

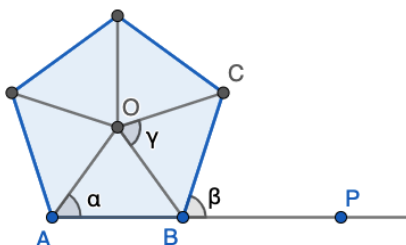
IZTEIKSMES UN INVARIANTI

Dots apraksts, atrast izteiksmi: Trīs rūķi dienā apēd p kilogramu piparkūku. Cik kilogramus piparkūku apēd septiņi rūķi d dienās?

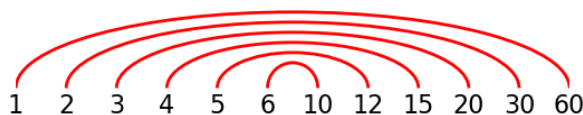
Dota izteiksme, atrast aprakstu: Parka platība ir 5000 kvadrātmetri. Norlands vienā stundā var nogrābt N kvadrātmetrus, Rolands var nogrābt R kvadrātmetrus. t ir darba dienas garums stundās. Aprakstīt cilvēku valodā, ko izsaka izteiksmes: **(A)** $N \cdot t + R \cdot t$, **(B)** $5000 - (N + R) \cdot 2$, **(C)** $5000 - N \cdot t - R \cdot (t - 2)$.

Dots attēls un leņķi, izteikt citus leņķus: Zināms, ka jebkurā trijstūrī iekšējo leņķu summa ir 180° . Par regulāru piecstūri sauc piecstūri, kura visas malas un visi leņķi ir vienādi.

$ABCDE$ ir regulārs piecstūris ar centru punktā O . Apzīmējam leņķi $\angle OAB$ ar α . Izteikt leņķus $\angle CBP = \beta$ un $\angle BOC = \gamma$ ar α . Izteikt α grādos.



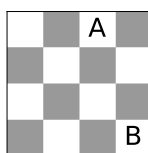
Izteikt skaitli kā reizinājumu dažādos veidos: Par skaitļa 60 kvadrātsakni sauc tādu skaitli $\sqrt{60} = x$, kuru reizinot pašu ar sevi $x^2 = x \cdot x$, iegūst 60. Atrast veselu skaitli n , kuram $n < \sqrt{60} < n + 1$. (Noskaidrot, starp kuriem diviem veseliem skaitļiem atrodas kvadrātsakne no 60.)



Dalītāju skaits intervālā $[1; n]$: Cik skaitļu no 1 līdz 100 dalās ar 7?

Dalītāju skaits citos intervālos: Kāds ir lielākais iespējamais svētdienu skaits gadā?

Invariants: Vai uz 4×4 galdiņa šaha zirdziņš var nonākt no lauciņa A lauciņā B , veicot tieši 7 gājienus?



1.uzdevums: Karlsonam ir 30 milzīgi tortes gabali. Viņš izvēlas trīs gabalus un sagriež katru no tiem vai nu 3, vai 5 mazākos gabalos (visus izvēlētos gabalus sagriež vienādā skaitā mazāku gabalu). Tad viņš atkal izvēlas kādus 3 gabalus un sagriež katru no tiem vai nu 3, vai 5 mazākos gabalos (visus izvēlētos gabalus sagriež vienādā skaitā gabalu). Vai, atkārtoti izpildot šādas darbības, Karlsons var iegūt tieši 2000 tortes gabalus?

Ieteikums:

- Par cik pieaug tortes gabalu skaits pēc katra Karlsona gājiena?
- Izveidot invariantu (neizmaināmu īpašību), kas izpildās skaitlim 30, bet neizpildās skaitlim 2000.

Atbilde:

Ja visus trīs gabalus griež katru 3 mazākos gabalos, tad gabalu skaits pieaug par $3 \cdot 3 - 3 = 6$ (rodas 9 jauni gabali, bet 3 sagrieztie gabali pazūd).

Ja visus trīs gabalus griež katru 5 mazākos gabalos, tad gabalu skaits pieaug par $3 \cdot 5 - 3 = 12$ (rodas 15 jauni gabali, bet 3 sagrieztie gabali pazūd).

Visos šajos gājienos tortes gabalu skaits palielinās skaitli, kas dalās ar 4.

