7 Pierādījumi no pretējā (2025-10-27 .. 2025-10-31)

1.uzdevums (LV.AMO.2022B.9.5)

Mākslas muzeja plānojums ir taisnstūris ar izmēriem **(A)** 8×9; **(B)** 9×11 rūtiņas, kur viena rūtiņa atbilst vienai muzeja telpai. Muzeja vadītājs vēlas izveidot apmeklētāju maršrutu, kuram izpildās šādas īpašības:

- maršruts sākas kādā no rūtiņām (telpām), kas atrodas pie taisnstūra malas;
- apmeklētājs no vienas rūtiņas (telpas) var pāriet uz citu rūtiņu (telpu), ja tām ir kopīga mala;
- apmeklētājs maršruta laikā apmeklē katru rūtiņu (telpu) tieši vienu reizi;
- maršruts beidzas rūtiņā (telpā), kas atrodas pie taisnstūra malas blakus maršruta sākuma rūtiņai (telpai).

Vai muzeja vadītājs var izveidot šādu maršrutu?

Jautājumi:
(1) Kurā no piemēriem (A vai B) rodas grūtības ar maršrutu?
(2) Vai var "relaksēt" (atcelt vai vienkāršot) kādu no prasībām, lai maršrutu varētu izveidot?

2.uzdevums (LV.AMO.2022B.8.4)

Vai pa apli var uzrakstīt skaitļus
(A) $0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9$
(B) $0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10;\ 11;\ 12;\ 13$
tā, lai katri divi blakus esoši skaitļi atšķirtos par 3; 4 vai 5?

Jautājumi:
(1) Jēdzieni grafā: *kliķe* (n punkti – visi pa pāriem draudzējas); *neatkarīga kopa* (n punkti – nekādi divi nedraudzējas).

3.uzdevums (LV.AMO.2018.8.5)

(A) Kāds ir mazākais rūtiņu skaits, kas jāiekrāso 6×6 rūtiņu kvadrātā, lai katrā šī kvadrāta 2×3 rūtiņu taisnstūrī (tas var būt arī pagriezts vertikāli) būtu vismaz viena iekrāsota rūtiņa?
(B) Vai noteikti tad, kad ir iekrāsots mazākais rūtiņu skaits, visas četras stūra rūtiņas paliks neiekrāsotas?

Jautājumi:
(1) Kāds (A) piemērā ir iekrāsojamo rūtiņu *augšējais novērtējums* (ar ko noteikti pietiek) un *apakšējais novērtējums* (par kuru mazāk noteikti nevar)? (2) Kas domāts ar teicienu "tad, kad ir iekrāsots mazākais rūtiņu skaits, ..." Kas tur ir/nav jāpamato?

4.uzdevums (LV.AMO.2023.10.1)

Pie galda sēž zaļie bruņinieki un sarkanie bruņinieki – kopā 10 bruņinieku. Zaļie bruņinieki vienmēr saka patiesību, sarkanie bruņinieki vienmēr melo. Katrs bruņinieks izteicās:

- pirmais bruņinieks teica: "starp mums nav neviena zaļā bruņinieka";
- otrais bruņinieks teica: "starp mums ir ne vairāk kā viens zaļais bruņinieks";

- trešais teica: "starp mums ir ne vairāk kā divi zaļie bruņinieki";
- ceturtais teica: "starp mums ir ne vairāk kā trīs zaļie bruņinieki",
- un tā tālāk, līdz desmitais bruņinieks teica: "starp mums ir ne vairāk kā deviņi zaļie bruņinieki".

Cik zaļo un cik sarkano bruņinieku sēž pie galda?

Jautājumi:
(1) Kādi ir (skaidri nepateiktie) pieņēmumi par bruņinieku uzvedību, zināšanām, un savstarpēju pazīšanos? Ko nozīmē "melot"?
(2) Vai no pirmā (desmitā) bruņinieka teiktā loģiski izsecināmi citu bruņinieku apgalvojumi?

5.uzdevums (LV.NOL.2018.10.4)

No cipariem $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, katru izmantojot divas reizes, izveidoti trīs sešciparu skaitļi. Ar kādu lielāko nuļļu skaitu var beigties trīs izveidoto skaitļu summa?

Jautājumi:
(1) Augšējais un apakšējais novērtējums nuļļu skaitam.
(2) Procedūra, kā konstruēt piemērus ar daudzām nullēm?

6.uzdevums (LV.AMO.2015.7.3)

(**A**) Atrast naturālu skaitli ar ciparu summu 13, kam pēdējie divi cipari ir 13 un kas dalās ar 13.
(**B**) Vai var atrast naturālu skaitli, kam ciparu summa ir 11, pēdējie divi cipari ir 11 un kas dalās ar 11?

Jautājumi:
(1) Kā izskatīsies neiespējamības pierādījums (B) gadījumā?

7.uzdevums (LV.AMO.2003.7.3)

Divi spēlētāji pamīšus raksta uz tāfeles pa vienam naturālam skaitlim no 1 līdz 9 ieskaitot. Nedrīkst rakstīt skaitļus, ar kuriem dalās kaut viens jau uzrakstīts skaitlis. Kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Parādiet, ka tas, kas izdara pirmo gājienu, var uzvarēt.
(*Piezīme:* Oriģinālā bija prasīts "Parādiet, **kā** tas, kas izdara pirmo gājienu, var uzvarēt.")

Jautājumi:
(1) Ar ko jautājums "Parādiet, ka" atšķiras no "Parādiet kā"?