Ģeometrijas uzdevumu lasīšana (2026-02-09)

Praktisks ieteikums (4R: Read, Restate, Represent, Roadmap):
(1) **Izlasīt** uzdevumu un atrast visus nosacījumus;
(2) **Pārformulēt** īsāk un saviem vārdiem;
(3) **Attēlot** situāciju zīmējumā, tabulā utt.
(4) **Izplānot** sagaidāmās risinājuma darbības.

Jautājumi par lasīšanu un uzdevuma modeli:

- Cik un kādos veidos var uzzīmēt uzdevumā aprakstīto situāciju?
- Ja uzdevumā minēts, ka trijstūris ir vienādsānu vai taisnleņķa, kādi veidi ir jāapskata?
- Vai nav ieviesti papildu pieņēmumi, kuru uzdevuma nosacījumos nav (piemēram, punkts atrodas daudzstūra iekšpusē, aplūkojamais daudzstūris ir izliekts, utml.)

1.piemērs

Dots trijstūris ABC un punkts P apmierina nosacījumus $\sphericalangle PAB = 30^\circ$, $\sphericalangle PBA = 30^\circ$, $\sphericalangle PBC = 40^\circ$, $\sphericalangle PCB = 40^\circ$. Noteikt, vai P atrodas trijstūra ABC iekšpusē, uz tā robežas vai ārpusē.

2.piemērs

Vai trijstūrim var būt malu garumi $a = 4$, $b = 7$ un mediāna, kas vilkta pret malu b ar garumu $m_b = 3$?

3.piemērs

Plaknē atzīmēti punkti A, B, C, D un nekādi trīs no tiem neatrodas uz vienas taisnes. Zināms, ka leņķi $\sphericalangle DAB = 70^\circ$ un $\sphericalangle BCD = 110^\circ$. Kāda var būt leņķu summa $\sphericalangle ABC + \sphericalangle CDA$?

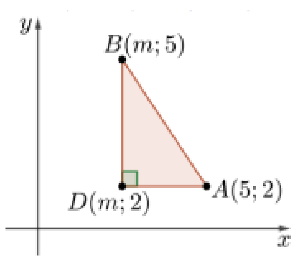
1.uzdevums (LV.VOL.2023.9.4)

Plaknē atzīmēti punkti $A(5;2)$, $B(m;5)$ un $C(3;m)$. Kādām reālām m vērtībām trijstūris ABC ir taisnleņķa trijstūris?

Atrisinājums:

Apskatām taisnleņķa trijstūri ADB, kur $D(m;2)$, $AD = |5-m|$ un $BD = |5-2| = 3$ (skat. 1.att.). Izmantojot Pitagora teorēmu $\triangle ADB$, aprēķinām nogriežņa AB garuma kvadrātu:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = (5-m)^2 + (2-5)^2 = m^2 - 10m + 34$$



1. att.

Līdzīgi, katram nogrieznim konstruējot taisnleņka trijstūri, iegūstam, ka

$$AC^2 = (5-3)^2 + (2-m)^2 = m^2 - 4m + 8$$
$$BC^2 = (m-3)^2 + (5-m)^2 = 2m^2 - 16m + 34$$

Lai trijstūris ABC būtu taisnlenka, divu malu garumu kvadrātu summai jābūt vienādai ar trešās malas garuma kvadrātu. Aplūkojam trīs iespējamos gadījumus.

1. Ja $AB^2 + AC^2 = BC^2$, tad

$$m^2 - 10m + 34 + m^2 - 4m + 8 = 2m^2 - 16m + 34$$
$$2m + 8 = 0$$
$$m = -4$$

2. Ja $AC^2 + BC^2 = AB^2$, tad

$$m^2 - 4m + 8 + 2m^2 - 16m + 34 = m^2 - 10m + 34$$
$$m^2 - 5m + 4 = 0$$
$$m_1 = 1, \quad m_2 = 4$$

3. Ja $AB^2 + BC^2 = AC^2$, tad

$$m^2 - 10m + 34 + 2m^2 - 16m + 34 = m^2 - 4m + 8$$
$$m^2 - 11m + 30 = 0$$
$$m_1 = 5, \quad m_2 = 6$$

Esam ieguvuši, ka trijstūris ABC ir taisnleņka ja m ir $-4; 1; 4; 5; 6$.

2.uzdevums (LV.VOL.2013.9.2)

Doti trīs regulāri trijstūri OAB, OCD un OEF (virsotnes norādītas pulksteņrādītāja secībā), kuru malu garumi var atšķirties. Punkti A, C, E neatrodas uz vienas taisnes; punkti B, D, F arī neatrodas uz vienas taisnes. Pierādīt, ka $\triangle ACE = \triangle BDF$.

3.uzdevums (LV.VOL.2011.9.2 variants)

Uz taisnleņķa trīsstūra katetes b kā diametra konstruēta riņķa līnija, kas no hipotenūzas c atšķeļ nogriezni, kura garums vienāds ar otras katetes a garumu. Aprēķināt attiecību c/a.

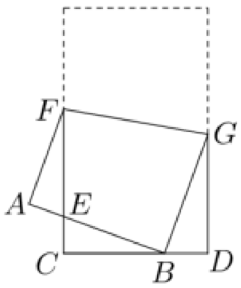
Uzdevuma oriģinālteksts: Uz taisnleņķa trīsstūra garākās katetes kā diametra konstruēta riņķa līnija, kas no hipotenūzas atšķeļ nogriezni, kura garums vienāds ar īsākās katetes garumu. Aprēķināt hipotenūzas un īsākās katetes garumu attiecību!"

4.uzdevums (LV.VOL.2010.9.4)

Rūtiņu lapā novietoti divi taisnstūri (var būt sakrītoši) tā, ka to malas iet pa rūtiņu malām. Teiksim, ka punkts pieder taisnstūrim, ja tas atrodas taisnstūra iekšpusē vai uz tā kontūra. Cik no 8 šo divu taisnstūru virsotnēm var vienlaicīgi piederēt arī otram taisnstūrim?

5.uzdevums (LV.AMO.2017.8.3)

Taisnstūrveida papīra lapu pārlocīja tā, ka pārlocītais lapas stūris atrodas uz pretējās malas (skat. 20.att.). Trijstūri AFE un CBE ir vienādi un $CB = 7$ cm, bet $BD = 3$ cm. Kādi ir sākotnējās papīra lapas malu garumi?



20. att.

6.uzdevums (LV.NOL.2014.8.5)

Trijstūra virsotnes atrodas kvadrātiska rūtiņu režģa punktos. Pierādīt, ka kāda no trijstūra malām iet vai nu caur kādu citu rūtiņu režģa punktu, vai kādas rūtiņas centru.

7.uzdevums (LV.NOL.2012.8.4)

Uzzīmēt plaknē sešus punktus tā, lai no katra uzzīmētā punkta tieši trīs citi uzzīmētie punkti atrastos tieši 1 cm attālumā.