

Uzdevums 4.1: Sauksim naturālu skaitli n par *derīgu*, ja attēlā dotās izteiksmes vērtība arī ir naturāls skaitlis:

$$\sqrt{n^2 + 85n + 2021}$$

Atrast visu derīgo skaitļu summu.

Jautājums: Ierakstīt naturālu skaitli – visu derīgo n summu.

Uzdevums 4.2: Atrast naturālu skaitli n , kuram izpildās vienādība:

$$\lfloor \log_2 1 \rfloor + \lfloor \log_2 2 \rfloor + \lfloor \log_2 3 \rfloor + \dots + \lfloor \log_2 n \rfloor = 1898.$$

(Formulā ar $\lfloor x \rfloor$ apzīmēta skaitļa x veselā daļa.)

Jautājums: Ierakstīt naturālu skaitli n , kas apmierina vienādojumu.

Uzdevums 4.3: Cik daudzi no pirmajiem 100 naturālajiem skaitļiem $(1, \dots, 100)$ ir izsakāmi ar izteiksmi:

$$\lfloor 2x \rfloor + \lfloor 4x \rfloor + \lfloor 6x \rfloor + \lfloor 8x \rfloor.$$

Šeit x var būt jebkurš reāls skaitlis.

Jautājums: Ierakstīt skaitļu skaitu.

Uzdevums 4.4: Dots pozitīvs skaitlis a , kam $\{a^1\} = \{a^2\}$ un $2 < a^2 < 3$. Atrast izteiksmes $a^{12} - 144a^{-1}$ vērtību.

Jautājums: Ierakstīt izteiksmes vērtību kā naturālu skaitli N vai racionālu daļu P/Q .

Uzdevums 4.5: Atrast mazāko naturālo skaitli k , pie kura vienādojumam

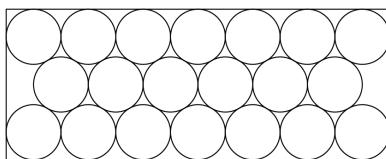
$$\left\lfloor \frac{2021}{n} \right\rfloor = k$$

nav atrisinājuma veselos skaitļos.

Jautājums: Ierakstīt atbildē naturālu skaitli k ar šo īpašību.

Uzdevums 4.6: Dots, ka $\log_6 a + \log_6 b + \log_6 c = 6$, kur naturāli skaitļi a, b, c veido augošu ģeometrisku progresiju un $b - a$ ir vesela skaitļa kvadrāts. Atrast a, b, c .

Jautājums: Ierakstīt atbildē $a + b + c$ vērtību.



Attēls 1: Aplīši ievilkti taisnstūrī.

Uzdevums 4.7: Attēlā 1 redzami 20 kongruenti aplīši trīs rindās, kuriem no ārpuses pieskaras taisnstūris. Taisnstūra garākās malas attiecība pret īsāko ir uzdota ar formulu $\frac{\sqrt{a}-b}{2}$, kur a, b ir naturāli skaitļi. Atrast skaitļus a, b .

Jautājums: Ierakstīt abus skaitļus a, b (divi naturāli skaitļi, kurus atdala komats).

Uzdevums 4.8: Uzrakstīt dotās izteiksmes vērtību kā racionālu skaitli p/q :

$$\frac{2}{\log_4 2000^6} + \frac{3}{\log_5 2000^6}.$$

Jautājums: Ierakstīt racionālu daļu P/Q .

Uzdevums 4.9: Virknē

$$1000, x, 1000 - x, \dots$$

pirmie divi locekļi ir $a_0 = 1000$ un $a_1 = x$, bet katru nākamo a_n iegūst atņemot iepriekšējo no tam iepriekšējā: $a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$. Virknes pēdējais loceklis ir pirmais negatīvais skaitlis, kas parādās šajā procesā. Kura naturāla x vērtība rada visgarāko virkni?

Jautājums: Ierakstīt veselu nenegatīvu skaitli – to x vērtību, kas dod visgarāko virkni.

Uzdevums 4.10: Reāls skaitlis r apmierina attēlā doto vienādību.

$$\left\lfloor r + \frac{19}{100} \right\rfloor + \left\lfloor r + \frac{20}{100} \right\rfloor + \left\lfloor r + \frac{19}{100} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor r + \frac{91}{100} \right\rfloor = 546.$$

Atrast $\lfloor 100r \rfloor$.

Jautājums: Ierakstīt $\lfloor 100r \rfloor$ vērtību.

(Vēl divi uzdevumi par racionāliem/iracionāliem skaitļiem, kuru nebija sākotnējā testā.)

Uzdevums 4.11: Atrast, cik ir sakārtotu naturālu skaitļu pāru (a, b) , kuriem

$$\log_a b + 6 \log_b a = 5,$$

un $a, b < 2021$.

Jautājums: Ierakstīt veselu nenegatīvu skaitli: atrisinājumu (a, b) skaitu.

Uzdevums 4.12: Atrast $(x+1)^{48}$, kur

$$x = \frac{4}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt[4]{5}+1)(\sqrt[8]{5}+1)(\sqrt[16]{5}+1)}.$$

Jautājums: Ierakstīt vērtību kā naturālu skaitli N vai racionālu daļu P/Q .