

# 41. AMO rezultāti tabulās un zīmējumos

## Anotācija

Šajā dokumentā apkopoti daži 41. Atklātās matemātikas olimpiādes (2014.m.g.) rezultātu kopsavilkumi. Izmantojot izklājlapas, ko publisko LU Neklātienes Matemātikas Skola, aprēķināts dalībnieku skaits, dalības aktivitāte (AMO dalībnieku īpatsvars no visiem attiecīgā vecuma skolēniem), dalība un rezultāti atkarībā no skolēnu ģeogrāfijas, urbanizācijas, valodas, dzimuma. Apkopoti saraksti ar skolotājiem un skolām, kas nodrošinājuši augstu dalību vai ieguvuši lielu punktu kopskaitu. Pārskata nobeigumā minēti dati arī par uzdevumiem — vidējais punktu skaits un vērtējumu sadalījums, kāda daļa no rēķinātājiem neuzsāka risināt ("mīnusu" jeb neatrasto risinājumu skaits galavērtējumā), kāda ir konkrētā uzdevuma vērtējumu korelācija ar pārējo uzdevumu vērtējumu summu.

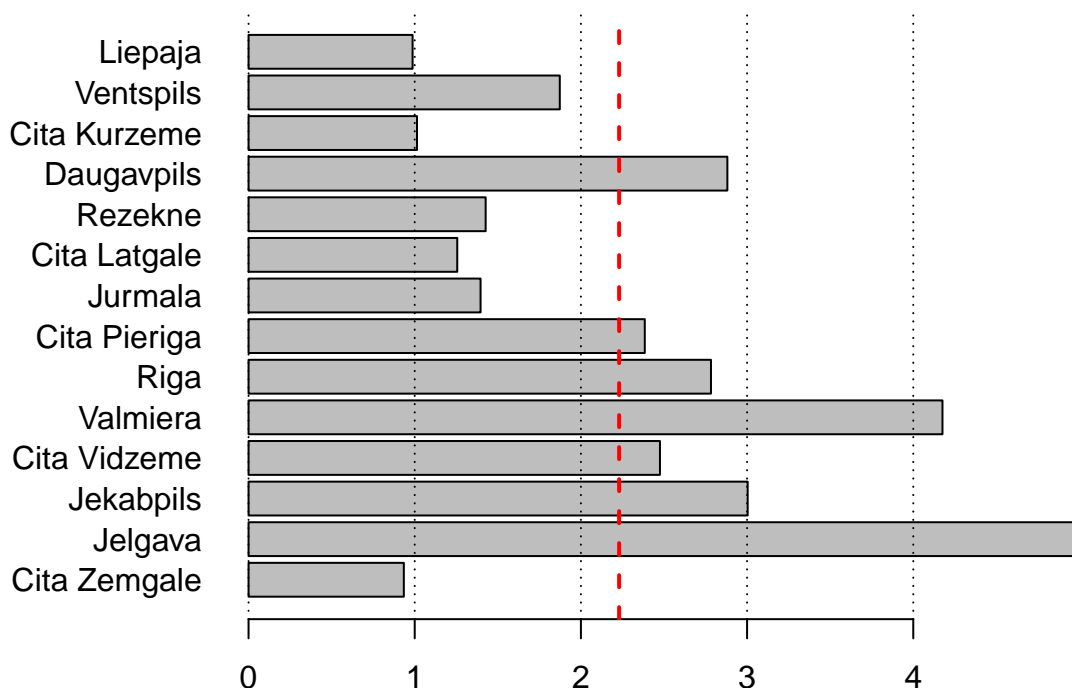
## 1 Dalībnieku aktivitāte

Šajā sadaļā atbildēsim uz jautājumu, kāda daļa no 6.klasei atbilstošās vecuma grupas skolēniem piedalījās 41. AMO. Dati par skolēnu skaitu pa reģioniem, klasēm un mācību valodām ņemti no IZM publiskotās statistikas — <http://izm.gov.lv/lv/publikacijas-un-statistika/statistika-par-visparejo-izglitiba/> 2014-2015-m-g. Dati apkopoti par 9 lielajām pilsētām kā arī par reģioniem, kuros nav ietvertas lielās pilsētas. Ar reģioniem domāti NUTS 3 reģioni — sk. [http://en.wikipedia.org/wiki/Statistical\\_regions\\_of\\_Latvia](http://en.wikipedia.org/wiki/Statistical_regions_of_Latvia) - Kurzeme, Latgale, Pierīga Rīga, Vidzeme, Zemgale.

### 1.1 Dalība olimpiādē

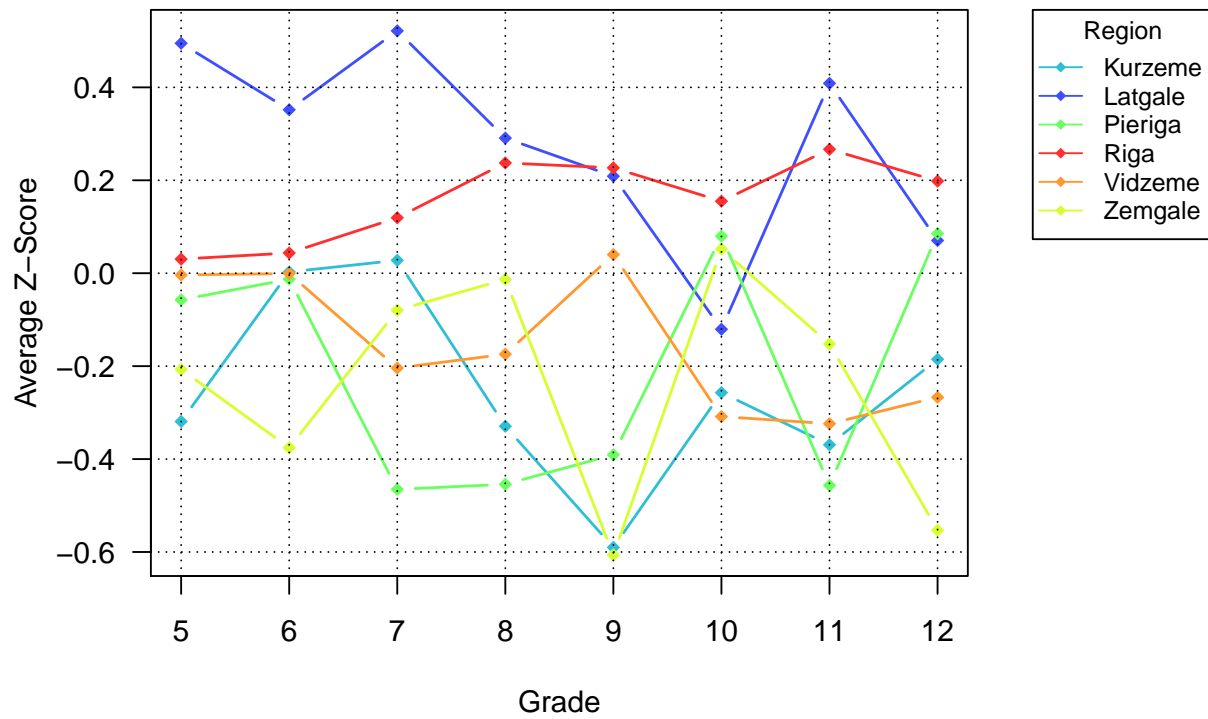
	Participants	All (Grades 5-12)	Activity %
Liepāja	48	4863	0.99
Ventspils	46	2456	1.87
Cita Kurzeme	95	9371	1.01
Daugavpils	150	5206	2.88
Rezekne	35	2453	1.43
Cita Latgale	133	10590	1.26
Jurmala	35	2507	1.40
Cita Pierīga	376	15769	2.38
Rīga	1075	38631	2.78
Valmiera	95	2275	4.18
Cita Vidzeme	272	10987	2.48
Jekabpils	44	1465	3.00
Jelgava	184	3689	4.99
Cita Zemgale	91	9739	0.93
*** Visa Latvija	2679	120001	2.23

## Number of Participants per Region (%)

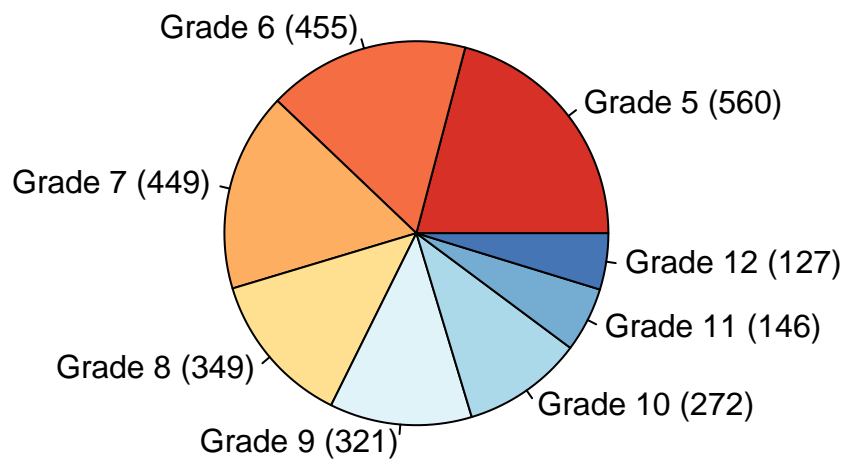


Ir svarīgs ne tikai dalībnieku skaits, bet arī viņu sagatavotības līmenis. Šajā grafikā ikviena olimpiādes dalībnieka rezultātam ir aprēķināta z-normalizētā vērtība jeb *z-score*, t.i. no iegūtā punktu skaita jeb *raw score* atņem attiecīgās klases aritmētisko vidējo un izdala ar attiecīgās klases standartnovirzi. Pēc tam katrā reģionā un katrā klašu grupā atsevišķi rēķina šo z-normalizēto vērtību aritmētisko vidējo. Kā redzams diagrammā, vislabākie vērtējumi olimpiādēs ir Latgalē (zilais grafiks) un Rīgā (sarkanais grafiks). Jaunāko klašu grupās Latgales skolnieku rezultāti pārsniedz valstī vidējo par aptuveni 0.3-0.5 standartnovirzēm. (Tipiski jebkurā klašu grupā punktu skaita standartnovirze ir  $\sigma \in [8, 11]$ , t.i. Latgales skolēnu rezultāti vidēji ir par 3-4 punktiem augstāki nekā citur. Tomēr salīdzināt iegūto punktu starpības nav visai korekti, jo katrā olimpiādes gadā un klašu grupā uzdevumu grūtība un tāpat arī punktu izkliede var jūtami atšķirties.)

