

1. Iesildīšanās (Logaritmi):

- (a) No desmitciparu skaitļa desmit reizes vilka kvadrātsakni. Kuram veselam skaitlim vistuvākais rezultāts?
- (b) Kurā pakāpē jākāpina 2, lai iegūtu vērtību $2\sqrt{2}$? 0.125 ? $1/1024$?
- (c) Cik dažādām n vērtībām var sakrist ciparu skaits skaitļu 2^n decimālpierakstos? (Atrast visas iespējas.)
- (d) Datora atmiņā dots skaitlis n . Kā noskaidrot, cik šī skaitļa decimālpierakstā ir ciparu?

2. Iesildīšanās (Saknes):

- (a) Vai $\sqrt{2}$, $3 + \sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ir racionāli vai iracionāli?
- (b) $ax^2 + bx + c = 0$ ir kvadrātvienādojums ar racionāliem koeficientiem. Viena no tā saknēm ir $x_1 = 2 + \sqrt{5}$. Vai otra sakne var būt $x_2 = 2 - \sqrt{5}$? Vai otra sakne var būt $x_2 = 3 - \sqrt{3}$?

3. Pierādīt vai apgāzt apgalvojumus:

- (a) Ja $p + q$ ir racionāls, tad vai nu abi p, q ir racionāli vai arī abi ir iracionāli.
- (b) Ja pq ir racionāls, tad vai nu abi p, q ir racionāli vai arī abi ir iracionāli.
- (c) Ja p^2 un q^2 ir abi racionāli, tad arī reizinājums $(p + q)(p - q)$ ir racionāls.
- (d) Ja p^3 un p^5 ir racionāli, tad arī p ir racionāls.
- (e) Ja p^6 un p^{15} ir racionāli, tad arī p ir racionāls.
- (f) Ja pq un $p + q$ abi ir racionāli, tad p un q ir racionāli.

4. Pierādīt vai apgāzt apgalvojumu: Ja x^2 ir iracionāls, tad x^3 ir iracionāls.

5. Ar a_n apzīmējam n -to locekli virknē $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, \dots$, ko veido, atkārtojot katru naturālu skaitli k tieši k reizes. Pierādīt, ka

$$a_n = \left\lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \right\rfloor.$$

6. Pierādīt, ka $\sqrt[3]{2}$ nevar izteikt formā $a + b\sqrt{r}$, kur a, b, r ir racionāli skaitļi.

7. Pierādīt, ka $(\sqrt{2} - 1)^n$, $n \in \mathbf{N}$ ir izsakāms formā $\sqrt{m} - \sqrt{m-1}$, kur $m \in \mathbf{N}$.

8. Veselā daļa. Ar x apzīmēts jebkurš reāls skaitlis. Pierādīt, ka $\lfloor 3x \rfloor = \lfloor x \rfloor + \lfloor x + \frac{1}{3} \rfloor + \lfloor x + \frac{2}{3} \rfloor$.