tf(A,B,C,D,1); %obliczam transmitancje
2
3 G1 = tf(licz(1,:),mian);
4 G2 = tf(licz(2,:),mian);
5 G3 = tf(licz(3,:),mian);
6 G4 = tf(licz(4,:),mian);
7 figure
8 subplot(4,1,1)
9 step(G1)
10 subplot(4,1,2)
11 step(G2)
```

```

12 subplot(4,1,3)
13 step(G3)
14 subplot(4,1,4)
15 step(G4)

```

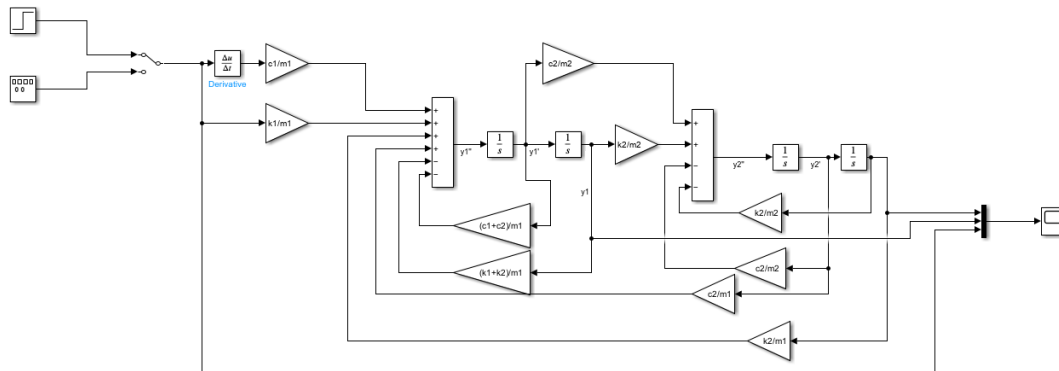
Wynikowy wykres:



Rysunek 4: Odpowiedź układu na skok jednostkowy

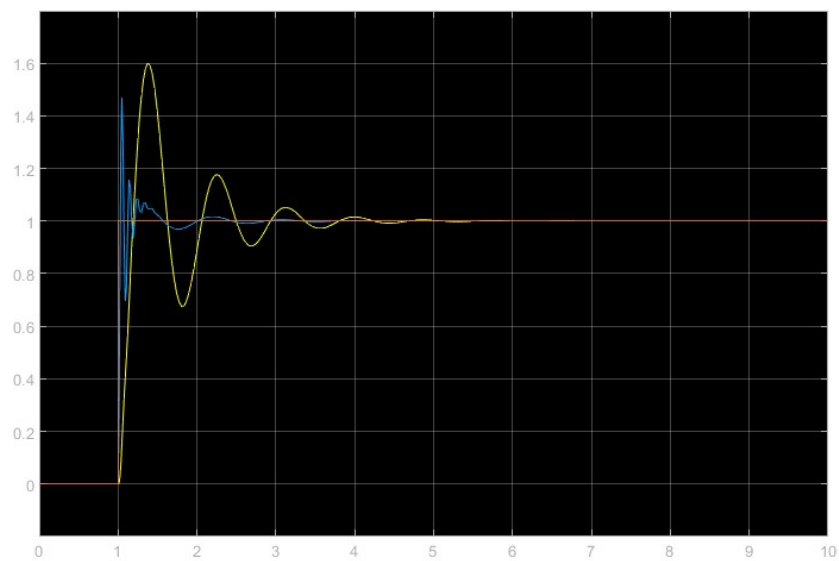
4 Rozwiązanie w Simulinku

Do rozwiązania zadania użyłam następującego modelu:

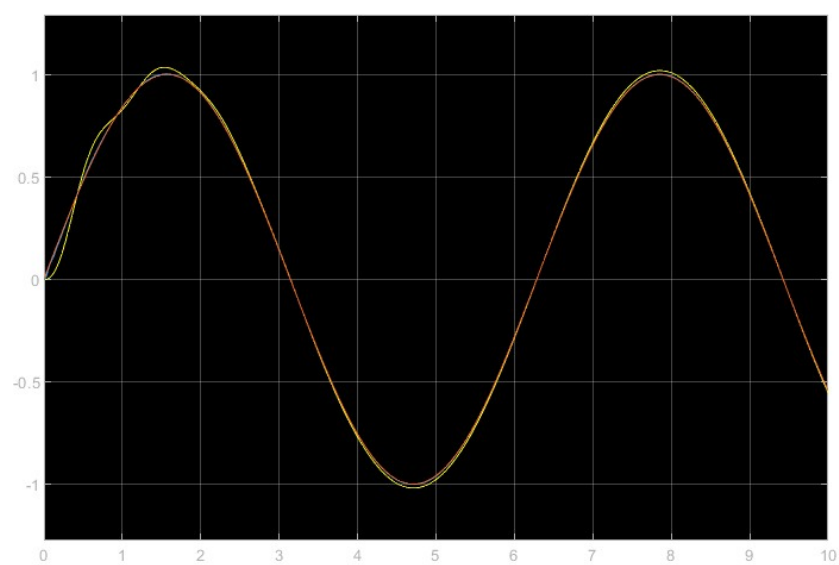


Rysunek 5: Model z wykorzystaniem bloków integratorów

Wynikowe wykresy:

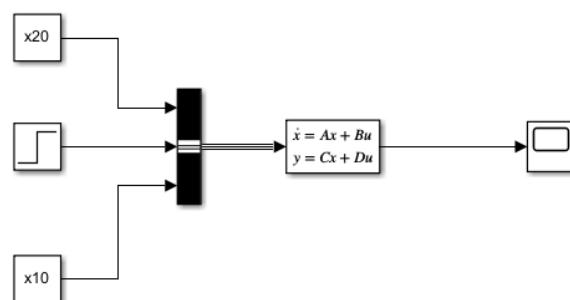


Rysunek 6: Odpowiedź układu na skok jednostkowy



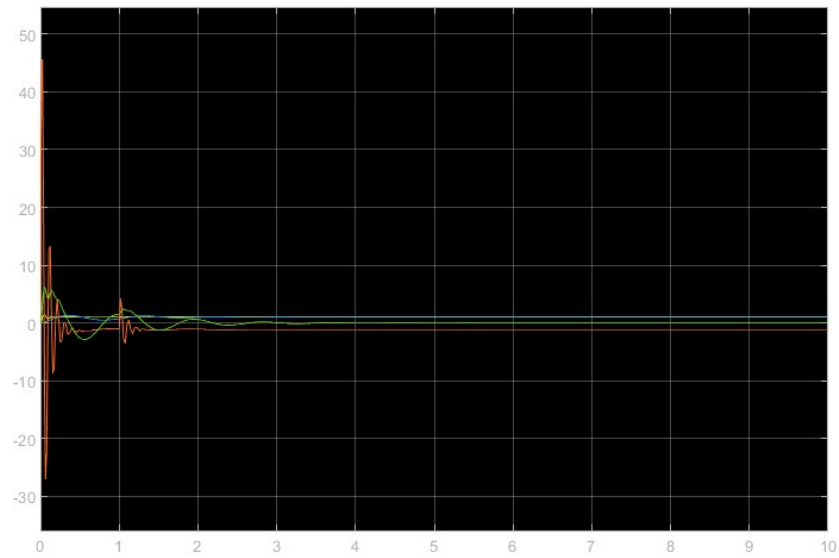
Rysunek 7: Odpowiedź układu na sinusoidalne wejście

Drugi model:



Rysunek 8: Model z wykorzystaniem bloczka "State-Space"

Wynikowe wykresy:

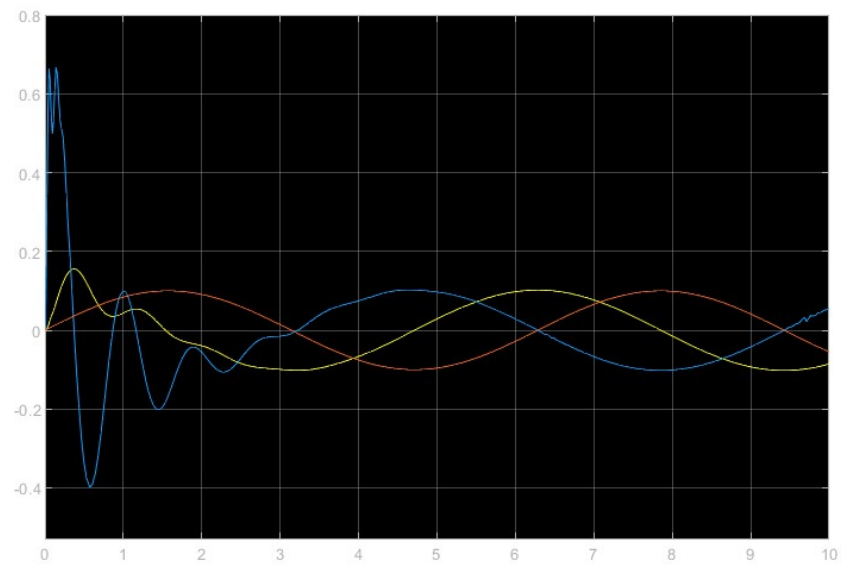


Rysunek 9: Odpowiedź układu na skok jednostkowy

