

함수형 프로그래밍 소개

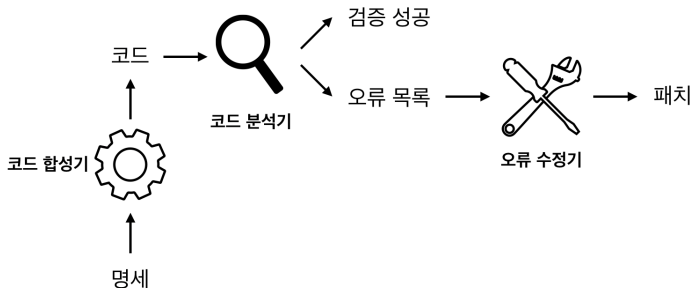
오학주

고려대학교 정보대학 컴퓨터학과

September 19, 2019

소개

- ▶ 소속: 고려대학교 정보대학 컴퓨터학과
- ▶ 분야: 프로그래밍 언어, 소프트웨어 분석, 소프트웨어 보안

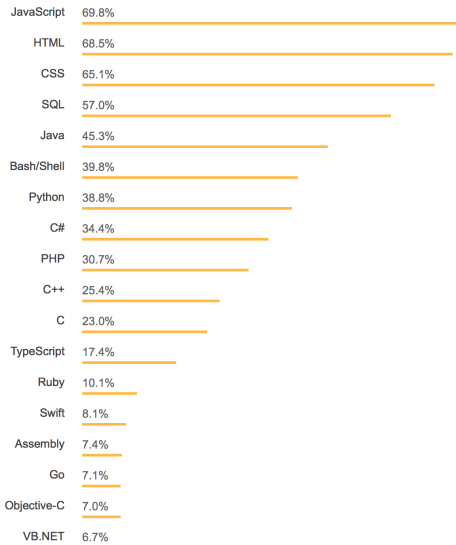


- ▶ 웹사이트: <http://prl.korea.ac.kr>

함수형 프로그래밍

(Functional Programming)

프로그래밍 언어 순위 (인기순)



프로그래밍 언어 순위 (연봉순)



함수형 언어의 활용 사례



Bloomberg



Jane Street



함수형 프로그래밍 언어의 특징

- ▶ 함수를 특별하지 않게, 다른 값과 동일하게 취급 (functions are first-class value)
 - ▶ 예: 이름을 붙이지 않고 함수를 정의할 수 있고, 다른 함수의 인자로 넘길 수 있고, 다른 함수로부터 리턴할 수 있음
 - ▶ 언어의 표현력을 높여주어 간결한 프로그램 작성이 가능
- ▶ 한번 정의된 값은 변하지 않음 (values are immutable)
 - ▶ 예: `str.replace('a', 'b')`는 새로운 문자열을 생성할 뿐 다른 부수효과(side effect)를 가지지 않음
 - ▶ 프로그램의 복잡도를 낮추어 이해하기 쉬운 프로그램 작성이 가능
- ▶ 정적 타입 시스템 (static type system)
 - ▶ 예: `a+b`에서 타입 오류가 발생할 수 있는지 컴파일 단계에서 검증
 - ▶ 발생가능한 모든 타입 오류를 컴파일 단계에서 검출하여 테스트 불필요

Programming in OCaml

- ▶ 함수형 프로그래밍 (Functional programming)
- ▶ 정적 타입 시스템 (Static type system)
- ▶ 자동 타입 추론 (Automatic type inference)
- ▶ 데이터 타입, 패턴 매칭 (Datatypes and pattern matching)
- ▶ 다형성 (Polymorphism)
- ▶ 모듈 (Modules)
- ▶ 메모리 재활용 (Garbage Collection)
- ▶ ...