### Z-Scores per Region



### Participants per Grade



## 1.2 Dalība un sociāli-ekonomiskie rādītāji

Šeit varētu ievietot diagrammas pa novadiem vai novadu grupām, kas parāda divu parametru attiecību (varētu būt runa par burbulišu diagrammām, ko zīmē divās dimensijās; turklāt burbuliša laukums ir aptuveni proporcionāls skolēnu skaitam olimpiādē).

- Sociāli-ekonomisko rādītāju — bezdarbu, IIN uz 1 iedzīvotāju, pašvaldības izdevumus uz 1 skolēnu vai skolēnu skaitu skolā.
- Dalībnieku aktivitāti (dalībnieku attiecību pret visiem skolēniem novadā) kā arī olimpiādes summāro rezultātu (punktu summas attiecību pret visiem skolēniem novadā).

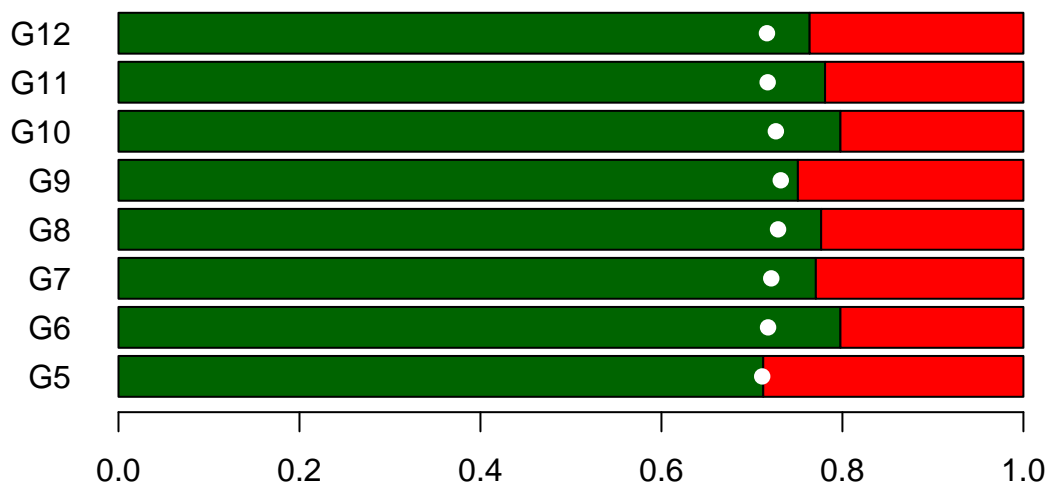
Šādas diagrammas palīdzētu saprast, kādi sociālie priekšnoteikumi veicina interesi par olimpiādēm, kāda izglītības politika (piemēram, mazo skolu saglabāšana vai slēgšana; lielāki vai mazāki izdevumi par vienu skolēnu) varētu pozitīvi iespaidot olimpiāžu rezultātus.

## 1.3 Dalībnieku struktūra

Atklātajā matemātikas olimpiādē sastopami darbi latviešu un krievu valodās. Valodu būtu visprecīzāk noteikt, aplūkojot katru konkrēto darbu. Par 41. AMO mums šādas informācijas nav, tādēļ valodu secinājam no skolēna reģistrācijā minētās informācijas, vai arī viņa skolā dominējošo valodu, bet jauktām skolām — valodu, kas visbiežāk sastopama pieteiktā matemātikas skolotāja audzēkņu vidū. Katras klases joslas iekšpusē iezīmēts balts aplītis, kurš parāda latviešu skolēnu īpatsvaru visu attiecīgās klases audzēkņu vidū. Visām klašu grupām, izņemot 5. klasi, latviešu darbu īpatsvars 41. AMO ir nedaudz lielāks nekā skolēnu īpatsvars latviešu plūsmas skolās kopumā. Krievu valodā rakstošie skolēni olimpiādē piedalās nedaudz retāk, toties viņu rezultāti mēdz būt labāki (sk. apakšnodaļu "Pirmie 100 skolotāji pēc dalībnieku skaita augšējā kvartilē").

Kā redzams, dalība AMO nav pilnīgi proporcionāla latviešu un krievu skolu audzēkņu vidū. Tomēr atšķirības nav lielas — pie pašreizējās olimpiādes apmeklētības, šo statistiku varētu jūtami izmainīt, papildus piesaistot dalībai olimpiādē dažus desmitus skolēnu. Latvijas vispārizglītojošajās skolās mācības mēdz notikt arī poļu, ukraiņu, baltkrievu, angļu un franču valodās. Šo skolu audzēkņi var izvēlēties rakstīt darbu latviski vai krieviski. Viņu darbi pieskaitīti atkarībā no reģistrācijā norādītās valodas.

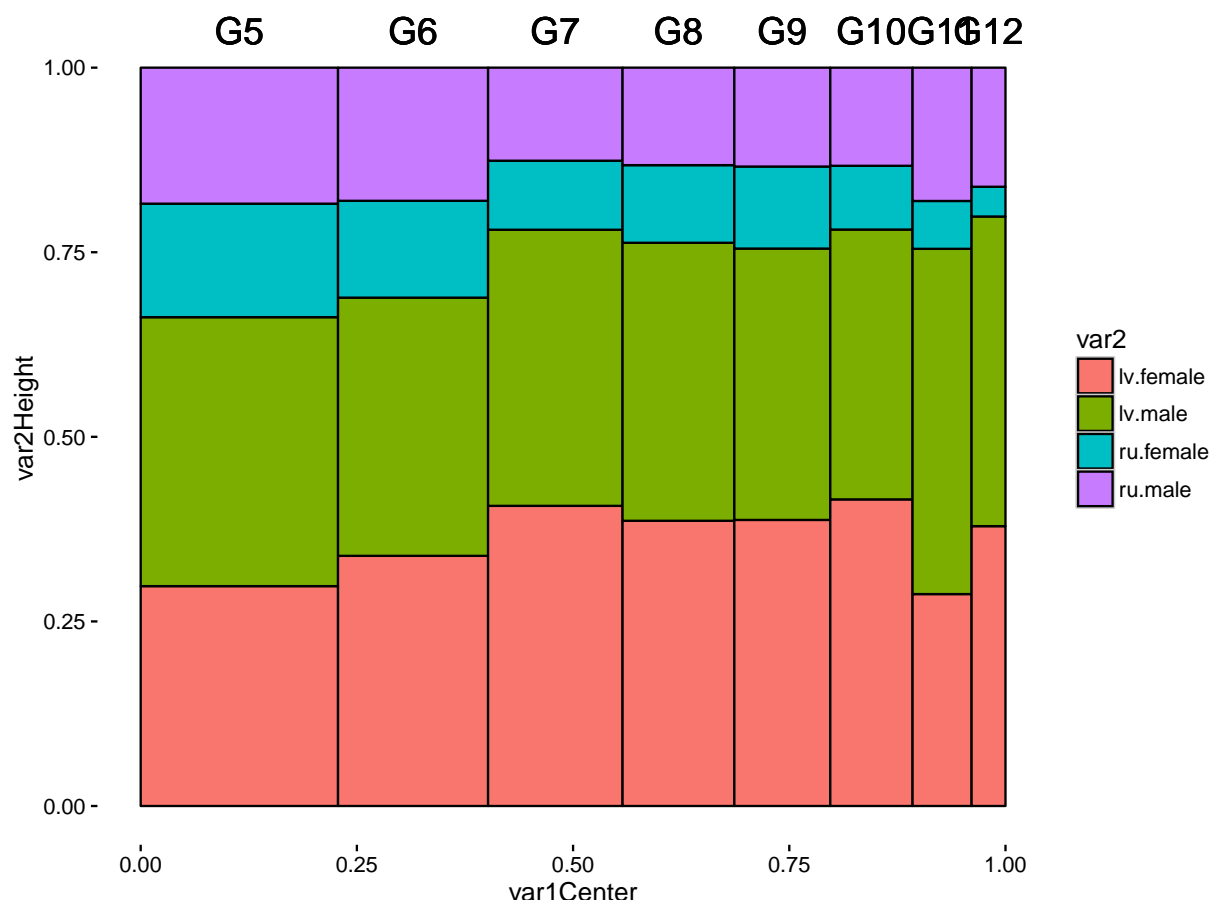
**Proportions of Olympiad Papers in Latvian and Russian**



Dalībnieku demogrāfisko struktūru var attēlot arī dažādām parametru kombinācijām. Šajā zīmējumā redzams dalībnieku sadalījums pa klasēm (vertikālie stabiņi), un katras klases iekšienē — arī pa darbu valodām un dalībnieku dzimumiem. Skolēna dzimums reģistrācijas un rezultātu datos nav dots, 41. AMO tos noteicām pēc skolēna vārda. Pasaulē ir matemātikas sacensības, piemēram, EGMO (European Girls' Mathematical Olympiad), kuru nolūks ir veicināt meiteņu pievēršanos eksaktajām un inženierzinātnēm. Kopš olimpiādes pirmsākumiem (2012. gadā Kembridžā) EGMO piedalās arī četras vecāko klašu skolnieces no Latvijas. Sk. <https://www.egmo.org/>.

