

## TOPOLOĢIJA

**Definīcija:** Funkciju  $f$ , kas attēlo punktu kopu  $A$  par punktu kopu  $B$  sauc par *nepārtrauktu* punktā  $x_0 \in A$ , ja katrai punkta  $f(x_0)$  epsilon-apkārtnei ( $\varepsilon > 0$ ) eksistē tik maza punkta  $x_0$  delta-apkārtne ( $\delta > 0$ ), ka visi punkti no šīs delta-apkārtnes ar funkciju  $f$  attēlojas uz punkta  $f(x_0)$  epsilon-apkārtni. Funkciju  $f$  sauc par *nepārtrauktu*, ja tā ir nepārtraukta visos punktos  $x_0 \in A$ . (Epsilon-apkārtne ir vai nu nogrieznis  $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$ ) vai aplītis ar rādiusu  $\varepsilon$

Nepārtrauktai funkcijai  $f$  nedrīkst būt *pārtraukuma punkti*, kur ļoti tuvas vērtības ar funkciju  $f$  attēlojas uz vērtībām, kas ir tālu viena no otras.

**Piemērs:** Fizikā par “materiālu punktu” sauc nelielu ķermeni ar masu. (Neliela ķermeņa izmērus uzdevumā var neņemt vērā.) Vai materiāla punkta koordinātes mainās nepārtraukti? Vai materiāla punkta ātrums mainās nepārtraukti? *Punkta koordinātes nemēdz mainīties ar lēcieni (punkts nevar sasniegt bezgalīgu ātrumu). Arī ātrums nevar mainīties ar lēcieni, jo ātruma izmaiņas izraisa spēks, kas piešķir paātrinājumu.*

**Piemērs:** Kādā valstī iedzīvotāju ienākumu nodoklim (IIN) ir neapliekamais minimums 500 EUR mēnesī (ar nodokli neapliek). Par darba algas daļu no 500 līdz 1667 savāc 20% nodokli, bet par darba algas daļu virs 1667 mēnesī savāc 23% nodokli. Uzzīmēt funkciju, kas parāda uz vertikālās ass darba samaksu pēc nodokļa (“uz rokas”), ja zināms, cik ir darba samaksa pirms šī nodokļa (bruto jeb “uz papīra”). Ar [Desmos Calculator](#) var iekopēt izteiksmi:

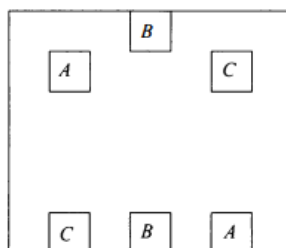
$$y = \{ 0 \leq x \leq 500 : x, 500 < x \leq 1667 : 500 + 0.8 * (x-500) \}$$

Var zīmēt grafiku arī citiem skaitļiem, ja šie izskatās piņķerīgi. Latvijā faktiskie nodokļi nedaudz atšķiras no šīs kārtības. Sk. [IIN likmes](#).

**1.uzdevums:** Latīņu alfabēta burtus sadalīt grupās, kur katrā grupā burti ir savstarpēji homeomorfi (vienu burtu var deformēt par otru burtu, izmantojot nepārtrauktu funkciju)?

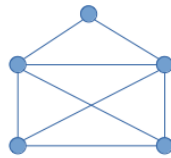
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

**2.uzdevums:** Vai var savienot mazos kvadrātiņus zīmējuma augšpusē ar tāda paša burta kvadrātiņiem zīmējuma apakšpusē tā, lai taciņas nekrustotos un arī neizietu ārpus lielā taisnstūra?

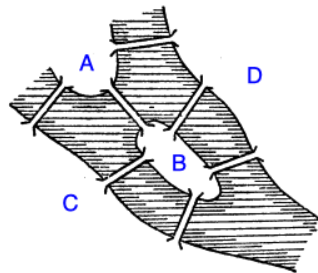


**3.uzdevums:**

- (A) Uzzīmēt zīmējumā attēloto “atvērto aploksni”, neatraujot pildspalvu no papīra un nevelkot nevienu posmu divreiz. Kur sākas un kur beidzas pildspalvas maršruts?