OCaml 프로그램의 기본 단위는 식

- ▶ 프로그램을 구성하는 두 단위:
 - ▶ 명령문 (statement): 기계 상태를 변경
$$x = x + 1$$
 - ▶ 식 (expression): 상태 변경 없이 값을 계산
$$(x + y) * 2$$
- ▶ 프로그래밍 언어를 구분하는 한가지 기준:
 - ▶ 명령문을 중심으로 프로그램을 작성
 - ▶ C, C++, Java, Python, JavaScript, etc
 - ▶ often called “imperative languages”
 - ▶ 식을 중심으로 프로그램을 작성
 - ▶ ML, Haskell, Scala, Lisp, etc
 - ▶ often called “functional languages”

OCaml 프로그램의 기본 구조

값 정의들의 나열:

```
let  $x_1$  =  $e_1$   
let  $x_2$  =  $e_2$   
   $\vdots$   
let  $x_n$  =  $e_n$ 
```

- ▶ 식 e_1, e_2, \dots, e_n 을 순차적으로 계산
- ▶ 변수 x_i 는 식 e_i 의 값을 지칭

예제

- ▶ Hello World:

```
let hello = "Hello"
let world = "World"
let helloworld = hello ^ " " ^ world
let _ = print_endline helloworld
```

- ▶ 인터프리터를 이용한 실행:

```
$ ocaml helloworld.ml
Hello World
```

- ▶ REPL(대화형 실행 환경)을 이용한 실행:

```
$ ocaml
      OCaml version 4.04.0
```

```
# let hello = "Hello";;
val hello : string = "Hello"
# let world = "World";;
val world : string = "World"
# let helloworld = hello ^ " " ^ world;;
```

산술식 (Arithmetic Expressions)

- ▶ 정수 또는 실수값을 계산

```
# 1 + 2 * 3;;  
- : int = 7  
# 1.1 +. 2.2 *. 3.3;;  
- : float = 8.36
```

- ▶ 정수값을 위한 산술 연산자:

$a + b$	덧셈	a / b	나눗셈 (몫)
$a - b$	뺄셈	$a \bmod b$	나눗셈 (나머지)
$a * b$	곱셈		

- ▶ 실수값을 위한 산술 연산자: $+. , -. , *. , /. , \dots$
- ▶ 정수 타입과 실수 타입을 명확히 구분

```
# 3 + 2.0;;  
Error: This expression has type float but an expression  
was expected of type int  
# 3 + int_of_float 2.0;;  
- : int = 5
```

논리식 (Boolean Expressions)

- ▶ 논리값 (참, 거짓)을 계산하는 식

```
# true;;  
- : bool = true  
# false;;  
- : bool = false
```

- ▶ 비교 연산자 (산술식들로부터 논리식을 구성):

```
# 1 = 2;;  
- : bool = false  
# 1 <> 2;;  
- : bool = true  
# 2 <= 2;;  
- : bool = true
```

- ▶ 논리 연산자 (논리식들로부터 새로운 논리식을 구성):

```
# true && (false || not false);;  
- : bool = true  
# (2 > 1) && (3 > 2);;  
- : bool = true
```

기본값 (Primitive Values)

- ▶ 프로그래밍 언어에서 기본적으로 제공하는 값
- ▶ OCaml은 정수(integer), 실수(float), 논리(boolean), 문자(character), 문자열(string), 유닛(unit)값을 제공

```
# 'c';;
```

```
- : char = 'c'
```

```
# "Objective " ^ "Caml";;
```

```
- : string = "Objective Caml"
```

```
# ();;
```

```
- : unit = ()
```

정적 타입 시스템 (Static Type System)

- ▶ 타입 오류가 있는 프로그램은 컴파일러를 통과하지 못함:

```
# 1 + true;;
```

Error: This expression has type bool but an expression was expected of type int

- ▶ 발생 가능한 모든 타입 오류를 실행전에 찾아냄
- ▶ OCaml로 작성된 프로그램의 안정성이 높은 이유

정적/동적 타입 시스템

타입 시스템을 기준으로 한 프로그래밍 언어의 구분:

- ▶ 정적 타입 언어 (Statically typed languages)
 - ▶ 타입 체킹을 컴파일 시간에 수행
 - ▶ 타입 오류를 프로그램 실행전에 검출
 - ▶ C, C++, Java, ML, Scala, etc
- ▶ 동적 타입 언어 (Dynamically typed languages):
 - ▶ 타입 체킹을 실행중에 수행
 - ▶ 타입 오류를 프로그램 실행중에 검출
 - ▶ Python, JavaScript, Ruby, Lisp, etc

정적 타입 언어들은 다시 두가지로 구분:

- ▶ 안전한(Type-safe) 언어:
 - ▶ 타입 체킹을 통과한 프로그램은 실행중에 타입 오류가 없음.
 - ▶ 모든 타입 오류가 실행전에 검출됨.
 - ▶ 프로그램이 실행중에 비정상적으로 종료되지 않음.
 - ▶ ML, Haskell, Scala
- ▶ 안전하지 않은 (Unsafe) 언어:
 - ▶ 타입 체킹을 통과해도 실행중에 여전히 타입 오류가 발생 가능
 - ▶ C, C++

장단점

정적 타입 언어:

- ▶ (+) 타입 오류가 프로그램 개발중에 검출됨
- ▶ (+) 실행중에 타입 체크를 하지 않으므로 실행이 효율적
- ▶ (-) 동적 언어보다 경직됨

동적 타입 언어:

- ▶ (-) 타입 오류가 실행중에 예상치 못하게 나타남
- ▶ (+) 다양한 언어 특징을 유연하게 제공하기 쉬움
- ▶ (+) 쉽고 빠른 프로토타이핑

조건식 (Conditional Expression)

`if e_1 then e_2 else e_3`

- ▶ e_1 은 반드시 논리식이여야 함. 즉 e_1 의 값은 참 또는 거짓

```
# if 1 then 2 else 3;;
```

Error: This expression has type int but an expression was expected of type bool

- ▶ 조건식의 값은 e_1 의 값에 따라서 결정

```
# if 2 > 1 then 0 else 1;;
```

```
- : int = 0
```

```
# if 2 < 1 then 0 else 1;;
```

```
- : int = 1
```

- ▶ e_2 와 e_3 는 타입이 같아야 함

```
# if true then 1 else true;;
```

Error: This expression has type bool but an expression was expected of type int

함수식 (Function Expression)

`fun x -> e`

- ▶ 형식 인자 (formal parameter)가 x 이고 몸통 (body)이 e 인 함수값(function value)을 생성
- ▶ 함수의 예:

- ▶ `fun x -> x + 1`
- ▶ `fun y -> y * y`
- ▶ `fun x -> if x > 0 then x + 1 else x * x`
- ▶ `fun x -> fun y -> x + y`
- ▶ `fun x -> fun y -> fun z -> x + y + z`

- ▶ 설탕 구조 (syntactic sugar):

`fun x1 ... xn -> e`

- ▶ `fun x y -> x + y = fun x -> fun y -> x + y`
- ▶ `fun x y z -> x + y + z = fun x -> fun y -> fun z -> x + y + z`

함수식 (Function Expression)

```
# fun x -> x + 1;;  
- : int -> int = <fun>  
  
# fun y -> y * y;;  
- : int -> int = <fun>  
  
# fun x -> if x > 0 then x + 1 else x * x;;  
- : int -> int = <fun>  
  
# fun x -> fun y -> x + y;;  
- : int -> int -> int = <fun>  
  
# fun x -> fun y -> fun z -> x + y + z;;  
- : int -> int -> int -> int = <fun>  
  
# fun x y z -> x + y + z;;  
- : int -> int -> int -> int = <fun>
```

함수 호출식(Function Call)

$e_1 \ e_2$

- ▶ e_1 : 함수값을 만들어내는 식이어야 함
- ▶ e_2 : 함수 전달 인자 (actual parameter)

```
# (fun x -> x * x) 3;;
```

```
- : int = 9
```

```
# (fun x -> if x > 0 then x + 1 else x * x) 1;;
```

```
- : int = 2
```

```
# (fun x -> if x > 0 then x + 1 else x * x) (-2);;
```

```
- : int = 4
```

```
# (fun x -> fun y -> x + y) 1 2;;
```

```
- : int = 3
```

```
# (fun x -> fun y -> fun z -> x + y + z) 1 2 3;;
```

```
- : int = 6
```