Latviešu valodā rakstītajiem darbiem zēnu un meiteņu ir aptuveni vienāds skaits, bet krievu valodā rakstītajiem darbiem meiteņu vecāko klašu grupās ir pat divreiz mazāk nekā zēnu.

```
## Loading required package: ggplot2
## Warning: package 'ggplot2' was built under R version 3.2.4
```



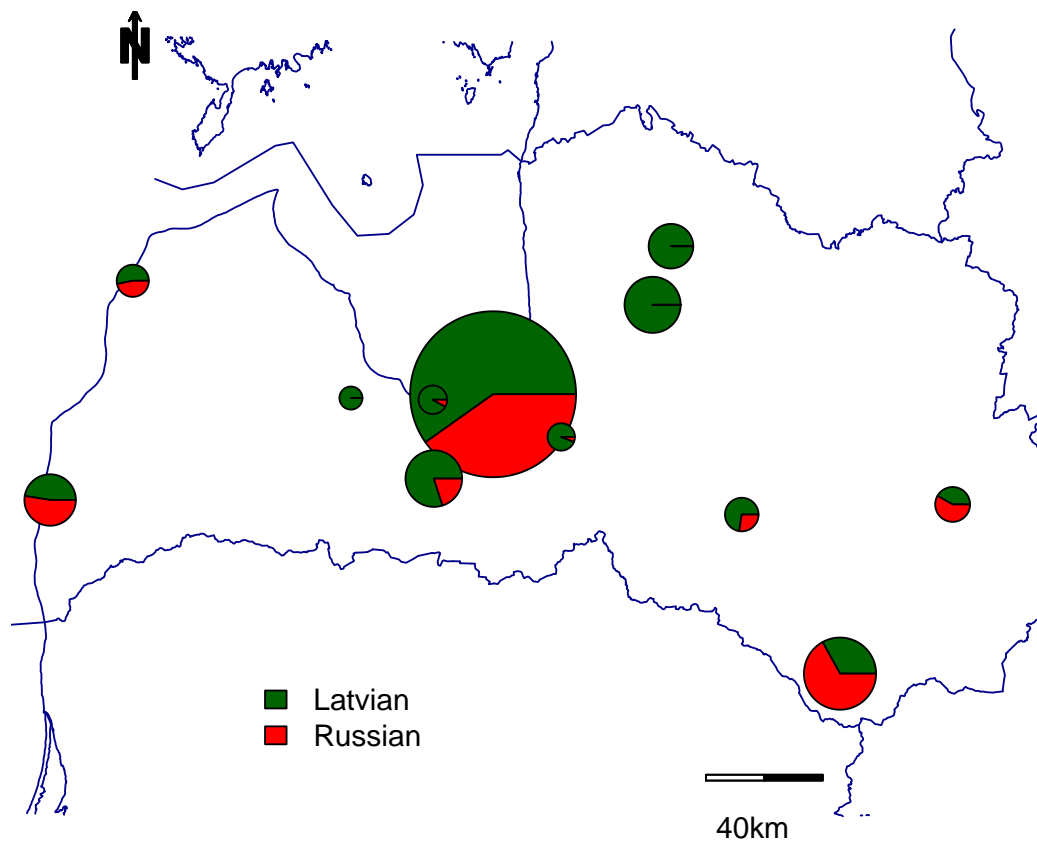
## 1.4 Dalībnieku valodas lielajās pilsētās

Šajā diagrammā mazie aplīši parāda olimpiādes darbu valodu proporciju Latvijas lielākajās pilsētās (9 lielās pilsētas kā arī Ogre, Tukums un Cēsis, kurās iedzīvotāju skaits ir tuvu 20 tūkstošiem - t.i. daudz neatšķiras no Valmieras un Jēkabpils iedzīvotāju skaita). Aplīša laukums ir aptuveni proporcionāls dalībnieku skaitam no attiecīgās pilsētas.

```
## Warning: package 'classInt' was built under R version 3.2.5
## Warning: package 'gridBase' was built under R version 3.2.5
## Warning: package 'maptools' was built under R version 3.2.5
## Loading required package: sp
```

```
## Warning: package 'sp' was built under R version 3.2.5
## Checking rgeos availability: FALSE
## Note: when rgeos is not available, polygon geometry computations in maptools depend on
gpclib,
## which has a restricted licence. It is disabled by default;
## to enable gpclib, type gpclibPermit()
## Loading required package: bitops
```

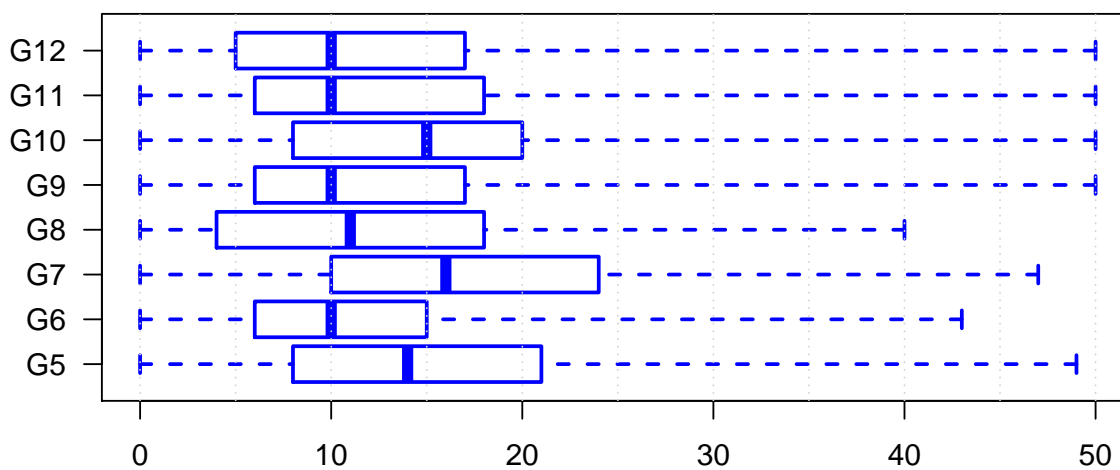
## Participants by Language in Cities



## 2 Vidējie rezultāti dalībnieku kategorijām

Zīmējumā dots rezultātu intervāls katrai klasei. “Kastītes” kreisā mala atbilst apakšējai kvartilei, labā mala — augšējai kvartilei, bet platā zilā svītriņa vidū — mediānai. Ja klases darbus sakārtotu punktu pieaugšanas secībā un sadalītu četrās vienādās daļās, tad viszemāko punktu ieguvēju ceturtdaļa atrastos uz kreisās ūsas, divas vidējās ceturtdaļas — kastītes iekšpusē, bet augšējā ceturtdaļa — uz labās ūsas. Kā redzams attēlā, 12. klases skolnieku iegūtais punktu skaits ir būtiski lielāks nekā citu klašu risinātājiem. To varētu izskaidrot daži viegli uzdevumi, kuri ir 12. klases komplektā.

### Total Points: Ranges and Quartiles per Grade



## 3 Skolas un skolotāji

Tabulā apkopoti dati par matemātikas skolotājiem:

**Participants** — Cik dalībnieku piedalījās olimpiādē.

**Q3** — Cik no viņiem ir ieguvuši rezultātu savas klases augšējā kvartilē. Punktu skaits, kas nepieciešams iekļūšanai augšējā kvartilē, ir atkarīgs no klases ( $Q_3(\text{Grade}5) = 21$ ,  $Q_3(\text{Grade}6) = 15$ ,  $Q_3(\text{Grade}7) = 24$ ,  $Q_3(\text{Grade}8) = 18$ ,  $Q_3(\text{Grade}9) = 17$ ,  $Q_3(\text{Grade}10) = 20$ ,  $Q_3(\text{Grade}11) = 18$ ,  $Q_3(\text{Grade}12) = 17$ .)

**Points** — Kāda ir attiecīgā skolotāja sagatavoto skolēnu punktu summa.

**School** — Skolotāja pārstāvētā skola.

Tajos gadījumos, kad skolēns norādījis vairākus skolotājus, attiecīgo dalībnieku un viņa punktus pieskaita visiem skolotājiem. Kā redzams tabulā, vairums risinātāju (93.3%) norādījuši tieši vienu skolotāju.

Norādīti skolotāji	Darbu skaits
0	34
1	2953
2	157
3	20
Kopa	3164

Turpmākajās tabulās doti trīs dažādu veidu reitingi — pirmie 100 skolotāji (pavisam bija 735 skolotāju, kuru vārdus skolēni norādīja savos darbos). Pirmajā reitingā skolotāji sakārtoti atbilstoši kopīgajam dalībnieku skaitam; otrajā reitingā — atbilstoši dalībnieku skaitam, kuru rezultāts ir augšējā kvartilē, trešajā reitingā — atbilstoši visu dalībnieku kopīgajam punktu skaitam. Šajos reitingos var ievērot, ka masveidīgākā dalība olimpiādēs ir skolēniem no Rīgas 1. ģimnāzijas, savukārt pēc potenciālo laureātu un punktu skaita priekšgalā izvirzās Daugavpils Krievu vidusskola-licejs.