2.uzdevums: Kādā dienā Karlsons uzlika uz galda 44 kūciņas. Karlsons izdomāja, ka vienā piegājienā viņš apēdīs vai nu 5 kūciņas, vai arī 10 kūciņas. Ja Karlsons apēda 5 kūciņas, tad Brālītis uzreiz uz galda uzlika 9 kūciņas. Ja Karlsons apēda 10 kūciņas, tad Brālītis uzreiz uz galda uzlika 2 kūciņas. Vai iespējams, ka uz galda kādā brīdī bija tieši 2022 kūciņas?

Ieteikums:

- Par cik pieaug kūciņu skaits pēc katra gājiena?
- Izveidot invariantu (neizmaināmu īpašību), kas izpildās skaitlim 44, bet neizpildās skaitlim 2022.

Atbilde:

- Ja apēd 5 kūciņas, tad vietā rodas 9 jaunas kūciņas (pieaugums par 4).
- Ja apēd 10 kūciņas, tad vietā rodas 2 jaunas kūciņas (pieaugums par -8).

Katrā gājienā kūciņu skaita atlikums, dalot ar 4 nemainās (kūciņu skaita atlikums, dalot ar 4 ir invariants).

Ja sākumā bija 44 kūciņas (atlikums, dalot ar 4 ir 0), tad beigās nevar rasties 2022 (atlikums, dalot ar 4 ir 2).

3.uzdevums: Daži no 272 ciema iedzīvotājiem visu laiku saka patiesību, pārējie visu laiku melo. Katram no ciema iedzīvotājiem ir tieši viena mīļākā nedēļas diena. Aptaujājot iedzīvotājus, viņiem tika lūgts atbildēt uz septiņiem jautājumiem, katrā no tiem izvēloties vienu no dotajām atbildēm:

Vai pirmdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai otrdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai trešdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai ceturtdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai piektdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai sestdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē
Vai svētdiena ir Jūsu mīļākā diena?	<input type="checkbox"/> jā	<input type="checkbox"/> nē

Uz katru jautājumu saņemto apstiprinošo ("jā") atbilžu skaits bija šāds: pirmdiena – 53, otrdiena – 54, trešdiena – 55, ceturtdiena – 56, piektdiena – 57, sestdiena – 58, svētdiena – 59. Cik ciema iedzīvotāji visu laiku melo?

Ieteikums:

- Vienkāršojam uzdevumu. Pieņemam, ka visi saka patiesību.

- Uzzināt, kāds ir invariants (algebriska izteiksme, kuras vērtība nemainās, lai kā arī nebūtu sadalījušās iedzīvotāju mīlākās nedēļas dienas).
- Saprast, kā invariants mainās

Atbilde:

Ciemā ir 24 meļi.

Ievērojam, ka atbilžu “Jā” kopskaits nemainās pie dota meļu skaita. Invariants ir visu 7 “jā” skaitļu summa:
 $S = j_1 + j_2 + j_3 + j_4 + j_5 + j_6 + j_7$.

Mūsu situācijā kopā ir $53 + 54 + 55 + 56 + 57 + 58 + 59 = 392$ atbildes “jā”. Ievērosim, ka katrs ciema iedzīvotājs, kas saka patiesību, atbildēja “jā” tieši vienu reizi (savai mīlākajai dienai), bet katrs melis – tieši sešas reizes (visām dienām, kas nav viņa mīlākā diena). Tātad, ja mēs vienu iedzīvotāju, kurš saka patiesību, pārvērstu par meli, tad papildus mēs iegūstu piecas “liekas” atbildes jā.

Iesākumā pieņemsim, ka visi ciema iedzīvotāji saka patiesību, tādā gadījumā mums kopā būtu tieši 272 atbildes “jā”. Tā kā mums ir 394 atbildes “jā”, tad mums “liekas” ir $392 - 272 = 120$ atbildes “jā”. Tātad par meliem mums jāpārvērš $120 : 5 = 24$ ciema iedzīvotāji.

4.uzdevums: Elektroniskais pulkstenis rāda stundu skaitu (vesels skaitlis robežās no 0 līdz 23) un minūšu skaitu (vesels skaitlis robežās no 0 līdz 59). Noteikt, cik reizu diennaktī stundu skaita un minūšu skaita starpība dalās ar 7.

