

## FIGŪRU SIMETRIJA UN PĀRVEIDOJUMI

**Definīcija:** Ģeometriskai figūrai piemīt simetrija, ja ir tāds plaknes pārveidojums, kas saglabā attālumus (paralēlā pārnese, pagrieziens vai simetrijas ass vai kāda to kombinācija), kas figūru attēlo par sevi pašu.

**Teorēma (Trijstūra nevienādība)** Katram trijstūrim  $\triangle ABC$  ir spēkā nevienādības  $AB < AC + CB$ ,  $AC < AB + BC$ ,  $BC < BA + AC$  (katra mala nepārsniedz abu pārējo malu summu). Līdzīga nevienādība arī malu starpībām, piemēram,  $AB > AC - CB$ .

Ja trīs punkti  $A, B, C$  ir uz vienas taisnes, tad  $AB \leq AC + CB$  (vienādība ir spēkā, ja  $C$  ir starp abiem pārējiem punktiem).

### Piemēri

**Paralēlā pārnese kā simetrija** Bezgalīgai rītiņu lapai ir simetrija – paralēlā pārnese par 1 rītiņu pa labi vai uz augšu. Pamatot, ka galīgas figūras (kuras var pilnībā ievietot lielā aplī) nevar būt simetriskas pret paralēlo pārnesei.

**Regulāra daudzstūra simetrijas** Parādīt, ka regulāram 7-stūrim ir 7 simetrijas asis, un regulāram 8-stūrim ir 8 simetrijas asis. Cik dažādas rotācijas jeb pagriezieni ir tādi, kas šos regulāros daudzstūrus attēlo par sevi?

**Simetriski trijstūri** Cik dažādos veidos var attēlot par sevi (A) vienādmalu trijstūri, (B) vienādsānu trijstūri?

**Simetriski lielie latīņu burti** Katram no lielajiem burtiem  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$  noskaidrot, kādas simetrijas tam piemīt. Sadalīt tos vairākās grupās – (1) nesimetriskie, (2) simetriskie tikai pret asi, (3) simetriskie tikai pret centru jeb pagriezienu par  $180^\circ$ , (4) ar citām simetrijām.

**Simetriskas tetramino un pentamino figūriņas** Uzzīmēt visas 5 tetramino figūriņas (no četriem kvadrātiņiem) un visas 12 pentamino figūriņas (no pieciem kvadrātiņiem). Iedalīt tās grupās: (1) bez simetrijas; (2) ar simetrijas asi paralēlu kvadrātiņu malām; (3) ar simetrijas asi  $45^\circ$  leņķī pret kvadrātiņu malām; (4) ar centrālo jeb  $180^\circ$  pagriezienu simetriju; (5) ar centrālo simetriju un 2 simetrijas asīm; (6) ar  $90^\circ$  pagriezienu simetriju un simetrijas asi.

Cik dažādos veidos katru no figūriņām var uzzīmēt atkarībā no tās simetrijas?

**Piemēri ar pagriezienu simetrijām** (A) Vai eksistē figūriņa, kurai ir  $90^\circ$  pagriezienu simetrijas, bet nav simetrijas asu? (B) Vai eksistē figūriņa, kurai ir  $90^\circ$  pagriezienu simetrijas, bet nav simetrijas centra?

**Spoguļa uzdevumi** Gaismas stars starp jebkuriem diviem punktiem pārvietojas pa ātrāko ceļu, kas ne vienmēr ir īsākais ceļš (*Fermā mazākā laika princips*).

(A) Uzzīmēt ātrāko ceļu gaismas staram no punkta  $A$  līdz punktam  $B$ , ja tie abi atrodas vienā pusē spogulim un gaismas staram no  $A$  vispirms jāsasniedz spogulis un tikai tad punkts  $B$ .

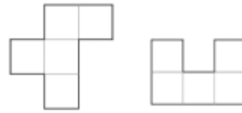
(B) Kāda cilvēka pilns garums ir 150 cm un acis atrodas 15 cm attālumā no galvas virsas. Cik augstam jābūt spogulim, lai viņš varētu sevi apskatīt visā garumā?

### Uzdevumi

**1.uzdevums:** Parādi, kā plaknē novilk 6 taisnes un uz tām atlikt 7 punktus tā, lai uz katras no taisnēm būtu atzīmēti tieši trīs punkti!

**2.uzdevums:** No četrām pentamino “F” figūriņām (vai arī no četrām pentamino “U” figūriņām) salikt figūru, kurai ir tieši (A) 2 simetrijas asis, (B) 4 simetrijas asis!

*Piezīme.* Figūru, kas dota attēlā, drīkst pagriezt un apmest otrādi. Uzzīmētajai figūrai var būt arī caurumi. Figūrai jābūt saistītai, tas ir, no figūras katras rūtiņas jābūt iespējai aiziet uz jebkuru citu šīs figūras rūtiņu, ejot tikai pa šīs figūras rūtiņām, katru reizi pārejot no attiecīgās rūtiņas uz blakus rūtiņu, ar ko tai ir kopīga mala.



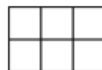
**3.uzdevums:** Divi spēlētāji pamīšus izvieto kauliņus tabulas  $6 \times 6$  rūtiņās. Vienā gājienā var aizpildīt vai nu vienu tukšu rūtiņu, vai vairākas tukšas rūtiņas, kuras atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Tas spēlētājs, kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

**4.uzdevums:** Dots trijstūris  $ABC$  un punkts  $M$  trijstūra iekšpusē. Pierādīt, ka  $MA + MB + MC > \frac{1}{2}P_{ABC}$ . (Attālumu summa no  $M$  līdz virsotnēm ir vairāk nekā puse no trijstūra perimetra.)

**5.uzdevums:** Vai taisnstūri ar izmēriem  $3 \times 3370$  rūtiņas var noklāt ar attēlā redzamajām figūrām tā, lai paliktu tieši 2022 nenoklātas rūtiņas? Dotās figūras malām jāiet pa rūtiņu līnijām, tā var būt pagriezta vai apgriezta spoguļattēlā, figūras nedrīkst pārklāties vai iziet ārpus taisnstūra.



**6.uzdevums:** No 1. att. un 2. att. figūrām, katru izmantojot vismaz vienu reizi, salikt taisnstūri, kurā 2. att. figūras nesaskaras ne ar malu, ne ar stūri! Figūras drīkst pagriezt.



1. att.



2. att.

**7.uzdevums:** Gultas matracim ir taisnstūra forma. Tam ir trīs rotācijas darbības par  $180^\circ$ : (1) *Roll* (apsviešanās ap garenisko asi kā līdz pusei izpildot gaisa pilotāžas figūru “muca”); (2) *Pitch* (apsviešanās ap īsāko horizontālo asi kā līdz pusei izpildot “nāves cilpu”); (3) *Yaw* (pagriešanās ap vertikālo asi).

Cik dažādos stāvokļos gultas matraci var ielikt kastē, veicot jebkuru kombināciju ar minētajām 3 pagriezienu darbībām? (Stāvokļus arī var saukt par “Roll”, “Pitch” vai “Yaw” vai arī izdomāt tiem latviskākus nosaukumus.) Izveidot “reizināšanas tabulu”, kas parāda rezultātu, ja matracim noteiktā stāvoklī pielieto kādu no griezieniem.