*Apzināti neveidojām reitingu pēc "aritmētiskā vidējā rezultāta", jo arī neliela punktu skaita saņemšana olimpiādē ir pozitīvs sasniegums; nebūtu attaisnojami tādi reitingi, kuros masveidīgāka dalība vilktu skolas vai skolotāja kopvērtējumu lejup.*

**Pirmie 100 skolotāji pēc dalībnieku skaita**

Num	Name	Participants	Q3	Points	School
1	Dace Andzane	48	26	1217	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
2	Dzintars Zicans	45	14	792	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
3	Inese Lagzda	43	26	848	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
4	Irena Oksenuka	30	16	519	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
5	Daiga Jekabsone	29	9	457	Siguldas Valsts ģimnāzija
6	Ingrīda Veilande	27	4	317	Adazu vidusskola
7	Inese Lude	25	3	265	Andreja Pumpura Rīgas 11. pamatskola
8	Agriņa Bartuseviča	24	4	324	Cesu Valsts ģimnāzija
9	Emīls Veide	23	12	568	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
10	Anita Slaidina	23	12	513	Cesu Valsts ģimnāzija
11	Inga Ruskule	23	4	256	Priekulu vidusskola
12	Alina Magomedova	22	11	391	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
13	Aija Vasilevska	21	11	404	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
14	Zane Kaibe	21	8	408	Rīgas 64.vidusskola
15	Nina Juste	20	9	342	Agenskalna Valsts ģimnāzija
16	Laila Aigare	19	9	271	Rīgas Valda Zālisa sākumskola
17	Margita Jirgensone	19	5	200	Jelgavas Spīdolas ģimnāzija
18	Vera Solovjova	18	7	255	Rīgas 10.vidusskola
19	Karmēna Līpina	18	6	268	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
20	Valentīna Česnokova	18	4	227	Rīgas 13.vidusskola
21	Alesja Sapkova	17	12	357	Daugavpils Saskaņas pamatskola
22	Anita Indare	17	4	212	Jelgavas Spīdolas ģimnāzija
23	Irina Morusa	17	2	219	Rīgas 72. vidusskola
24	Ludmila Ulinska	16	9	352	Daugavpils Saskaņas pamatskola
25	Natalja Mosolova	16	4	209	Rīgas 13.vidusskola
26	Daina Brinke	16	0	173	Rīgas Valsts 2. ģimnāzija
27	Inta Ozoliņa	15	5	242	Siguldas pilsētas vidusskola
28	Liene Čerpa	15	4	187	Siguldas pilsētas vidusskola
29	Lidija Lisovska	15	2	195	Cesu pilsētas pamatskola
30	Inga Kauskale	15	1	121	Mežciema pamatskola
31	Irina Polakova	14	10	334	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
32	Stanislav Didych	14	9	322	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
33	Olga Šeremet	14	6	241	Rīgas Zolitūdes ģimnāzija
34	Inga Neilande	14	2	160	Jelgavas 4.sākumskola
35	Olga Kostenko	14	2	160	Rīgas Rīnuzu vidusskola
36	Inese Boze	14	1	151	Draudzīga Aicinājuma Cesu Valsts ģimnāzija
37	Inna Glebova	13	7	243	Rīgas 34. vidusskola
38	Indra Upīte-Dambīte	13	6	279	Siguldas Valsts ģimnāzija
39	Lilija Roldugiņa	13	5	205	Rīgas 40. vidusskola
40	Viola Levina	13	1	168	Valkas ģimnāzija
41	Jolanta Klamere	13	1	109	J. Čakstes Liepājas pilsētas 10. vidusskola
42	Regina Simanovska	12	7	268	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
43	Nadežda Koleda	12	6	221	Rīgas 34. vidusskola
44	Liene Andzane	12	1	119	Kraslavas Valsts ģimnāzija
45	Iveta Perkona	12	0	119	Jelgavas 3.sākumskola
46	Anna Jansone	11	7	272	Rīgas Valsts 1. ģimnāzija
47	Ilze Vitina	11	1	153	Sākumskola "Taurenītis"
48	Ira Nikiforova	11	1	79	Plavīnu novada ģimnāzija
49	Vaira Buža	11	0	112	Draudzīga Aicinājuma Cesu Valsts ģimnāzija
50	Dagnija Kikane	11	0	94	Adazu vidusskola



Num	Name	Participants	Q3	Points	School
51	Svetlana Elksnina	11	0	68	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
52	Dina Vertasonoka	11	0	61	Daugavpils 15.vidusskola
53	Nadezda Zuka	11	0	60	Rigas 21.vidusskola
54	Rita Hrapane	10	9	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
55	Ingrida Brizga	10	6	176	Cesu 2. pamatskola
56	Tamara Jersova	10	4	175	Rigas 10.vidusskola
57	Dace Celina	10	4	154	Agenskalna sakumskola
58	Evija Slokenberga	10	3	185	Jelgavas Valsts gimnazija
59	Edite Teterovska	10	3	157	Rigas Lietuviesu vidusskola
60	Laila Ruke	10	3	154	Cesu Valsts gimnazija
61	Zane Berga	10	3	140	Straupes pamatskola
62	Ligita Neimane	10	2	148	Cesu pilsetas pamatskola
63	Aleksandra Fjodorova	10	2	97	Rigas Centra humanitara vidusskola
64	Eva Jakobsons	10	1	121	Adazu vidusskola
65	Valda Bickova	10	1	121	Uzvaras vidusskola
66	Zinaida Panarada	10	1	102	Jelgavas 6.vidusskola
67	Aivars Ancupans	10	1	90	Agenskalna Valsts gimnazija
68	Liga Plauca	10	0	103	Agenskalna Valsts gimnazija
69	Irina Macanova	10	0	95	Olaines 2.vidusskola
70	Nadezda Leitane	10	0	75	Valmieras Valsts gimnazija
71	Selga Lukjanska	10	0	74	Cesu 1. pamatskola
72	Valda Zviedre	10	0	20	Malpils novada vidusskola
73	Iveta Zarane	9	7	230	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
74	Irena Kozlovskaja	9	4	158	Puskina licejs
75	Veneranda Springe	9	4	135	Rudzatu vidusskola
76	Olga Malkova	9	3	145	Liepajas A.Puskina 2.vidusskola
77	Aiva Rituma	9	3	138	Dobeles Valsts gimnazija
78	Kaiva Treija	9	3	115	Rigas Valsts 2. gimnazija
79	Anna Gustava	9	2	124	Rigas 25.vidusskola
80	Kristine Gaigala	9	2	90	Rigas 64.vidusskola
81	Laura Freija	9	1	125	Rigas Valsts 2. gimnazija
82	Laila Berzina	9	1	91	Priekulu vidusskola
83	Agita Seglicka	9	1	79	Vecumnieku vidusskola
84	Inara Veita	9	0	114	Valmieras Pargaujas gimnazija
85	Aleksandra Ivanova	9	0	81	Zvejniekciema vidusskola
86	Anete Zaca	9	0	66	Jelgavas Valsts gimnazija
87	Antra Punovska	9	0	59	Andreja Eglisa Laudonas vidusskola
88	Dzintra Zingule	9	0	55	Jelgavas 3.sakumskola
89	Ilze Kale	9	0	47	Grobinas gimnazija
90	Mara Ieleja	9	0	44	Limbazu 3. vidusskola
91	Gunta Kuzmina	9	0	42	Priekules vidusskola
92	Ilona Mackevica-Manko	8	5	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
93	Kristine Sevchenko	8	5	183	Rigas Valsts 1. gimnazija
94	Anna Stavicka	8	5	165	Daugavpils 3.vidusskola
95	Maija Balode	8	4	172	Rigas Valsts 1.gimnazija
96	Galina Rizakova	8	4	151	Rezeknes 2.vidusskola
97	Svetlana Saveiko	8	3	113	Rigas 40. vidusskola
98	Ilze Ose	8	2	121	Majoru vidusskola
99	Jelena Blagodarnaja	8	2	120	Rigas Purvciema vidusskola
100	Zaneta Kovalevska	8	2	120	Carnikavas pamatskola