- ▶ e_2 는 임의의 식이 가능:

```
# (fun f -> f 1) (fun x -> x * x);;
```

```
- : int = 1
```

```
# (fun x -> x * x) ((fun x -> if x > 0 then 1 else 2) 3);;
```

```
- : int = 1
```

Let Expression

값에 이름 붙이기:

$$\text{let } x = e_1 \text{ in } e_2$$

- ▶ e_1 의 값을 x 라고 하고 e_2 를 계산
 - ▶ x : 값의 이름 (변수)
 - ▶ e_1 : 정의식 (binding expression)
 - ▶ e_2 : 몸통식 (body expression)
- ▶ x 의 유효범위(scope)는 e_2

```
# let x = 1 in x + x;;  
- : int = 2  
# let x = 1 in x + 1;;  
- : int = 2  
# (let x = 1 in x) + x;;  
Error: Unbound value x  
# (let x = 1 in x) + (let x = 2 in x);;  
- : int = 3
```

Let Expression

- ▶ e_1 과 e_2 는 임의의 식이 될 수 있음

```
# let x = (let y = 1 in y + 1) in x + 1;;  
- : int = 3  
# let x = 1 in  
    let y = 2 in  
        x + y;;  
- : int = 3
```

- ▶ 함수 정의:

```
# let square = fun x -> x * x in square 2;;  
- : int = 4  
# let add x y = x + y in add 1 2;;  
- : int = 3
```

- ▶ 재귀 함수 정의:

```
# let rec fact a = if a = 1 then 1 else a * fact (a - 1);;  
val fact : int -> int = <fun>  
# fact 5;;  
- : int = 120
```

함수값을 자유롭게 사용 가능

프로그램에서 함수도 최대의 자유도를 가짐 (First-class values):

- ▶ 함수를 지칭하는 이름을 만들 수 있음:

```
# let square = fun x -> x * x;;  
# square 2;;  
- : int = 4
```

- ▶ 함수를 다른 함수의 인자로 전달 가능:

```
# let sum_if_true test first second =  
  (if test first then first else 0)  
  + (if test second then second else 0);;  
val sum_if_true : (int -> bool) -> int -> int -> int = <fun>  
  
# sum_if_true (fun x -> x mod 2 = 0) 3 4;;  
- : int = 4
```


함수값을 자유롭게 사용 가능

- ▶ 함수를 다른 함수의 반환 값으로 전달 가능

```
# let plus_a a = fun b -> a + b;;  
val plus_a : int -> int -> int = <fun>  
  
# let f = plus_a 3;;  
val f : int -> int = <fun>  
# f 1;;  
- : int = 4  
# f 2;;  
- : int = 5
```

- ▶ 고차함수(Higher-order function): 다른 함수를 인자로 받거나 반환하는 함수. 언어의 표현력을 높이는 주된 특징.

패턴 매칭 (Pattern Matching)

- ▶ 패턴 매칭을 이용한 값의 구조 분석
- ▶ 팩토리얼 예제:

```
let rec factorial a =  
  if a = 1 then 1 else a * factorial (a - 1)
```

```
let factorial a =  
  match a with  
  1 -> 1  
  | _ -> a * factorial (a - 1)
```

패턴 매칭 (Pattern Matching)

The nested if-then-else expression

```
let isabc c = if c = 'a' then true
              else if c = 'b' then true
              else if c = 'c' then true
              else false
```

can be written using pattern matching:

```
let isabc c =
  match c with
  | 'a' -> true
  | 'b' -> true
  | 'c' -> true
  | _   -> false
```

or simply,

```
let isabc c =
  match c with
  | 'a' | 'b' | 'c' -> true
  | _   -> false
```

리스트 (Lists)

- ▶ 유한한 원소들의 나열:

```
# [1; 2; 3];;
```

```
- : int list = [1; 2; 3]
```

- ▶ 순서가 중요: e.g., [3;4], [4;3], [3;4;3], [3;3;4]