Atbilde:

Apkopojam tabulīnā tās starpības, kas dalās ar 7 (atkarībā no izvēlētās stundas):

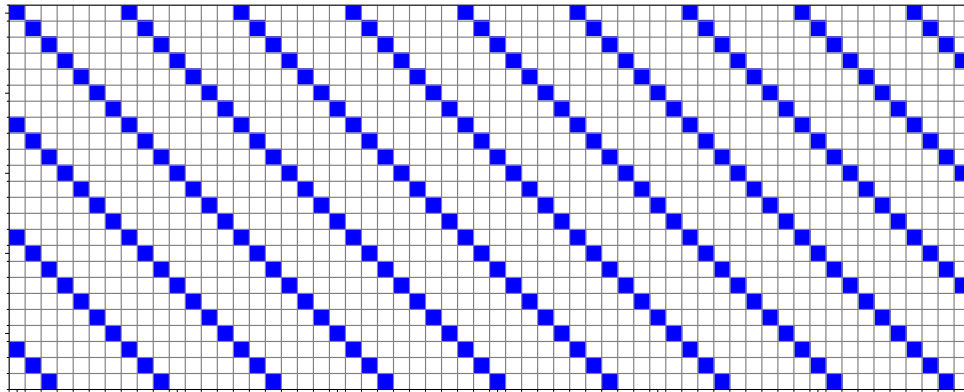
Atlikums, dalot ar 7	Stundu skaits	Minūšu skaits	Cik reizu stundu un minūšu skaita starpība dalās ar 7?
0	0; 7; 14; 21	0; 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56	$4 \cdot 9 = 36$ (4 iespējas, kā izvēlēties stundu skaitu, un 9 iespējas, kā izvēlēties minūšu skaitu)
1	1; 8; 15; 22	1; 8; 15; 22; 29; 36; 43; 50; 57	$4 \cdot 9 = 36$
2	2; 9; 16; 23	2; 9; 16; 23; 30; 37; 44; 51; 58	$4 \cdot 9 = 36$
3	3; 10; 17	3; 10; 17; 24; 31; 38; 45; 52; 59	$3 \cdot 9 = 27$
4	4; 11; 18	4; 11; 18; 25; 32; 39; 46; 53	$3 \cdot 8 = 24$
5	5; 12; 19	5; 12; 19; 26; 33; 40; 47; 54	$3 \cdot 8 = 24$
6	6; 13; 20	6; 13; 20; 27; 34; 41; 48; 55	$3 \cdot 8 = 24$

Ir pavisam 15 dažādas stundas (virknītes 0, 7, 14, 21, un 1, 8, 15, 22, un 2, 9, 16, 23 kā arī 3, 10, 17), kurām atbilst 9 dažādas minūšu vērtības ar starpībām, kas dalās ar 7.

Un ir arī 9 dažādas stundas (virknītes 4, 11, 18, un 5, 12, 19, un 6, 13, 20), kurām atbilst 8 dažādas minūšu vērtības.

Izteiksme, kas saskaita visas šīs iespējas ir $15 \cdot 9 + 9 \cdot 8 = 207$.

Tabulā iekrāsotas visas rūtiņas, kurām stundu un minūšu starpība dalās ar 7:



5.uzdevums: Četrus bērnu – Almas, Bruno, Cēzara un Dorotejas – tēvs mēdz bērniem iedot sīknaudu. Tā reiz tēvs saviem bērniem iedeva sīknaudu šādi:

- Almai kādu naudas summu viena centa monētās;
- Bruno mazāko naudas summu divu centu monētās, kas ir lielāka nekā Almai iedotā naudas summa;
- Cēzaram mazāko naudas summu piecu centu monētās, kas ir lielāka nekā Bruno iedotā naudas summa;
- Dorotejai mazāko naudas summu desmit centu monētās, kas ir lielāka nekā Cēzaram iedotā naudas summa.

Kāda ir **(A)** lielākā, **(B)** mazākā iespējamā starpība starp Dorotejai un Almai iedotajām naudas summām?

6.uzdevums: Māris iedomājās naturālu skaitli n . Pēc tam viņš izvēlējās vienu skaitļa n dalītāju, pareizināja to ar 4 un iegūto reizinājumu atņēma no dotā skaitļa n , iegūstot vērtību 11. Kāda varēja būt n vērtība? Atrodi visus variantus un pamato, ka citu nav!

7.uzdevums: Vai var atrast **(A)** 5; **(B)** 15 naturālus skaitļus (ne obligāti dažādus), kuru summa ir vienāda ar to reizinājumu?

Pieslēgšanās vietnei <https://www.socrative.com/> (īso atbilžu tests par šo tēmu):