**Pirmie 100 skolotāji pēc dalībnieku skaita augšējā kvartilē**

Num	Name	Participants	Q3	Points	School
1	Dace Andzane	48	26	1217	Rigas Valsts 1. gimnazija
2	Inese Lagzda	43	26	848	Rigas Valsts 1. gimnazija
3	Irena Oksenuka	30	16	519	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
4	Dzintars Zicans	45	14	792	Rigas Valsts 1. gimnazija
5	Emils Veide	23	12	568	Rigas Valsts 1. gimnazija
6	Anita Slaidina	23	12	513	Cesu Valsts gimnazija
7	Alesja Sapkova	17	12	357	Daugavpils Saskanās pamatskola
8	Alina Magomedova	22	11	391	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
9	Aija Vasilevska	21	11	404	Rigas Valsts 1. gimnazija
10	Irina Polakova	14	10	334	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
11	Daiga Jekabsone	29	9	457	Siguldas Valsts gimnazija
12	Nina Juste	20	9	342	Agenskalna Valsts gimnazija
13	Laila Aigare	19	9	271	Rigas Valda Zālīša sākumskola
14	Ludmila Ulinska	16	9	352	Daugavpils Saskanās pamatskola
15	Stanislav Didych	14	9	322	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
16	Rita Hrapane	10	9	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
17	Zane Kaibe	21	8	408	Rigas 64.vidusskola
18	Vera Solovjova	18	7	255	Rigas 10.vidusskola
19	Inna Glebova	13	7	243	Rigas 34. vidusskola
20	Regina Simanovska	12	7	268	Rigas Valsts 1. gimnazija
21	Anna Jansone	11	7	272	Rigas Valsts 1. gimnazija
22	Iveta Zarane	9	7	230	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
23	Karmena Liepina	18	6	268	Rigas Valsts 1. gimnazija
24	Olga Sheremet	14	6	241	Rigas Zolitudes gimnazija
25	Indra Upite-Dambite	13	6	279	Siguldas Valsts gimnazija
26	Nadezda Koleda	12	6	221	Rigas 34. vidusskola
27	Ingrida Brizga	10	6	176	Cesu 2. pamatskola
28	Margita Jirgensone	19	5	200	Jelgavas Spidolas gimnazija
29	Inta Ozolina	15	5	242	Siguldas pilsētas vidusskola
30	Lilija Roldugina	13	5	205	Rigas 40. vidusskola
31	Ilona Mackevica-Manko	8	5	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
32	Kristine Sevcenko	8	5	183	Rigas Valsts 1. gimnazija
33	Anna Stavicka	8	5	165	Daugavpils 3.vidusskola
34	Jekaterina Klanovska	7	5	135	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
35	Tatjana Alika	7	5	135	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
36	Dainis Krikis	6	5	138	Rigas Valsts 1. gimnazija
37	Daina Denjuscenkova	5	5	138	Jelgavas 4.sākumskola
38	Valentina Paradovica	5	5	137	Rigas Klasiska gimnazija
39	Ingrida Veilande	27	4	317	Adazu vidusskola
40	Agrita Bartusevica	24	4	324	Cesu Valsts gimnazija
41	Inga Ruskule	23	4	256	Priekulu vidusskola
42	Valentina Cesnokova	18	4	227	Rigas 13.vidusskola
43	Anita Indare	17	4	212	Jelgavas Spidolas gimnazija
44	Natalja Mosolova	16	4	209	Rigas 13.vidusskola
45	Liene Cerpa	15	4	187	Siguldas pilsētas vidusskola
46	Tamara Jersova	10	4	175	Rigas 10.vidusskola
47	Dace Celina	10	4	154	Agenskalna sākumskola
48	Irena Kozlovskā	9	4	158	Puskina licejs
49	Veneranda Springe	9	4	135	Rudzatu vidusskola
50	Maija Balode	8	4	172	Rigas Valsts 1.gimnazija

Num	Name	Participants	Q3	Points	School
51	Galina Rizakova	8	4	151	Rezeknes 2.vidusskola
52	Ligita Pickaine	7	4	148	Valmieras Valsts gimnazija
53	Lilija Stunza	7	4	142	Rigas Zolitudes gimnazija
54	Lidija Gaidamanova	7	4	133	Rigas Zolitudes gimnazija
55	Olga Mikulova	5	4	88	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
56	Irina Kravcenko	4	4	123	Puskina licejs
57	Inese Lude	25	3	265	Andreja Pumpura Rigas 11. pamatskola
58	Evija Slokenberga	10	3	185	Jelgavas Valsts gimnazija
59	Edite Teterovska	10	3	157	Rigas Lietuviesu vidusskola
60	Laila Ruke	10	3	154	Cesu Valsts gimnazija
61	Zane Berga	10	3	140	Straupes pamatskola
62	Olga Malkova	9	3	145	Liepajas A.Puskina 2.vidusskola
63	Aiva Rituma	9	3	138	Dobeles Valsts gimnazija
64	Kaiva Treija	9	3	115	Rigas Valsts 2. gimnazija
65	Svetlana Saveiko	8	3	113	Rigas 40. vidusskola
66	Zanda Nelsone	7	3	146	Salaspils 1.vidusskola
67	Zoja Novikova	7	3	129	Rigas Zolitudes gimnazija
68	Elita Vaivode	7	3	125	Livanu 1. vidusskola
69	Agnese Suste	7	3	120	Dobeles Valsts gimnazija
70	Nadezda Rjabinina	7	3	108	Rigas Zolitudes gimnazija
71	Johanna Adakovska	6	3	146	Bauskas sakumskola
72	Elina Fridmane	6	3	145	Rigas 64.vidusskola
73	Aldis Bomis	6	3	120	Rigas Valsts 2. gimnazija
74	Vita Reinbooma	6	3	120	Adazu vidusskola
75	Valentina Pavule	5	3	148	Rigas 40. vidusskola
76	Alla Kitajeva	4	3	92	Ventspils 2.vidusskola
77	Regina Danilane	4	3	85	Rezeknes 5.vidusskola
78	Edite Pukite	3	3	78	J.Endzelina Kauguru pamatskola
79	Ilona Gulbe	3	3	73	Rigas 84. vidusskola
80	Irina Morusa	17	2	219	Rigas 72. vidusskola
81	Lidija Lisovska	15	2	195	Cesu pilsetas pamatskola
82	Inga Neilande	14	2	160	Jelgavas 4.sakumskola
83	Olga Kostenko	14	2	160	Rigas Rinuzu vidusskola
84	Ligita Neimane	10	2	148	Cesu pilsetas pamatskola
85	Aleksandra Fjodorova	10	2	97	Rigas Centra humanitara vidusskola
86	Anna Gustava	9	2	124	Rigas 25.vidusskola
87	Kristine Gaigala	9	2	90	Rigas 64.vidusskola
88	Ilze Ose	8	2	121	Majoru vidusskola
89	Jelena Blagodarnaja	8	2	120	Rigas Purvciema vidusskola
90	Zaneta Kovalevska	8	2	120	Carnikavas pamatskola
91	Anita Stakova	8	2	118	Laurencu sakumskola
92	Jelena Kurdjumova	8	2	64	Rigas 10.vidusskola
93	Andrejs Cibulis	7	2	139	Bauskas sakumskola
94	Zanna Klava	7	2	133	Ata Kronvalda Durbes vidusskola
95	Liga Liepa	7	2	111	Valmieras Viestura vidusskola
96	Irina Tarasova	7	2	99	Rigas 65. vidusskola
97	Tatjana Strigalova	7	2	94	Rigas Valsts 2. gimnazija
98	Natalja Kozelska	7	2	82	Rigas 40. vidusskola
99	Irina Iriscenko	7	2	73	Rigas 72. vidusskola
100	Diana Bugaja	7	2	58	Liepajas pilsetas 8. vidusskola

**Pirmie 100 skolotāji pēc visu dalībnieku punktu kopskaita**

Num	Name	Participants	Q3	Points	School
1	Dace Andzane	48	26	1217	Rigas Valsts 1. gimnazija
2	Inese Lagzda	43	26	848	Rigas Valsts 1. gimnazija
3	Dzintars Zicans	45	14	792	Rigas Valsts 1. gimnazija
4	Emils Veide	23	12	568	Rigas Valsts 1. gimnazija
5	Irena Oksenuka	30	16	519	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
6	Anita Slaidina	23	12	513	Cesu Valsts gimnazija
7	Daiga Jekabsone	29	9	457	Siguldas Valsts gimnazija
8	Zane Kaibe	21	8	408	Rigas 64.vidusskola
9	Aija Vasilevska	21	11	404	Rigas Valsts 1. gimnazija
10	Alina Magomedova	22	11	391	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
11	Alesja Sapkova	17	12	357	Daugavpils Saskanās pamatskola
12	Ludmila Ulinska	16	9	352	Daugavpils Saskanās pamatskola
13	Nina Juste	20	9	342	Agenskalna Valsts gimnazija
14	Irina Polakova	14	10	334	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
15	Agrita Bartusevica	24	4	324	Cesu Valsts gimnazija
16	Stanislav Didych	14	9	322	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
17	Ingrida Veilande	27	4	317	Adazu vidusskola
18	Indra Upite-Dambite	13	6	279	Siguldas Valsts gimnazija
19	Anna Jansone	11	7	272	Rigas Valsts 1. gimnazija
20	Laila Aigare	19	9	271	Rigas Valda Zālīša sākumskola
21	Karmena Liepina	18	6	268	Rigas Valsts 1. gimnazija
22	Regina Simanovska	12	7	268	Rigas Valsts 1. gimnazija
23	Inese Lude	25	3	265	Andreja Pumpura Rigas 11. pamatskola
24	Inga Ruskule	23	4	256	Priekulu vidusskola
25	Vera Solovjova	18	7	255	Rigas 10.vidusskola
26	Inna Glebova	13	7	243	Rigas 34. vidusskola
27	Inta Ozolina	15	5	242	Siguldas pilsetas vidusskola
28	Olga Sheremet	14	6	241	Rigas Zolitūdes gimnazija
29	Iveta Zarane	9	7	230	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
30	Valentina Cesnokova	18	4	227	Rigas 13.vidusskola
31	Nadezda Koleda	12	6	221	Rigas 34. vidusskola
32	Irina Morusa	17	2	219	Rigas 72. vidusskola
33	Rita Hrapane	10	9	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
34	Ilona Mackevica-Manko	8	5	218	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
35	Anita Indare	17	4	212	Jelgavas Spīdolas gimnazija
36	Natalja Mosolova	16	4	209	Rigas 13.vidusskola
37	Lilija Roldugina	13	5	205	Rigas 40. vidusskola
38	Margita Jirgensone	19	5	200	Jelgavas Spīdolas gimnazija
39	Lidija Lisovska	15	2	195	Cesu pilsetas pamatskola
40	Liene Cerpa	15	4	187	Siguldas pilsetas vidusskola
41	Evija Slokenberga	10	3	185	Jelgavas Valsts gimnazija
42	Kristine Sevcenko	8	5	183	Rigas Valsts 1. gimnazija
43	Ingrida Brizga	10	6	176	Cesu 2. pamatskola
44	Tamara Jersova	10	4	175	Rigas 10.vidusskola
45	Daina Brinke	16	0	173	Rigas Valsts 2. gimnazija
46	Maija Balode	8	4	172	Rigas Valsts 1.gimnazija
47	Viola Levina	13	1	168	Valkas gimnazija
48	Anna Stavicka	8	5	165	Daugavpils 3.vidusskola
49	Inga Neilande	14	2	160	Jelgavas 4.sākumskola
50	Olga Kostenko	14	2	160	Rigas Rinuzu vidusskola