- ▶ 모든 원소가 같은 타입이어야 함

- ▶ [(1, "one"); (2, "two")] : (int * string) list

- ▶ [[]; [1]; [1;2]; [1;2;3]] : (int list) list

- ▶ 리스트의 원소는 변경이 불가능 (immutable)

- ▶ 리스트의 첫 원소를 *head*, 나머지를 *tail*이라고 부름

```
# List.hd [5];;
```

```
- : int = 5
```

```
# List.tl [5];;
```

```
- : int list = []
```

리스트 예제

- ▶ # [1;2;3;4;5];;
- : int list = [1; 2; 3; 4; 5]
- ▶ # ["OCaml"; "Java"; "C"];;
- : string list = ["OCaml"; "Java"; "C"]
- ▶ # [(1,"one"); (2,"two"); (3,"three")];;
- : (int * string) list = [(1, "one"); (2, "two"); (3, "three")]
- ▶ # [[1;2;3];[2;3;4];[4;5;6]];;
- : int list list = [[1; 2; 3]; [2; 3; 4]; [4; 5; 6]]
- ▶ # [1;"OCaml";3] ;;
Error: This expression has type string but an expression was
expected of type int

리스트를 만드는 방법

- ▶ []: 빈 리스트(nil)
- ▶ :: (cons): 리스트의 앞에 하나의 원소를 추가:

```
# 1::[2;3];;
```

```
- : int list = [1; 2; 3]
```

```
# 1::2::3::[];;
```

```
- : int list = [1; 2; 3]
```

([1; 2; 3] is a shorthand for 1::2::3::[])

- ▶ @ (append): 두 리스트를 이어붙이기:

```
# [1; 2] @ [3; 4; 5];;
```

```
- : int list = [1; 2; 3; 4; 5]
```

리스트 패턴

리스트를 다룰 때 패턴 매칭이 매우 유용하게 쓰임

- ▶ Ex1) 빈 리스트인지 검사하는 함수:

```
# let isnil l =  
    match l with  
    [] -> true  
    | _ -> false;;  
val isnil : 'a list -> bool = <fun>  
# isnil [1];;  
- : bool = false  
# isnil [];;  
- : bool = true
```

리스트 패턴

- ▶ Ex2) 리스트의 길이를 구하는 함수:

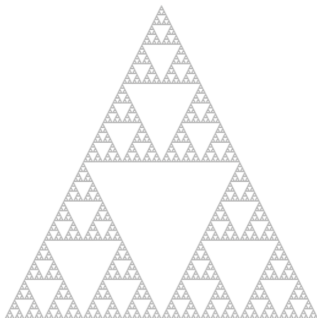
```
# let rec length l =  
  match l with  
    [] -> 0  
    |h::t -> 1 + length t;;  
val length : 'a list -> int = <fun>  
# length [1;2;3];;  
- : int = 3
```

쓰이지 않는 구성요소는 _ 로 대체 가능:

```
let rec length l =  
  match l with  
    [] -> 0  
    |_::t -> 1 + length t;;
```


재귀적 사고의 간결함

- ▶ 함수형 언어에서 반복은 주로 재귀함수로 표현
- ▶ Ex) 아래 도형을 그리는 프로그램?



예: 삽입 정렬 (insertion sort)

- ▶ 정렬된 리스트 l에 원소 a 추가하기:

```
let rec insert a l =  
  match l with  
  | [] -> [a]  
  | hd::tl -> if a <= hd then a::hd::tl  
               else hd::(insert a tl)
```

예: 삽입 정렬 (insertion sort)

- ▶ 정렬된 리스트 l에 원소 a 추가하기:

```
let rec insert a l =  
  match l with  
  | [] -> [a]  
  | hd::tl -> if a <= hd then a::hd::tl  
               else hd::(insert a tl)  
  
# insert 2 [1;3];;  
- : int list = [1; 2; 3]  
# insert 3 [1;2];;  
- : int list = [1; 2; 3]
```

