

Apstiprinu
Rīgas Āgenskalna Valsts ģimnāzija
direktore Iveta Ratiņka

(paraksts)

“ ” _____ 2024.g.
(datums, mēnesis, gads)

Rīgas Āgenskalna Valsts ģimnāzija Matemātikas pulciņš 7.-8.klasēm

Interēšu izglītības programmas joma un apakšprogrammas nosaukums:

Fakultatīvās nodarbības “padziļināta mācību priekšmeta apguve” (10.sadaļa, kods 1001).

(saskaņā ar Valsts izglītības informācijas sistēmas klasifikatoru: 2019. gada 10. decembra Ministru kabineta noteikumi Nr. 599 “Noteikumi par oficiālās statistikas veidlapu paraugiem izglītības jomā”)

Programmas autors

Kalvis Apsītis

(pedagoga vārds, uzvārds)

Programma izstrādāta “7” novembrī 2024.g.

(datums, mēnesis, gads)

Programma tiks aktualizēta 2025. un 2026.gadā

1. Ievads un programmas aktualitāte

Programmas “Matemātikas pulciņš 7.-8. klasēm” nepieciešamību nosaka skolēnu vēlēšanās attīstīt izziņas un komunikācijas prasmes matemātikā un eksaktajās zinātnēs, loģiski secināt, saprotami izklāstīt savas domas, pārstāvēt skolu mācību priekšmetu olimpiādēs.

2. Programmas mērķis

Programmas darbības laikā sasniedzami šādi rezultāti:

1. Pamatizglītības standarta apjomā apgūti matemātikas jēdzieni un tipiski piemēri.
2. Apgūtas matemātisko spriedumu izdarīšanai izmantojamās metodes.
3. Vingrinājumos veicināta skaitliskā intuīcija, telpiskā iztēle un uzmanība detaļām.
4. Apgūtas prasmes uzstāties pie tāfeles un apspriest citu risinājumus.
5. Izskopti intelektuālās dzīves un pasaules izziņas ieradumi, strādājot individuāli vai grupās.

3. Programmas uzdevumi

Programmas mērķu sasniegšanai izmantojami šādi uzdevumi:

1. Matemātikas jēdzieni un piemēri
 - a. Programmas izmantoto darba lapu sākumā (Apsītis, 2024) ir teorijas kopsavilkumi: algebras, ģeometrijas, diskrētās matemātikas jēdzienu definīcijas, galvenie rezultāti.
 - b. Jēdzienus nostiprina, ieviešot tipiskākos piemērus darba lapu iesildīšanās uzdevumos.
2. Matemātiskās izziņas metodes
 - a. Uzdevumi ilustrē matemātiskā radošuma paņēmienus (Polya, 1957), (Zeitz, 2006).
 - b. Apgūtas bieži izplatītās matemātisko pamatojumu struktūras – matemātiskās indukcijas metode, vidējās vērtības metode un Dirihlē princips, ekstremālā elementa metode, invarianta metode, pierādījumi no pretējā, uzdevuma interpretācija citos jēdzienos, papildkonstrukcijas ģeometrijā vai kombinatorikā, algebriskie pārveidojumi un citas procedūras.
 - c. Iepazītas loģikas metodes (saikļu “un”, “vai” atšķirības, apgrieztais, pretējais un kontrapozitīvais secinājums, nekonstruktīvie pierādījumi, spēļu analīze).
3. Intuīcija, iztēle, uzmanība
 - a. Īso atbilžu testi Socrative vidē
 - b. Ģeometrisku bildīšu, dažādu diagrammu zīmēšana.
 - c. Darba lapās piemēri par matemātiskās intuīcijas lietojumiem sadzīvē.
4. Komunikācija par matemātiku

- a. Darba lapās iekļaujami uzdevumi lasītprasmes attīstībai – parasti tie ir olimpiādes uzdevumi ar neparastu vai viegli pārprotamu formulējumu. Pirms risināšanas tos var lasīt un atbildēt uz jautājumiem par uzdevuma izpratni neatkarīgi no izvēlētās risināšanas metodes.
 - b. Dalībnieki brīvprātīgi piesakās stāstīt risinājumus pie tāfeles.
 - c. Dalībnieki uzdod viens otram jautājumus, atbild uz citu dalībnieku un skolotāja jautājumiem.
5. Izziņas ieradumi un vērtības
- a. Nodarbību diskusiju laikā stiprināt dalībnieku savstarpējo cieņu un gatavību noskaidrot patiesību.
 - b. Gatavošanās matemātikas olimpiādēm nodarbībās un arī patstāvīgi, atsevišķi trenējot tehniku (matemātikas priekšzināšanas), izturību (uzmanības noturība uz vienu uzdevumu) un ātrumu (spēju viegli pārslēgties uz jaunu uzdevumu).
 - c. Piedalīšanās komandu sacensībās, uzdevumu risināšana grupās.