Num	Name	Participants	Q3	Points	School
51	Irena Kozlovska	9	4	158	Puskina licejs
52	Edite Teterovska	10	3	157	Rigas Lietuviesu vidusskola
53	Dace Celina	10	4	154	Agenskalna sakumskola
54	Laila Ruke	10	3	154	Cesu Valsts gimnazija
55	Ilze Vitina	11	1	153	Sakumskola "Taurenitis"
56	Inese Boze	14	1	151	Draudziga Aicinajuma Cesu Valsts gimnazija
57	Galina Rizakova	8	4	151	Rezeknes 2.vidusskola
58	Ligita Neimane	10	2	148	Cesu pilsetas pamatskola
59	Ligita Pickaine	7	4	148	Valmieras Valsts gimnazija
60	Valentina Pavule	5	3	148	Rigas 40. vidusskola
61	Zanda Nelsone	7	3	146	Salaspils 1.vidusskola
62	Johanna Adakovska	6	3	146	Bauskas sakumskola
63	Olga Malkova	9	3	145	Liepajas A.Puskina 2.vidusskola
64	Elina Fridmane	6	3	145	Rigas 64.vidusskola
65	Lilija Stunza	7	4	142	Rigas Zolitudes gimnazija
66	Zane Berga	10	3	140	Straupes pamatskola
67	Andrejs Cibulis	7	2	139	Bauskas sakumskola
68	Aiva Rituma	9	3	138	Dobeles Valsts gimnazija
69	Dainis Krikis	6	5	138	Rigas Valsts 1. gimnazija
70	Daina Denjuscenkova	5	5	138	Jelgavas 4.sakumskola
71	Valentina Paradovica	5	5	137	Rigas Klasiska gimnazija
72	Veneranda Springe	9	4	135	Rudzatu vidusskola
73	Jekaterina Klanovska	7	5	135	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
74	Tatjana Alika	7	5	135	Daugavpils Krievu vidusskola - licejs
75	Lidija Gaidamanova	7	4	133	Rigas Zolitudes gimnazija
76	Zanna Klava	7	2	133	Ata Kronvalda Durbes vidusskola
77	Gunta Stepite	8	1	130	Rigas 49. vidusskola
78	Zoja Novikova	7	3	129	Rigas Zolitudes gimnazija
79	Laura Freija	9	1	125	Rigas Valsts 2. gimnazija
80	Elita Vaivode	7	3	125	Livanu 1. vidusskola
81	Anna Gustava	9	2	124	Rigas 25.vidusskola
82	Irina Kravcenko	4	4	123	Puskina licejs
83	Inga Kauskale	15	1	121	Mezciema pamatskola
84	Eva Jakobsone	10	1	121	Adazu vidusskola
85	Valda Bickova	10	1	121	Uzvaras vidusskola
86	Ilze Ose	8	2	121	Majoru vidusskola
87	Jelena Blagodarnaja	8	2	120	Rigas Purvciema vidusskola
88	Zaneta Kovalevska	8	2	120	Carnikavas pamatskola
89	Agnese Suste	7	3	120	Dobeles Valsts gimnazija
90	Aldis Bomis	6	3	120	Rigas Valsts 2. gimnazija
91	Vita Reinbooma	6	3	120	Adazu vidusskola
92	Liene Andzane	12	1	119	Kraslavas Valsts gimnazija
93	Iveta Perkona	12	0	119	Jelgavas 3.sakumskola
94	Anita Stakova	8	2	118	Laurencu sakumskola
95	Kaiva Treija	9	3	115	Rigas Valsts 2. gimnazija
96	Inara Veita	9	0	114	Valmieras Pargaujas gimnazija
97	Aleksandrs Smirnovs	4	2	114	Jelgavas 5. vidusskola
98	Svetlana Saveiko	8	3	113	Rigas 40. vidusskola
99	Vaira Buza	11	0	112	Draudziga Aicinajuma Cesu Valsts gimnazija
100	Tamara Aleksandrova	8	1	112	Rigas 10.vidusskola

### 3.1 “Nevienlīdzība” un Džini koeficienti

Viegli redzēt, ka skolēnu izredzes olimpiādē būtiski atšķiras no izvēlētā matemātikas skolotāja, skolas un arī no pašvaldības. Šajā apakšnodaļā mēģināsim saprast, cik lielā mērā varbūtība piedalīties olimpiādē, izredzes iegūt godalgotu vietu (mūsu aprēķinos — atrašanās augšējā kvartilē) un arī iegūtais punktu skaits ir sadalīti nevienlīdzīgi starp skolotāju audzēkņiem. Ņemot vērā to, ka labākie olimpiāžu rezultāti ir sakoncentrēti nedaudzās skolās, šādu nevienlīdzību nevar pilnībā izskaidrot ar skolotāju prasmēm vien, bet gan ar bērnu atlasī.

**Atskaite punkts: Skaitliska “vienlīdzības” simulācija.** Protams, pilnīga vienlīdzība nav nedz sasniedzama, nedz arī vēlama. Lai Džini koeficientu aprēķinam rastos kāds atskaite punkts, izdarīsim virkni pieņēmumu par to, kā izglītība ir organizēta hipotētiskā valstī Aizspogulijā, kur ir līdzīga skolēnu un skolotāju demogrāfija, bet olimpiādes rezultāts atspoguļo vienīgi skolēnu matemātiskās spējas. Ja mums rastos iespēja salīdzināt Latvijā pastāvošo rezultātu nevienlīdzību ar kādu reālu valsti, tad Aizspoguliju varētu aizstāt ar kādu reālu piemēru.

- Aizspogulijā dzīvo 120000 skolēnu, kas mācās no 5. līdz 12. klasei.
- Katra Aizspogulijas skolotāja vai pulciņa vadītāja pārraudzībā esošo skolēnu skaits ir nejaušs, vienmērīgi sadalīts vesels skaitlis no 0 līdz 100. (Pavisam Aizspogulijā ir 2400 matemātikas skolotāju — vidēji pa vienam uz katriem 50 skolēniem.)
- Aptuveni 2% no Aizspogulijas skolēniem vēlas piedalīties matemātikas olimpiādē.
- Visā Aizspogulijā skolēniem ir līdzīgas iespējas sagatavoties olimpiādei, olimpiādes rezultāts atspoguļo nevis skolotāja, skolas vai pašvaldības izvēli, bet ir atkarīgs no skolēna dotumiem (matemātiska apdāvinātība, spēja pierakstīt risinājumus, mērķtiecīga gatavošanās, utml.) Olimpiādē saņemtie punkti ir sadalīti ar *nogrieztu normālo sadalījumu* (*truncated normal distribution*) ar vidējo vērtību  $\mu = 15$ , standartnovirzi  $\sigma = 10$  un vērtībām intervālā  $[0, 50]$ .
- Jebkuram skolēnam ir vienādas izredzes nokļūt pie jebkura skolotāja; nenotiek skolēnu stratifikācija atkarībā no mācību rezultātiem.

Šajā piemērā Aizspogulijas skaitliskie lielumi (skolēnu un matemātikas skolotāju skaits; punktu sadalījums olimpiādē) aptuveni atbilst Latvijas situācijai, tomēr nepastāv skolēnu šķirošana. Aizspogulijas rādījumus Džini koeficientam ņemsim par atskaite punktu, lai varētu salīdzināt, par kādu daļu Latvijā pastāvošās iespējas gatavoties olimpiādēm ir nevienlīdzīgākas. (Nebūtu jēgas salīdzināt ar Džini koeficientu 0, jo tas nozīmētu olimpiāžu dalībnieku un viņu punktu absolūti vienādu sadalījumu starp skolotājiem, kas ir mazticami pat ar Aizspogulijas pieņēmumiem.)

To nevienlīdzību (pareizāk sakot - galaiznākumu nevienādību), kas rodas Aizspogulijā varbūtisko sadalījumu ieviesto nejaušību rezultātā iegūsim, izmantojot skaitlisku olimpiādes rezultātu simulāciju. Katram no 2400 skolotājiem piešķiram nejaušu skolēnu skaitu no 0 līdz 100; katrs skolēns piedalās Bernulli eksperimentā (ar varbūtību 2% piedalās olimpiādē); visbeidzot katrs olimpiādes dalībnieks iegūst punktu kopskaitu atbilstoši nogrieztajam normālajam sadalījumam. Šādi iegūtajiem datiem aprēķinām tās pašas Lorenca līknes un Džini koeficientus.

