

# Fuzzy Logic



إعداد: جيهان كنيش  
إبراهيم العبدالله  
محمد الفنيش  
أسدالله الإبراهيم

# Project

# HWs

## :Clustering

### ١. خوارزمية C-Means Clustering:

✓ الدخل:

- X: البيانات المطلوب عنقدها.
- U: مصفوفة تصنيف للبيانات على العناقيد.
- V: مراكز العناقيد.
- C: عدد العناقيد.
- N: عدد العينات.
- M: درجة الضبابية.
- E: الخطأ الأصغري.
- T: عدد مرات تكرار الخوارزمية في حال عدم الوصول إلى الخطأ الأصغري.

✓ الخرج:

المراكز c و رقم العنقود الخاص لكل عينة u بنسبة أصغر خطأ.

✓ آلية العمل:

١. نضع قيم أولية (عشوائية) ل u حيث تتألف من c عنقود وكل عنقود يحوي n قيمة تعبر عن مدى ارتباط العينة بالعنقود.
٢. كرر ما يلي:
  - حساب المراكز (متوسطات النقاط المسندة إليها) حيث:

$$v_i = \sum_{k=1}^n u_{ki} x_k / \sum_{k=1}^n u_{ki}$$

إعادة حساب مصفوفة u حيث تعبر عن نسبة ارتباط النقاط بكل عنقود:

$$u_{kj} = 1 / \sum_{i=1}^c \left[ \frac{d_{kj}}{d_{ki}} \right]^{2/m-1}$$

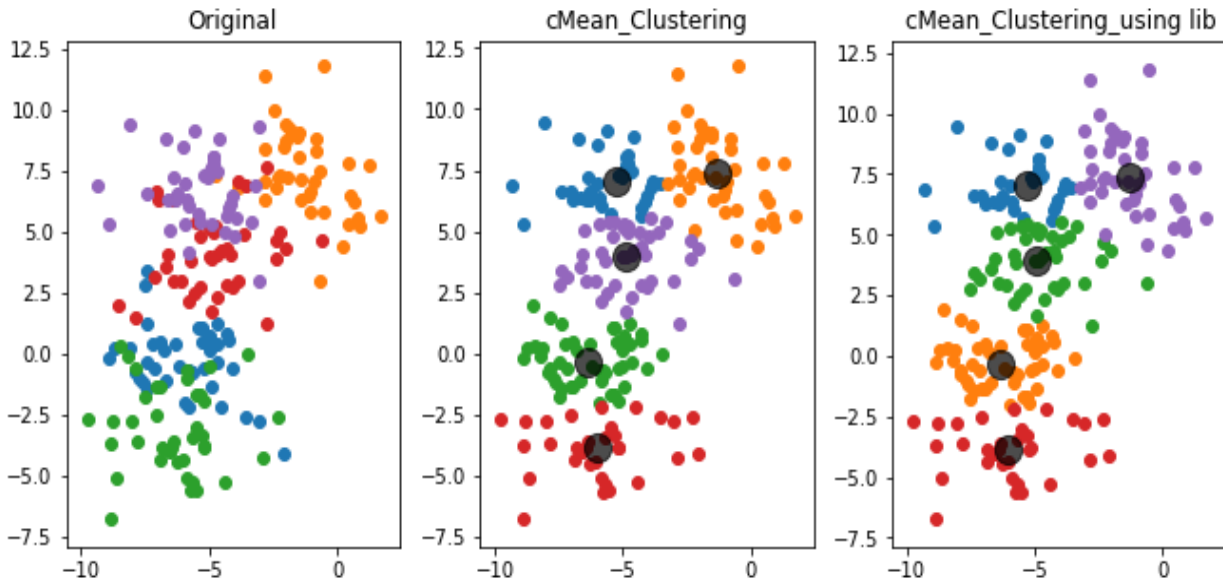
حيث d:

$$d_{ij} = \| \tilde{x}_i - v_j \|$$

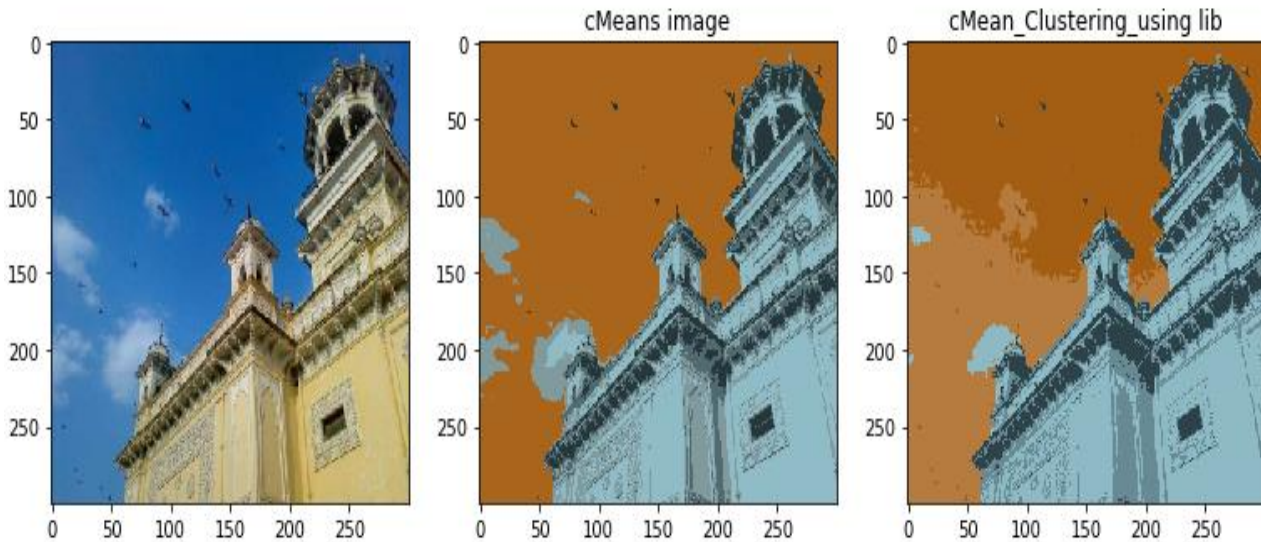
إعادة الحساب حتى تحقيق الهدف المطلوب:

$$\|V^{(t+1)} - V^{(t)}\| < \varepsilon$$

٣. إسناد النقاط إلى المراكز بحسب أكبر نسبة ارتباط للمركز.  
 مثال تطبيق الخوارزمية ومقارنتها مع تطبيق تابع cmeans الموجود في مكتبة skfuzzy على Data موزعة بشكل عشوائي في فضاء ثنائي البعد:



مثال تطبيق الخوارزمية ومقارنتها مع تطبيق تابع cmeans الموجود في مكتبة skfuzzy على صورة (نستفيد هنا في تقليل حجم الـ features الغير مهمة في الصورة):



## ٢. خوارزمية Gustafson Kessel Clustering: (تختلف عن الخوارزمية السابقة بحساب المسافة):

✓ الدخول:

- X: البيانات المطلوب عنقدها وهي موزعة عشوائياً في فضاء ثنائي البعد.
- U: مصفوفة تصنيف للبيانات على العناقيد.
- V: مراكز العناقيد.
- C: عدد العناقيد.
- N: عدد العينات.
- M: درجة الضبابية.
- E: الخطأ الأصغري.
- T: عدد مرات تكرار الخوارزمية في حال عدم الوصول إلى الخطأ الأصغري.

✓ الخروج:

المراكز c و رقم العنقود الخاص لكل عينة u بنسبة أصغر خطأ.

✓ آلية العمل:

١. نضع قيم أولية (عشوائية) ل u حيث تتألف من c عنقود وكل عنقود يحوي على n قيمة تعبر عن مدى ارتباط العينة بالعنقود.
٢. كرر ما يلي:  
حساب المراكز (متوسطات النقاط المسندة إليها) حيث:

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{i,k}^m z_k}{\sum_{k=1}^N \mu_{i,k}^m}$$

إعادة حساب مصفوفة u حيث تعبر عن نسبة ارتباط النقاط بكل عنقود  
(نحسب بعد كل نقطة عن المركز بطريقة (lagrange multiplier):

$$= \frac{1}{\sum_{j=1}^c (d_{ik}/d_{jk})^{1/(m-1)}}$$

حيث:

d المسافة بين نقطة ومتوسط نقاط العنقود (لا تتأثر المسافة بالتحويلات الخطية).  
و f مصفوفة تباينات بين النقط والمراكز الثنائية البعد.