5 Wpływ jakości nawierzchni na komfort jazdy

W celu zbadania komfortu jazdy wykonałam serię wykresów przyspieszenia i prędkości pionowej (a także pionowej składowej położenia podłoża) dla różnych "typów podłoża" - czyli funkcji na wejściu.

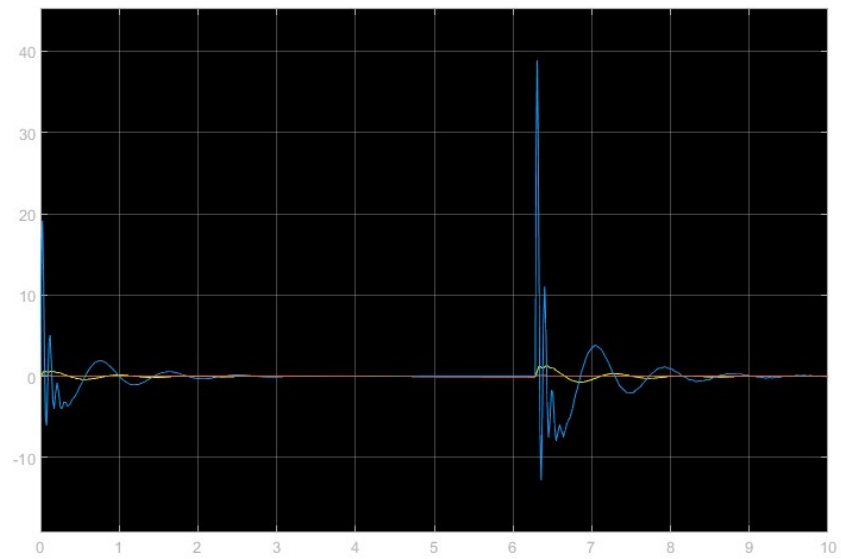
5.1 Sinus



Rysunek 10: Przyspieszenie i prędkość pionowa

Dla sinusoidalnych wertepów o amplitudzie 10cm jazda byłaby dość komfortowa - wartości przyspieszenia i prędkości pionowej są niewielkie.