**Lorenca līkne dalībnieku skaita, augšējās kvartiles dalībnieku skaita un punktu summas sadalījumam starp skolotājiem Latvijā:**

```
## Error in library(ineq): there is no package called 'ineq'
## Error in plot(Lc(skoloFrame$Participants), col = "darkred", lwd = 2, main = "Participants
(Latvia)", : error in evaluating the argument 'x' in selecting a method for function 'plot':
Error: could not find function "Lc"
## Error in plot(Lc(skoloFrame$Q3), col = "darkred", lwd = 2, main = "Q3 (Latvia)", : error
in evaluating the argument 'x' in selecting a method for function 'plot': Error: could not
find function "Lc"
## Error in plot(Lc(skoloFrame$Points), col = "darkred", lwd = 2, main = "Points (Latvia)",
: error in evaluating the argument 'x' in selecting a method for function 'plot': Error:
could not find function "Lc"
```

```
## Error in eval(expr, envir, enclos): could not find function "ineq"
## Error in eval(expr, envir, enclos): could not find function "ineq"
## Error in eval(expr, envir, enclos): could not find function "ineq"
```

**Lorenca līkne dalībnieku skaita, augšējās kvartiles dalībnieku skaita un punktu summas sadalījumam starp skolotājiem Aizspogulijā (olimpiādes rezultātu vietā skaitliska simulācija):**

```
## Error in library(ineq): there is no package called 'ineq'
## Error in plot(Lc(LGSimulation$LGParticipants), col = "darkred", lwd = 2, : error in evaluating
the argument 'x' in selecting a method for function 'plot': Error: could not find function
"Lc"
## Error in plot(Lc(LGSimulation$LGQ3), col = "darkred", lwd = 2, main = "Q3\n (Looking-Glass
Land)", : error in evaluating the argument 'x' in selecting a method for function 'plot':
Error: could not find function "Lc"
## Error in plot(Lc(LGSimulation$LGPoints), col = "darkred", lwd = 2, main = "Points (Looking-Glass
Land)", : error in evaluating the argument 'x' in selecting a method for function 'plot':
Error: could not find function "Lc"
```

```
## Error: could not find function "ineq"
## Error in data.frame(Type = c("Participants", "Q3", "Points"), Latvija = c(ineqLV1, : object
'ineqLV1' not found
## Error in inherits(x, "list"): object 'giniTable' not found
```

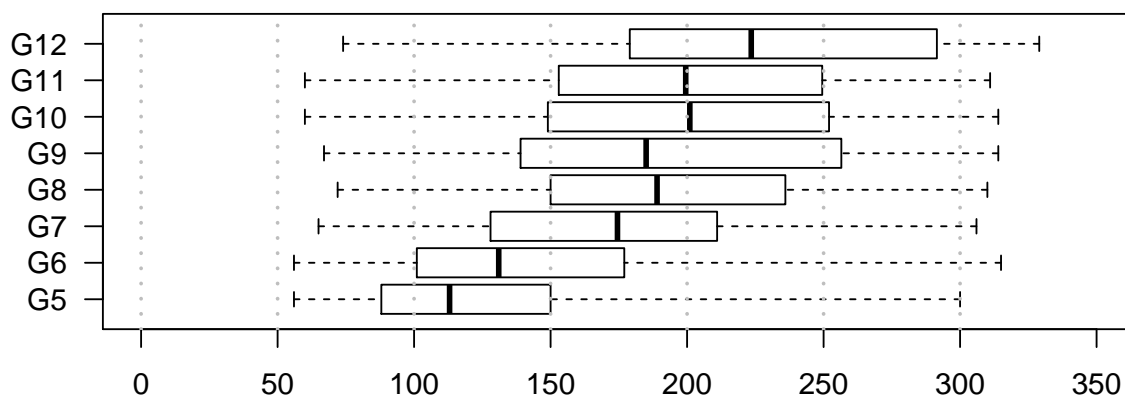
Kā redzams no Lorenca līknēm, nevienlīdzība matemātikas olimpiādēs izpaužas ļoti jūtāmā veidā: 20% skolotāju ar zemāko skaitu olimpiādei sagatavoto skolēnu nodrošina tikai 4% no olimpiādes dalībnieku kopskaita (un šeit netiek ieskaitīti tie skolotāji, kuri skolēnus olimpiādei negatavo vispār; tostarp no tām 50 Latvijas pašvaldībām, kas 41. atklātajā matemātikas olimpiādē nebija pārstāvētas).

Arī Aizspogulijas simulācijā būtu ievērojama nevienlīdzība starp to, cik potenciālos olimpiāžu laureātus (risinātājus, kuru rezultāts ir augšējā kvartilē) sagatavotu katrs skolotājs; tomēr jāņem vērā, ka šajā simulācijā daudz lielāks skaits skolotāju nosūtītu uz olimpiādi vismaz vienu dalībnieku: Latvijā 41. matemātikas olimpiādē bija pārstāvēti 735 skolotāji, savukārt Aizspogulijā tādu būtu NaN. Ja skolotāju iesaiste olimpiādē ir līdzīgāka un vidējais audzēkņu skaits uz vienu skolotāju ir mazāks, tad ir pašsaprotami, ka liela daļa no viņiem nesagatavos nevienu laureātu. No šejienes izriet secinājums, ka skolu darbu nebūtu pareizi salīdzināt pēc sagatavoto olimpiāžu laureātu skaita — it īpaši, ja mērķis ir izglītības iespēju vienlīdzība. Savukārt, salīdzinājums pēc olimpiādes dalībnieku skaita un arī olimpiādē savākto punktu skaita ir pilnīgi adekvāts: šie ir rādījumi, kurus ikviena skola var uzlabot neatkarīgi no citām. Pat ar pieņēmumu, ka tikai aptuveni 2% skolēnu vēlas piedalīties atklātajās matemātikas olimpiādēs.

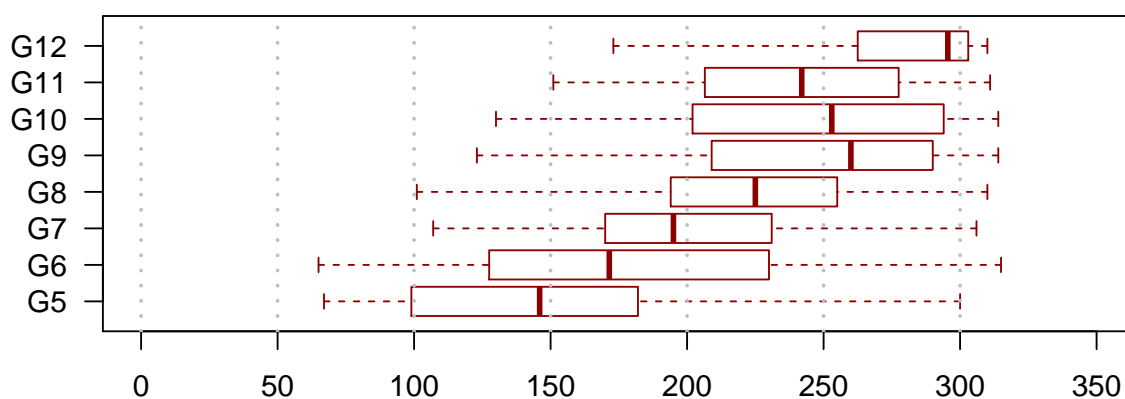
## 4 Rakstīšanas ilgums un rezultāti

Daudzās risināšanas telpās dežuranti atzīmēja darba nodošanas laiku. Diemžēl dažām klašu grupām risināšanas laiki protokolā ir atzīmēti diezgan fragmentāri — tādēļ aicinām šeit minētos rezultātus uztvert ar zināmu skepsi. Vizualizējam rakstīšanas laiku amplitūdas visiem risinātājiem (mērītas minūtēs starp 10:30 un nodošanas laiku). Un atsevišķi — arī labākajiem risinātājiem, kuriem punktu summa ir augšējā ceturtdaļa (precīzāk: punktu summa sasniedz attiecīgās klases  $Q_3$ :  $Q_3(\text{Grade}5) = 21$ ,  $Q_3(\text{Grade}6) = 15$ ,  $Q_3(\text{Grade}7) = 24$ ,  $Q_3(\text{Grade}8) = 18$ ,  $Q_3(\text{Grade}9) = 17$ ,  $Q_3(\text{Grade}10) = 20$ ,  $Q_3(\text{Grade}11) = 18$ ,  $Q_3(\text{Grade}12) = 17$ ).

## Writing Time for All Participants



## Writing Time for Upper Quartile Participants



## 5 Dati par atsevišķajiem uzdevumiem

### 5.1 Vidējais vērtējums

Ikvienu uzdevuma vērtējums ir skaitlis no 0 līdz 10. Šajā tabulā apkopoti visu uzdevumu vidējie vērtējumi katrā no klašu grupām. Vidējo vērtējumu uzdevumam  $X = \{x_i\}$  aprēķina pēc formulas:

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

kur  $x_i$  ir  $i$ -tā skolēna vērtējums par uzdevumu  $X$ , bet  $n$  ir visu attiecīgās klases darbu skaits:  $n = |X|$ .

	Uzd1	Uzd2	Uzd3	Uzd4	Uzd5
G5	3.98	3.97	5.07	2.27	2.58
G6	3.80	5.73	2.99	0.06	5.51
G7	7.59	5.99	7.14	1.54	5.69
G8	3.39	5.28	4.42	1.35	4.99
G9	4.04	4.59	3.05	3.42	5.24
G10	6.08	4.22	6.95	0.57	7.52
G11	7.00	2.74	3.47	0.46	2.12
G12	4.91	3.01	2.22	3.93	2.87



Viszemākais un visaugstākais vidējais vērtējums ir attiecīgi 11. klases 4. uzdevumam (1.75) un 12. klases 1. uzdevumam (7.09).

**11.4 uzdevums:** Doti 99 naturāli skaitļi. Zināms, ka nav tāda skaitļa, ar ko dalītos visi šie skaitļi, un ka jebkuru 50 skaitļu reizinājums dalās ar atlikušo 49 skaitļu reizinājumu. Pierādīt, ka visu 99 skaitļu reizinājums ir naturāla skaitļa kvadrāts.