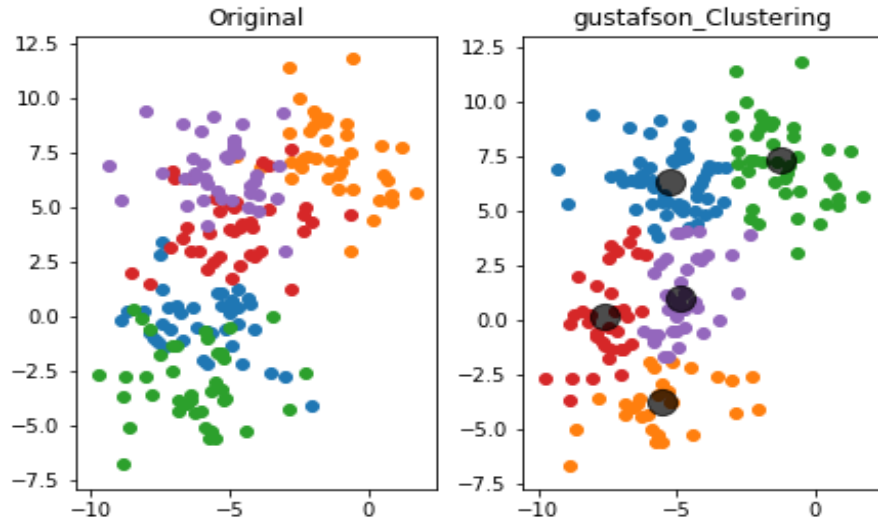
2. Compute **covariance matrices**:  $F_i = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m (z_k - v_i)(z_k - v_i)^T}{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m}$

3. Compute **distances**:  $d_{ik} = (z_k - v_i)^T \rho_i \det(F_i)^{1/n} F_i^{-1} (z_k - v_i)$

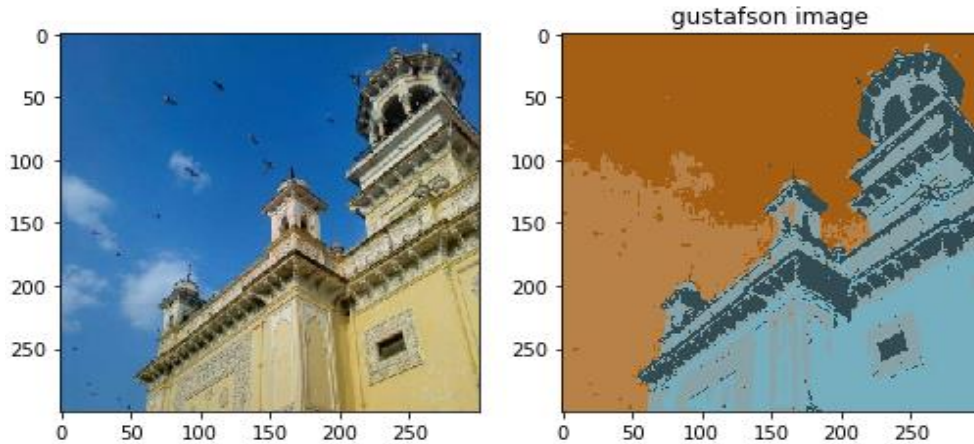
إعادة الحساب حتى تحقيق الهدف المطلوب:

$$\|V(\bar{t}+1) - V(\bar{t})\| < \varepsilon$$

٣. إسناد النقاط إلى المراكز بحسب أكبر نسبة ارتباط للمركز.  
مثال تطبيق الخوارزمية على Data موزعة بشكل عشوائي في فضاء ثنائي البعد:



مثال تطبيق الخوارزمية على صورة (نستفيد هنا في تقليل حجم الـ features الغير مهمة في الصورة):



### ٣. خوارزمية لتحسن ألوان الصورة:

الفكرة هي العمل على framework Logarithmic:

سنقسم الصورة إلى عدد من نوافذ ضبابية fuzzy windows وكل pixel من الصورة له درجة عضوية لكل نافذة وهي المسافة بين ال pixel والنافذة. ثم نحسب الوسيطات والتباينات ليتم بعدها استخراج الصورة الجديدة من هذه النوافذ. الخطوات مع العلاقات التي نفذناها:

١. فصل الصورة الملونة إلى ثلاثة قنوات والعمل على كل قناة.

٢. حساب درجات العضوية لكل بكسل (الأوزان).