예: 삽입 정렬 (insertion sort)

- ▶ 정렬된 리스트 l에 원소 a 추가하기:

```
let rec insert a l =  
  match l with  
  | [] -> [a]  
  | hd::tl -> if a <= hd then a::hd::tl  
               else hd::(insert a tl)
```

```
# insert 2 [1;3];;  
- : int list = [1; 2; 3]  
# insert 3 [1;2];;  
- : int list = [1; 2; 3]
```

- ▶ let rec sort l =
 match l with
 | [] -> []
 | hd::tl -> insert hd (sort tl)

예: 삽입 정렬 (insertion sort)

- ▶ 정렬된 리스트 l에 원소 a 추가하기:

```
let rec insert a l =  
  match l with  
  | [] -> [a]  
  | hd::tl -> if a <= hd then a::hd::tl  
               else hd::(insert a tl)
```

```
# insert 2 [1;3];;  
- : int list = [1; 2; 3]  
# insert 3 [1;2];;  
- : int list = [1; 2; 3]
```

- ▶ let rec sort l =
 match l with
 | [] -> []
 | hd::tl -> insert hd (sort tl)

```
# sort [2;1;3];;  
- : int list = [1; 2; 3]
```

cf) C-style 언어와 비교

```
for (c = 1 ; c <= n - 1; c++) {  
    d = c;  
    while ( d > 0 && array[d] < array[d-1]) {  
        t          = array[d];  
        array[d]   = array[d-1];  
        array[d-1] = t;  
        d--;  
    }  
}
```

명령형 vs. 함수형 프로그래밍

- ▶ Imperative programming focuses on describing **how** to accomplish the given task:

```
int factorial (int n) {  
    int i; int r = 1;  
    for (i = 0; i < n; i++)  
        r = r * i;  
    return r;  
}
```

Imperative languages encourage to use statements and loops.

- ▶ Functional programming focuses on describing **what** the program must accomplish:

```
let rec factorial n =  
    if n = 0 then 1 else n * factorial (n-1)
```

Functional languages encourage to use expressions and recursion.

명령형 vs. 함수형 프로그래밍

함수형 프로그래밍

- ▶ 높은 추상화 수준에서 프로그래밍
- ▶ 견고한 소프트웨어를 작성하기 쉬움
- ▶ 소프트웨어의 실행 성질을 분석하기 쉬움

명령형 프로그래밍

- ▶ 낮은 추상화 수준에서 프로그래밍
- ▶ 견고한 소프트웨어를 작성하기 어려움
- ▶ 소프트웨어의 실행 성질을 분석하기 어려움

오해: 재귀 함수는 비싸다?

- ▶ In C and Java, we are encouraged to avoid recursion because function calls consume additional memory.

```
void f() { f(); }           /* stack overflow */
```

- ▶ This is not true in functional languages. The same program in ML iterates forever:

```
let rec f () = f ()
```

- ▶ 단순히 함수가 재귀적으로 정의되었다고 계산과정이 비싼것이 아님.

꼬리 재귀 함수 (Tail-Recursive Functions)

More precisely, *tail-recursive functions* are not expensive in ML. A recursive call is a tail call if there is nothing to do after the function returns.

- ▶

```
let rec last l =  
  match l with  
  | [a] -> a  
  | _::tl -> last tl
```
- ▶

```
let rec factorial a =  
  if a = 1 then 1  
  else a * factorial (a - 1)
```

Languages like ML, Scheme, Scala, and Haskell do *tail-call optimization*, so that tail-recursive calls do not consume additional amount of memory.

