

Uzdevums 1.1: Regulārā 360-stūrī virsotnes apzīmētas ar veseliem skaitļiem no 0 līdz 359.

- Ar ziliem nogriežņiem savienotas virsotnes a, b , kurām $a + b \equiv 37 \pmod{360}$.
- Ar sarkaniem nogriežņiem savienotas virsotnes a, b , kurām $a + b \equiv 151 \pmod{360}$.

Atrast mazāko leņķi (grādos) kuru var veidot zils nogrieznis ar sarkanu nogriezni. (Ja krustojoties veidojas divi leņķi x un $180^\circ - x$, ierakstīt mazāko pozitīvo x vērtību.)

Uzdevums 1.2: Ar kādu periodu mainās pēdējie 10 cipari skaitļa 5^n decimālpierakstā? (Var pieņemt, ka n vērtība ir pietiekami liela un priekšperiods jau ir beidzies.)

Uzdevums 1.3: $F(0) = 0$; $F(1) = 1$; $F(k+2) = F(k+1) + F(k)$ ir Fibonači skaitļu virkne. Atrast mazāko veselo pozitīvo skaitli n , kuram Fibonači skaitlis $F(n)$ dod atlikumu 5, dalot ar 8 un vienlaikus arī atlikumu 13, dalot ar 21.

Uzdevums 1.4: Ar cik daudzām nullēm beidzas skaitļa $11^{10^{1918}} - 1$ decimālpieraksts?

Uzdevums 1.5: Atrast lielāko naturālo skaitli n ar sekojošām 2 īpašībām:

- (a) $n = 7^k$.
- (b) Skaitlis $2^{147} - 1$ dalās ar n .

Uzdevums 1.6: Cik ir tādu naturālu skaitļu pāru (x, y) , kuriem gan x , gan y nepārsniedz 1000 un $x^2 + y^2$ dalās ar 7? (Divus naturālu skaitļu pārus (x_1, y_1) un (x_2, y_2) uzskatām par dažādiem, ja $x_1 \neq x_2$ vai $y_1 \neq y_2$.)

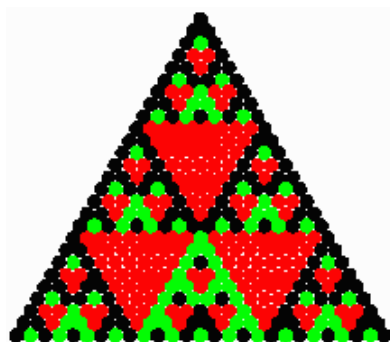
Uzdevums 1.7: Atrast lielāko naturālo skaitli m , ar kuru dalās visi $n^5 - n$, kur n ir jebkurš nepāra naturāls skaitlis.

Uzdevums 1.8: Dots, ka a un b – naturāli skaitļi un $a^2 + b^2$ dalās ar 21. Kāds ir lielākais naturālais skaitlis, ar kuru noteikti dalās $a^2 + b^2$?

Uzdevums 1.9: Kādu lielāko skaitļu skaitu var izvēlēties no kopas $\{1, 2, \dots, 1963\}$ tā, lai jebkuru divu izvēlēto skaitļu summa dalītos ar 26?

Uzdevums 1.10: Attēlā 1 uzzīmēts Paskāla trijstūris (k -tais elements šī trijstūra n -tajā rindīņā attēlo, cik dažādos veidos var izvēlēties k elementus no n elementu kopas). Šis Paskāla trijstūris izkrāsots 3 krāsās (aplītis ir sarkans, ja tajā vietā ierakstītais skaitlis dalās ar 3; aplītis ir melns, ja dod atlikumu 1, dalot ar 3, aplītis ir zaļš, ja dod atlikumu 2, dalot ar 3).

Atrast, cik ir melno aplīšu šī Paskāla trijstūrī 1000 rindīnā: Cik daudzi no 1001 skaitļiem šajā rindīnā dod atlikumu 1, dalot ar 3.



Attēls 1: Paskāla trijstūris (mod 3).

Uzdevums 1.11: Atrast mazāko naturālo skaitli n , kurš var kalpot kā “pretrunas modulis”, pierādot, ka vienādojumam $x^3 + y^3 + z^3 = 1969^2$ nav atrisinājumu veselos skaitļos. (T.i. aplūkojot atlikumus, dalot ar n , izrādās, ka kreisā puse var dot viena veida atlikumus, bet labā puse - citus atlikumus, kas nekad nesakrīt ar kreisās puses atlikumiem.)

Uzdevums 1.12: Dots kongruenču vienādojums $x^{16} \equiv a \pmod{13}$. Cik dažādām vērtībām a no kopas $\{0, 1, 2, \dots, 12\}$ eksistē atrisinājums x ?