يعبر عن القناة ب التابع:  $f : D \rightarrow E$

حيث  $D = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1]$  مستطيل يمثل ب: pixel(pij) ومنه يمثل ال pixel(pij) ب:

$$qx_i : [x_0, x_1] \rightarrow [0,1],$$

$$qx_i(x) = C_m^i \frac{(x - x_0)^i (x_1 - x)^{m-i}}{(x_1 - x_0)^m}$$

$$qy_j : [y_0, y_1] \rightarrow [0,1],$$

$$qy_j(y) = C_n^j \frac{(y - y_0)^j (y_1 - y)^{n-j}}{(y_1 - y_0)^n}$$

$$p_{ij} : D \rightarrow [0,1],$$

$$p_{ij}(x, y) = qx_i(x) \cdot qy_j(y)$$

حيث:

$$C_m^i = \frac{m!}{i!(m-i)!}, \quad C_n^j = \frac{n!}{j!(n-j)!}$$

وتكون درجة العضوية (الوزن) لكل pixel:

$$w_{ij}(x, y) = \frac{(p_{ij}(x, y))^\gamma}{\sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^m (p_{ij}(x, y))^\gamma}$$

حيث:  $\gamma \in (0, \infty)$  وهو الذي يتحكم بفعالية الخوارزمية.

٣. حساب ال means و variance بناء على درجات العضوية.  
حساب المتوسطات means:

$$\mu_{\varphi}(f, W_{ij}) = \langle + \rangle \left( \frac{w_{ij}(x, y)}{\text{card}(W_{ij})} \langle \times \rangle f(x, y) \right)$$

حساب التباينات variance:

$$\sigma_{\varphi}^2(f, W_{ij}) = \sum_{(x, y) \in D} \frac{w_{ij}(x, y) \| f(x, y) \langle - \rangle \mu_{\varphi}(f, W_{ij}) \|_E^2}{\text{card}(W_{ij})}$$

حيث:

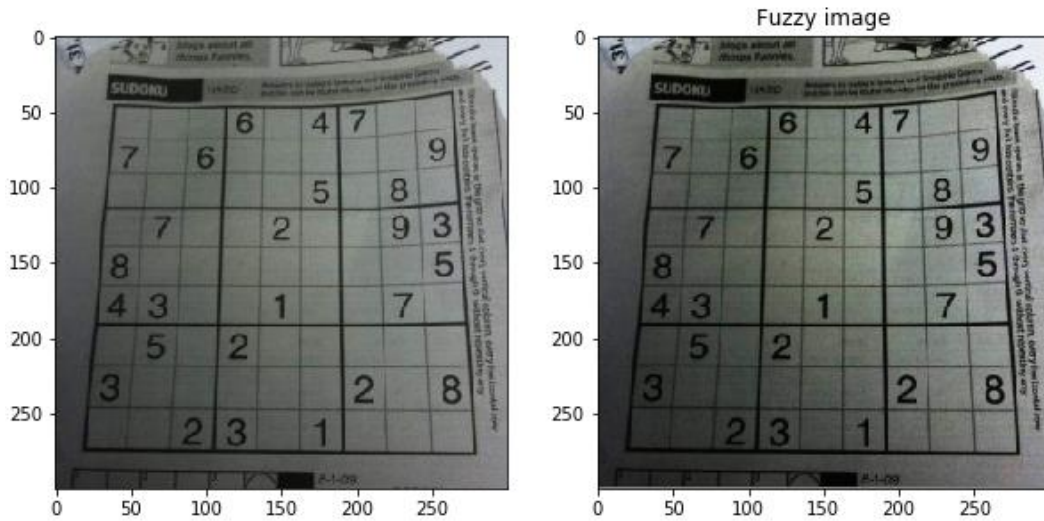
$$\text{card}(W_{ij}) = \sum_{(x, y) \in D} w_{ij}(x, y)$$

والجمع الجمع والطرح والطرف بين قناتين:

$$\lambda \langle \times \rangle v = \frac{(1+v)^{\lambda} - (1-v)^{\lambda}}{(1+v)^{\lambda} + (1-v)^{\lambda}} \quad v_1 \langle - \rangle v_2 = \frac{v_1 - v_2}{1 - v_1 v_2} \quad v_1 \langle + \rangle v_2 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

٤. دمج الثلاث قنوات لاستخراج الصورة الجديدة

مثال تطبيق الخوارزمية على صورة





المراجع:

1. <https://slidetodoc.com/fuzzy-pattern-recognition-overview-of-pattern-recognition-pattern/>
2. [https://www.researchgate.net/publication/237202014\\_Color\\_Image\\_Enhancement\\_Using\\_the\\_Support\\_Fuzzification\\_in\\_the\\_Framework\\_of\\_the\\_Logarithmic\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/237202014_Color_Image_Enhancement_Using_the_Support_Fuzzification_in_the_Framework_of_the_Logarithmic_Model)
- 3.

---

Thank you!