

## 8.3. Uzdevums

Trīs burvji rituālā spēj pārveidot skaitļus, bet katrs no burvjiem prot tikai vienu burvestību:

- pirmais burvis spēj atņemt no jebkura skaitļa 1;
- otrais burvis spēj izdalīt jebkuru skaitli ar 2;
- trešais burvis spēj reizināt jebkuru skaitli ar 3.

Lai pārveidotu skaitli, burvji var pielietot savas burvestības jebkurā secībā, pat izlaižot citus burvjus. Bet katrs burvis savu burvestību katrā rituālā drīkst izmantot tikai 5 reizes, un starprezultātam jābūt veselam skaitlim, kas nepārsniedz 9. Vai burvji no skaitļiem 3, 8, 9, 2, 4 var iegūt (A) 3, 3, 3, 3, 3; (B) 5, 5, 5, 5, 5?

### Biežākās kļūdas un pārpratumi:

- **Punktā (A) neievēro, ka burvestību skaits ir ierobežots:**

Dažādi piemēri, kur neoptimālos pārveidojumos pārsniegts (-1) vai (:2) operāciju skaits.

- **Punktā (A) nevajadzīgi pārveido pašu skaitli 3 par 3:**

Piemēram,  $3 - 1 = 2$ ,  $2 * 2 = 4$ ;  $4 - 1 = 3$ . Tas nav aizliegts, bet grūtāk ievērot ierobežojumu par piecām katra veida burvestībām. Tomēr paliek vēl vairāki veidi. Piemēram,

$3 - 1 = 2$ ;	$2 : 2 = 1$ ;	$1 * 3 = 3$
$8 : 2 = 4$ ;	$4 - 1 = 3$	
$9 - 1 = 8$ ;	$8 : 2 = 4$ ;	$4 - 1 = 3$
$2 : 2 = 1$ ;	$1 * 3 = 3$	
$4 - 1 = 3$		

- **Punktā (B) nav aplūkots vispārīgais gadījums:**

Neiespējamība iegūt (5,5,5,5,5) pamatota tikai ar vienu piemēru.

- **Punktā (B) neiespējamība pierādīta nepilnīgi:**

Apgalvojums, ka 5 var dabūt tikai no 6 ir izteikts, bet nav pilnvērtīgi pamatots (vajag divus spriedumus – “5” nevar dabūt reizinot ar “3” UN “5” nevar dabūt arī dalot ar “2”, jo tad iepriekšējais rezultāts būtu 10, kas nav atļauts).

- **Punktā (B) aplami apgalvo, ka no 8 uz 5 vajag 3 atņemšanas.**

Ir taisnība, ka  $8 - 1 - 1 - 1 = 5$  (iztērētas trīs atņemšanas). Aplūkojot arī skaitli 9 var secināt, ka atņemšanu nepietiek.

Bet no 8 uz 5 var tikt arī citādi:  $8 : 2 : 2 * 3 - 1 = 5$  (iztērēta tikai viena atņemšana)

- **Abos punktos raksta nepareizas vienādību ķēdītes:**

Aritmētisku operāciju starprezultātiem nedrīkst rakstīt klāt jaunas darbības, veidojot nepareizu vienādību ķēdīti. Piemēram,  $9 - 1 = 8 : 2 = 4 - 1 = 3$ .

- **Pārprasts vārds “rituāls”:** Dažos risinājumos par rituālu uzskata viena skaitļa pārveidošanu – un tad ar piecām katra veida aritmētiskajām darbībām, protams, pietiek. Citreiz par “rituālu” uzskatīja vienu burvestību (“Pēc tabulas rezultātiem var secināt, ka visi burvi(!) izdarīja ne vairāk par 5 rituāliem.”)

- **Pārprasts vārds “tikai”:** “Bet katrs burvis savu burvestību katrā rituālā drīkst izmantot **tikai** 5 reizes” – vārds “tikai” šeit nozīmē “**ne vairāk kā** 5 reizes” (nevis “**tieši** 5 reizes”).

**Vērtēšanas kritēriji:** Katru apakšpunktu vērtē atsevišķi.

**1. Max 3 punkti.**

- Pareizi pierakstītas visas darbības (A) piemērā un noteikts katra burvja iztērēto operāciju skaits. **(3 punkti)**
- Pārsniegts atļauto darbību skaits. To viegli izdarīt, ja 3 pārveido par 3 vai citādi iztērē daudz atņemšanu. **(0 punkti)**

**2. Max 7 punkti:**

- Pamatots vispārīgajā gadījumā, ka (5,5,5,5,5) nevar iegūt **(7 punkti)**
- Viens piemērs, kurā redzams, ka (5,5,5,5,5) nevar iegūt **(1 punkts)**
- Aplūkots tikai gadījums  $8-1-1-1=5$ , bet ne  $8:2:2*3-1=5$  **(3 punkti)**
- Nepilnīgi pamatots, ka pirms "5" jābūt "6" – piemēram, pateikts, ka ejot no "6" uz "5" jau iztērējas visas piecas atņemšanas, bet nav skaidri pateikts, kur vajag vēl vismaz vienu **(5 punkti)**
- Formulēts apgalvojums, ka uz "5" var tikt tikai no "6", bet nav paskaidrots, kāpēc tā jābūt, un arī nav secināts – kāpēc tas ir slikti **(2 punkti)**

Jebkur risinājumā nepareiza vienādību ķēdīte (piemēram,  $8:2=4-1=3$ ). **Mīnus 1 punkts.**

**Tipiskas labotāju piezīmes:**

- Citi veidi kā iegūt (5,5,5,5,5)?
- Pārsniegts atļauto atņemšanu (vai dalīšanu) skaits
- $8:2 \neq 4-1=3$ . Pārrakstīt kā divas vienādības:  $8:2=4$ ;  $4-1=3$ .

**Ieteikumi:**

- Pamatojot neiespējamību, jāaplūko visi iespējamie skaitļu pārveidošanas gadījumi, nevis tikai pirmais, kuru gadījās iegūt.
- Skaitļu pārveidojumus var pierakstīt kā stāvokļu pārejas ar bultiņām, jo atļauto gājienu skaits katrā situācijā ir neliels. Šādas stāvokļu pārejas var arī analizēt no otra gala (vienīgais veids, kā iegūt 5, ir vispirms dabūt 6 utt.).