고차 함수 (Higher-Order Functions)

- ▶ 다른 함수를 인자로 받거나 리턴하는 함수
- ▶ 높은 추상화(abstraction) 수준에서 프로그램을 작성하게 함
- ▶ 간결하고 재사용 가능한 코드를 작성하는데 있어서 필수

추상화 (Abstraction)

- ▶ 복잡한 개념에 이름을 붙여서 속내용을 모른채 사용할 수 있도록 하는 장치
- ▶ 좋은 프로그래밍 언어는 강력한 추상화 기법을 제공
- ▶ ex) $2^3 + 3^3 + 4^3$ 을 계산하는 프로그램을 작성하는 방법:
 - ▶ $2*2*2 + 3*3*3 + 4*4*4$
 - ▶

```
let cube n = n * n * n
in cube 2 + cube 3 + cube 4
```
- ▶ 모든 프로그래밍 언어는 추상화 도구로 변수와 함수를 제공
 - ▶ 변수: 반복적으로 사용하는 값에 붙인 이름
 - ▶ (일차)함수: 반복적으로 사용하는 연산에 붙인 이름
- ▶ 고차 함수: 반복되는 프로그래밍 패턴에 붙인 이름

List.map

Three similar functions:

```
let rec inc_all l =  
  match l with  
  | [] -> []  
  | hd::tl -> (hd+1)::(inc_all tl)
```

```
let rec square_all l =  
  match l with  
  | [] -> []  
  | hd::tl -> (hd*hd)::(square_all tl)
```

```
let rec cube_all l =  
  match l with  
  | [] -> []  
  | hd::tl -> (hd*hd*hd)::(cube_all tl)
```

List.map

The code pattern can be captured by the higher-order function `map`:

```
let rec map f l =  
  match l with  
  | [] -> []  
  | hd::tl -> (f hd)::(map f tl)
```

With `map`, the functions can be defined as follows:

```
let inc x = x + 1  
let inc_all l = map inc l  
  
let square x = x * x  
let square_all l = map square l  
  
let cube x = x * x * x  
let cube_all l = map cube l
```

Or, using nameless functions:

```
let inc_all l = map (fun x -> x + 1) l  
let square_all l = map (fun x -> x * x) l  
let cub_all l = map (fun x -> x * x * x) l
```

List.fold_right

Two similar functions:

```
let rec sum l =  
  match l with  
  | [] -> 0  
  | hd::tl -> hd + (sum tl)
```

```
let rec prod l =  
  match l with  
  | [] -> 1  
  | hd::tl -> hd * (prod tl)
```

```
# sum [1; 2; 3; 4];;  
- : int = 10  
# prod [1; 2; 3; 4];;  
- : int = 24
```

List.fold_right

The code pattern can be captured by the higher-order function `fold`:

```
let rec fold_right f l a =  
  match l with  
  | [] -> a  
  | hd::tl -> f hd (fold_right f tl a)
```

```
let sum lst = fold_right (fun x y -> x + y) lst 0  
let prod lst = fold_right (fun x y -> x * y) lst 1
```


fold_right vs. fold_left

```
let rec fold_right f l a =  
  match l with  
  | [] -> a  
  | hd::tl -> f hd (fold_right f tl a)
```

```
let rec fold_left f a l =  
  match l with  
  | [] -> a  
  | hd::tl -> fold_left f (f a hd) tl
```

차이점

▶ 순서

- ▶ `fold_right`은 리스트를 오른쪽에서 왼쪽으로:

```
fold_right f [x;y;z] init = f x (f y (f z init))
```

- ▶ `fold_left`는 리스트를 왼쪽에서 오른쪽으로:

```
fold_left f init [x;y;z] = f (f (f init x) y) z
```

- ▶ 결합법칙이 성립하지 않는 `f`에 대해서 결과가 다를 수 있음

▶ 타입

```
fold_right : ('a -> 'b -> 'b) -> 'a list -> 'b -> 'b
```

```
fold_left  : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a
```

- ▶ `fold_left`는 끝재귀호출(tail-recursion)

요약

함수형 프로그래밍 언어의 특징

- ▶ 함수를 특별하게 다루지 않는다 \Rightarrow 표현력 증가
- ▶ 한번 정의된 값은 변하지 않는다 \Rightarrow 복잡도 감소
- ▶ 안전한 정적 타입 시스템 \Rightarrow 안정성 증가
- ▶ 자동 타입 추론, 데이터 타입, 모듈 함수, ...

감사합니다!