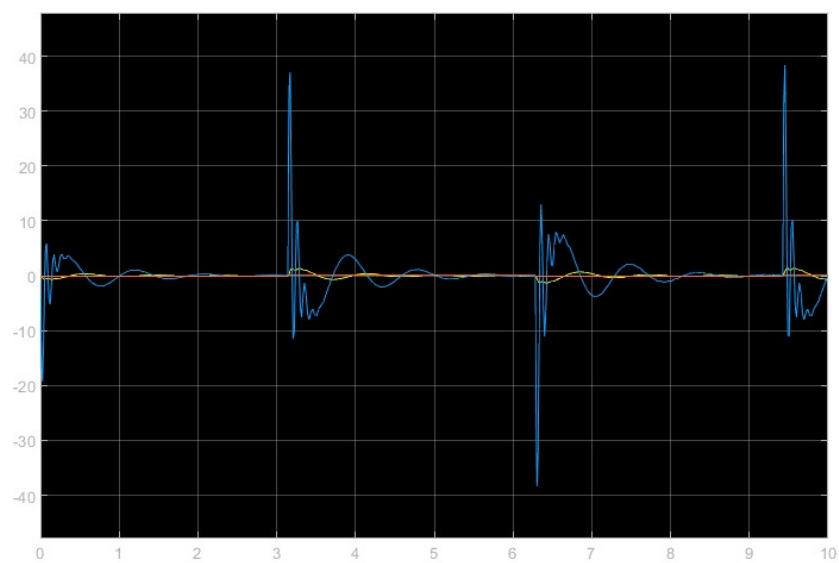
5.2 Sawtooth



Rysunek 11: Przyspieszenie i prędkość pionowa

Dla wertepów o kształcie funkcji piłokształtnej o amplitudzie 10cm przyspieszenia momentami osiągałoby prawie 4g. Przy takim przyciążeniu pasażer nie mógłby się poruszać.

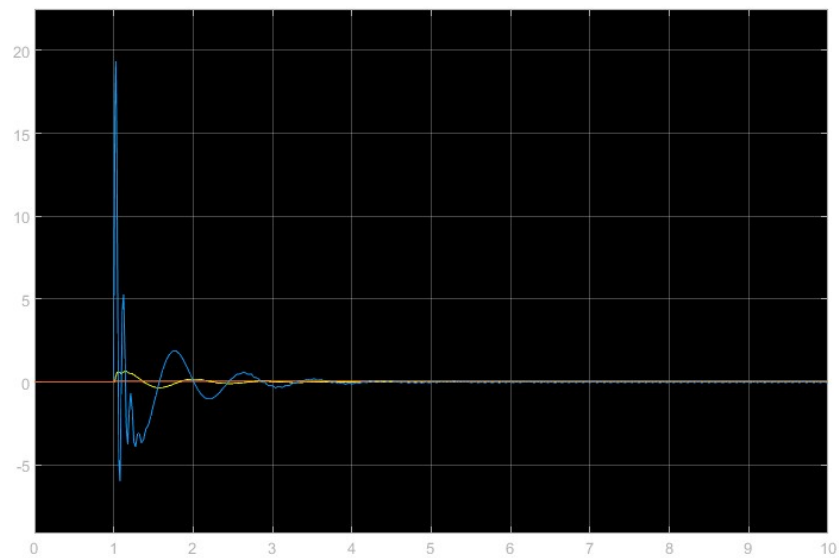
5.3 Square



Rysunek 12: Przyspieszenie i prędkość pionowa

Dla wierzchołków o kształcie funkcji prostokątnej o amplitudzie 10cm przyspieszenie także osiągałoby prawie 4g.

5.4 Step



Rysunek 13: Przyspieszenie i prędkość pionowa

Przy wjeżdżaniu na krawężnik o wysokości 10cm przyspieszenie wynosiłoby prawie 2g.

5.5 Wnioski

Model zawieszenia wymaga udoskonalenia poprzez dobranie innych, odpowiednich parametrów.