**12.1 uzdevums:** Atrisināt nevienādību  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 \leq 0$ .

## 5.2 Šenona entropija

Entropiju uzdevuma  $X$  vērtējumiem aprēķina pēc formulas:

$$H(X) = - \sum_{i=0}^{10} p_i \cdot \log_2 p_i,$$

kur  $p_i = \frac{|\{x \in X | x=i\}|}{|X|}$  ir varbūtība saņemt par uzdevumu  $X$  vērtējumu  $i$  (piemēram  $p_0$  - vērtējumu "0 punkti" vai "uzdevums nav risināts" dalījums ar visu attiecīgās klases darbu skaitu). Ja kāds no vērtējumiem  $i$  par attiecīgo uzdevumu nav sastopams, tad attiecīgo saskaitāmo entropijas formulā izlaiž.

Augsta entropija nozīmē augstu nenoteiktību. Ja visi vērtējumi par attiecīgo uzdevumu būtu vienādi, tad entropija ir 0. Ja visi vērtējumi no 0 līdz 11 ir vienādi bieži sastopami, tad entropija ir  $\log_2(11) \approx 3.46$ . Pārāk zema entropija (piemēram tuvu 1 vai mazāka) nozīmē to, ka pats uzdevums vai tā vērtēšanas sistēma nav bijuši pārāk noderīgi olimpiādes dalībnieku punktu skaita diferencēšanai, jo pārāk daudzi vērtējumi ir vienādi.

	Uzd1	Uzd2	Uzd3	Uzd4	Uzd5
G5	2.15	2.41	3.19	2.32	1.86
G6	2.53	3.31	2.01	0.30	3.31
G7	3.48	3.11	2.88	2.34	3.17
G8	1.66	2.81	1.33	1.55	3.05
G9	2.82	2.88	2.09	3.02	2.89
G10	2.57	2.53	2.86	0.63	3.13
G11	3.00	1.33	2.44	0.71	1.35
G12	2.72	1.84	1.96	2.84	1.76

Viszemākā entropija ir bijusi 10. klases 5. uzdevuma vērtējumiem (0.80). Šie vērtējumi ir sekojoši (0 punkti - 252 darbos; 1 punkts - 10 darbos, 2 punkti - 4 darbos, 3 punkti - 1 darbā, 5 punkti - 1 darbā, 10 punkti - 4 darbos).

**10.5 uzdevums:** Uz taisnstūra  $ABCD$  diagonāles  $BD$  iespējams atrast iekšēju punktu  $P$  tā, ka  $\angle PAB = \angle PCB$ . Pierādīt, ka  $ABCD$  ir kvadrāts!

## 5.3 Uzdevuma korelācija ar pārējo vērtējumu summu

Izvēļu testu (*multiple choice exams*) analizē bieži izmanto *biseriālo korelācijas koeficientu* — kāda ir korelācija starp eksāmena kopīgo rezultātu un atbildēm (pareizas/nepareizas) uz konkrēto uzdevuma jautājumu. Ar šo skaitlisko kritēriju var atrast tos testu jautājumus, kuri varētu būt mulsinoši formulēti vai arī nemēra tās pašas prasmes, ko citi šī paša testa uzdevumi.

Protams, olimpiāde nav izvēļu tests (un par katru no jautājumiem ir vairāk vērtējumu nekā tikai 0 vai 1). Tomēr arī šajā gadījumā korelācija var noderēt. Ja uzskatām, ka olimpiāde kopumā mēra noteikta veida matemātiskas prasmes, tad par katru uzdevumu var uzdot jautājumu: Cik labi šis uzdevums palīdz mērīt to pašu, ko olimpiādes uzdevumu komplekts kopumā? Ja konkrētais uzdevums labi "iederas" starp citiem, tad korelācija būs augsta, ja tas mēra kādas stipri atšķirīgas prasmes nekā citi tās pašas klases uzdevumi, tad korelācija būs mazāka. Korelāciju rēķina pēc šādas formulas:

$$\text{cor}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot E(X) \cdot E(Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot E(X)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot E(Y)^2}},$$

kur  $x_i$  ir  $i$ -tā dalībnieka vērtējums par uzdevumu  $X$ ,  $y_i$  ir vērtējumu summa par visiem 4 atlikušajiem uzdevumiem,  $n$  — darbu skaits attiecīgajā klasē,  $E(X)$  apzīmē  $x_i$  aritmētisko vidējo.

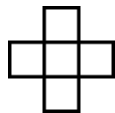
Korelācijas koeficients vienmēr ir intervālā  $[-1, 1]$ . Teorētiski varētu gadīties arī negatīva korelācija, t.i. tāds uzdevums, kuru veiksmīgākie olimpiādes dalībnieki risināja sliktāk nekā mazāk veiksmīgie. Tad paša uzdevuma vai vērtēšanas sistēmas korektums radītu nopietnas šaubas. Olimpiāžu praksē tomēr negatīvas korelācijas nav vērojamas. Salīdzinoši zemas uzdevuma vērtējuma korelācijas ar citiem uzdevumiem ļauj atrast tos uzdevumus, kuru tēma vai vērtēšanas kritēriji ir būtiski atšķirīgi no citiem uzdevumiem tajā pašā klases 5 uzdevumu komplektā.

	Uzd1	Uzd2	Uzd3	Uzd4	Uzd5
G5	0.18	0.21	0.37	0.38	0.23
G6	0.15	0.07	0.07	0.12	0.15
G7	0.27	0.22	0.43	0.29	0.28
G8	0.24	0.06	0.10	0.06	0.12
G9	0.33	0.28	0.29	0.33	0.38
G10	0.01	0.05	0.12	-0.01	0.02
G11	0.11	0.22	0.24	0.24	0.36
G12	0.07	0.28	0.26	0.37	0.41

Mazākās korelācijas ar citiem tās pašas klases uzdevumiem ir 10. klases 2. uzdevumam (0.13) un 12. klases 4. uzdevumam (0.05). Šos uzdevumus varētu uzskatīt par “visjocīgākajiem”, kas prasīja prasmes, kas stipri atšķiras no citos uzdevumos nepieciešamajām.

**10.2 uzdevums:** Dotas divas paralēlas taisnes. Uz vienas no tām atzīmēti 14 zaļi punkti, uz otras – 14 sarkani punkti. Kādu lielāko skaitu nogriežņu, kuriem viens galapunkts ir zaļš, bet otrs – sarkans, var novilkt tā, lai tie nekrustotos? Saka, ka nogriežņi krustojas, ja tiem ir kopīgs iekšējais punkts, t.i., ja tiem ir kopīgs tikai galapunkts, tie nekrustojas.

**12.4 uzdevums:** Vai kvadrātu ar malas garumu 10 var noklāt ar 25 “krustiņiem” (skat. zīm.), kuri sastāv no 5 kvadrātiem ar malas garumu 1? “Krustiņi” drīkst pārklāties, kā arī iziet ārpus dotā kvadrāta malām.



## 5.4 Vērtējumu atšķirības zēniem un meitenēm

Vērtējumu atšķirību konkrētas klases uzdevumam  $X$  aprēķina kā divu vidējo vērtību starpību:

$$\Delta_{\text{gender}}(X) = E(X_{\text{male}}) - E(X_{\text{female}}),$$

kur  $X_{\text{male}}$  ir visi attiecīgās klases zēnu vērtējumi un  $X_{\text{female}}$  ir attiecīgās klases meiteņu vērtējumi, un  $E(X)$  - skaitļu virknes  $X$  aritmētiskais vidējais.

	Uzd1	Uzd2	Uzd3	Uzd4	Uzd5
G5	0.05	-0.06	-0.08	0.19	0.02
G6	0.03	-0.02	-0.15	0.01	-0.22
G7	0.38	-0.05	0.32	-0.24	0.27
G8	0.36	-0.57	-0.10	0.77	0.26
G9	0.23	0.72	0.11	0.38	-0.06
G10	1.00	0.15	-0.23	0.67	0.23
G11	1.02	0.04	0.62	0.04	0.22
G12	0.44	-0.12	0.01	0.70	0.21

Katram no uzdevumiem atrasta zēnu un meiteņu vidējo vērtējumu starpība. Pozitīvs skaitlis nozīmē to, ka zēnu vērtējums bija augstāks, negatīvs skaitlis — to, ka meiteņu vērtējums bija augstāks. Vislielākās priekšrocības zēniem bija risinot 6. klases 5. uzdevumu (1.88 punktu pārsvars); savukārt meitenēm — risinot 5. klases 4. uzdevumu (0.63 punktu pārsvars). Neparasti, ka abi šie uzdevumi ir par līdzīgu tēmu — rūtiņu laukuma aizpildīšanu ar figūriņām. Šī pārskata mērķis nav noskaidrot, vai atšķirības ir statistiski

būtiskas. Varbūt dzimumu atšķirības radīja ne vien pats uzdevums, bet arī noteikta veida vērtēšanas kritēriji. Diez vai to ir iespējams precīzi noskaidrot, ja pēc olimpiādes darbu labošanas pagājis vairāk nekā 1 gads.

**6.5 uzdevums:** Rūtiņu kvadrātā  $5 \times 5$  iekrāsot iespējami maz rūtiņu tā, lai atlikušajā daļā vairs nevarētu ievietot nevienu zīmējumā redzamo figūru (tā var būt gan pagriezta, gan apgāzta). Pamatot, ka iekrāsoto rūtiņu skaits ir mazākais iespējamais!



**5.4 uzdevums:** Kvadrāts sastāv no  $8 \times 8$  vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Tas sagriezts daļās tā, ka griezumi iet pa rūtiņu robežām. Kāds lielākais skaits daļu var būt tādas kā zīmējumā attēlotā figūra (figūras var būt pagrieztas jebkurā stāvoklī)?