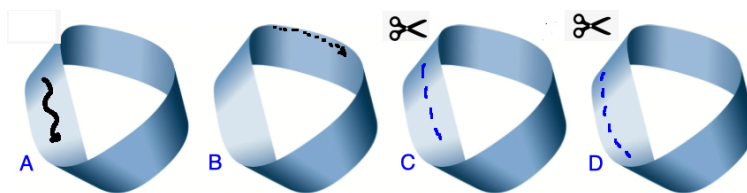


- (B) Vai eksistē pastaigas maršruts, kas katru no 7 tiltiem šķērso tieši vienreiz (pastaigai nav jāatgriežas sākumpunktā).



**4.uzdevums:** Izgriezt papīra joslu (platuma attiecība pret garumu apmēram 1 : 8) un salīmēt no tās Mēbiusa lentu. Veikt kādu no sekojošiem vingrinājumiem:

- (A) Vilkst pa Mēbiusa lentas vidu viļņainu līniju līdz tā apiet apkārt papīra gredzenam un atgriežas sākumpunktā. Vai Mēbiusa lentai var nokrāsot vienu tās pusi?
- (B) Vilkst līniju gar Mēbiusa lentas malu līdz tā atgriežas sākumpunktā. Vai skudriņa var apiet visapkārt lentai gar vienu Mēbiusa lentas malu, neaiztiekot otru šīs lentas malu?
- (C) Ar šķērēm griezt Mēbiusa lentu gareniski pa tās viduslīniju. Kāda veida lenta vai lentas izveidojas? Par cik pusapgriezieniem ir savērpta šī lenta vai lentas? (Mēbiusa lenta pati ir savērpta ar **vienu** pusapgriezienu par  $180^\circ$ ).
- (D) Ar šķērēm griezt Mēbiusa lentu gareniski pa līniju, kas ir aptuveni  $1/3$  attālumā no tās sānu malas. (Pieņemam, ka lentas platums ir 1 vienība.) Kāda veida lenta vai lentas izveidojas?



**5.uzdevums:** Iezīmēt “Mēbiusa lentu” savā burtnīcā kā parastu taisnstūri (šoreiz neko negriežot un nelīmējot). Lai taisnstūrim būtu “Mēbiusa lentas topoloģija” iedomāties, ka tā ir taisnstūris, kuram (apgrieztā secībā) salīmētas pretējās malas. Uz Mēbiusa lentas ir 3 raganu mājiņas (atzīmēt kvadrātiņus) un tur ir arī 3 akas (atzīmēt aplišus). Novilkt taciņas no katras raganu mājiņas uz katru aku tā, lai tās nekrustotos. Taciņas drīkst iet arī pāri salīmētajai malai (bet jāņem vērā, ka taciņas ienāks atpakaļ taisnstūrī apgrieztā secībā).

**6.uzdevums:** Izmantojot kādu apaļu priekšmetu, uzzīmējiet precīzu pusapli un zem pusapļa novelciet taisnu līniju. Pusapli sadaliet 8 vienādos lokos. Pusapļa centrā iztēlojieties iedegtu spuldzīti. Parādiet, kur uz taisnes “kritīs ēna” katram no 8 atzīmētajiem lokiem. Vai katram punktam uz pusapļa atbilst punkts uz taisnes un arī otrādi? Vai šis attēlojums ir nepārtraukts? Vai galīgu intervālu  $(-90^\circ, 90^\circ)$  var homeomorfi attēlot par bezgalīgu taisni  $(-\infty, +\infty)$ ? Sk. arī **Azimetāla projekcija**, kas Zemeslodi (vai vienu tās puslodi) projicē plaknē.