4. Programmas īstenošanas plāns:

4.1. Mērķauditorijas raksturojums

Nodarbību dalībnieki ir vispārīzglītojošu skolu 7.-9.klašu audzēkņi. Interesu izglītības programmas nosaukums ir “Matemātikas pulciņš 7.-8.klasēm”, bet darbs tikai ar 7. un 8.klasi ir īpatnība, vadot interešu izglītības nodarbības pirmo gadu. Citos mācību gados var līdzīgi organizēt pulciņu 8. un 9.klasēm.

Programmas īstenošanā uzskatām, ka dalībniekiem nav nopietnu robu pirmo sešu klašu matemātikas standarta apgūvē. Āgenskalna Valsts ģimnāzijas audzēkņi ir kārtojuši matemātikas iestājek sāmenu, visiem ir pietiekamas priekšzināšanas.

4.2. Programmas īstenošanas laiks

Programmas paredzamais ilgums vienam dalībniekam ir divi gadi (7. un 8.klase vai arī 8. un 9.klase). Paredzētas divas 40 minūšu mācību stundas nedēļā.

Dažādām klasēm atšķirīgo stundu sarakstu dēļ pulciņa nodarbības praktiski organizē vairākas mācību stundas pēc kārtas – piemēram, 7., 8., 9., un 10. mācību stundās. Dalībnieki piedalās jebkurās divās no šīm stundām.

4.3. Darba metodes un formas

Nodarbības “Matemātikas pulciņā 7. un 8.klasēm” nodarbības apvieno teoriju, ko parasti izklāsta pirmajās 10 minūtēs un praktisku uzdevumu risināšanu vai piemēru demonstrēšanu un apspriešanu (pārējais laiks – aptuveni 80 minūtes) – parasti uzdevumu rēķināšana melnrakstā,

stāstīšana pie tāfeles un jautājumi. Ģeometrijā ir iespējams arī kaut kas līdzīgs laboratorijas darbiem, piemēram, vingrinoties zīmēt ģeometriskus attēlus ar brīvu roku.

Papildus iknedēļas nodarbībām ir arī olimpiādes ([Atklātā olimpiāde](#) un [Valsts olimpiādes 2.posms](#)) un neklātienes konkursi, piemēram, [Atvērtā kopa](#) un [Profesora Cipariņa klubs](#). Atskaitot šīs aktivitātes, citi mājasdarbi nav paredzēti.

4.4. Tematiskais plāns vienai grupai un izglītības satura apraksts

2024./2025. mācību gadā paredzamas 25 nodarbības – 10 nodarbības līdz ziemas brīvlaikam, 15 nodarbības pēc ziemas brīvlaika. Katrā nodarbībā aplūkojam vienu tēmu. Katras tēmas apgūšanai paredzētais stundu skaits ir **2 mācību stundas**. Tēmu nosaukumi un apakštēmas:

1. Izteiksmes un invarianti:
 - a. SR: Izsaka teksta uzdevumos sastopamus lielumus vai veselu skaitļu īpašības ar algebriskām izteiksmēm.
 - b. SR: Pēc teksta uzdevuma (procesa vai spēles apraksta) formulē invariantu, lai pamatotu, no kura stāvokļa nevar nokļūt citā stāvoklī, ja invariants jeb procesa gaitā saglabāta īpašība to nepieļauj.
2. Trijstūri un leņķi:
 - a. SR: Izmanto leņķu sakarības (blakusleņķi, krustleņķi, leņķi pie paralēlām taisnēm, daudzstūra iekšējo/ārējo leņķu summa), leņķu un malu sakarības vienādsānu trijstūros. Nezināmo izteikšanas un pierādījumu uzdevumi.
 - b. SR: Figūru vienādība, simetrija. Figūru sagriešana vienādos gabalos, taisņu un nogriežņu izvietojumi un krustošanās.
3. Dirihlē princips:
 - a. SR: Vienkāršais princips (divu elementu sadursmes ja $n+1$ objektus saliek n kastēs), vispārīgais princips (ja $kn+1$ elementus saliek n kastēs), lietojumi situācijās, kur visi elementu skaiti zināmi.
 - b. SR: Dirihlē principa lietojumi kombinatorikā (konfekšu, lentīšu utml. kombināciju saskaitīšana, lai salīdzinātu ar kādu skaitli), dalīšanas atlikumiem un ģeometrijā.
4. Decimālpieraksts un dalāmības pazīmes:
 - a. SR: Savstarpēju pirmskaitļu jēdziens, dalāmības pazīmju kombinēšana, dalāmības pazīme ar 11 (ciparu summa pāru pozīcijās dalās ar ciparu summu nepāru pozīcijās).
 - b. Savstarpēji pirmskaitļi un dalāmība. Divnieku skaitīšanas sistēma; naudas summu, atvaru kombinēšana, lai sastādītu dažādas summas.
5. Figūru simetrija, pārveidojumi, izvietojumi:
 - a. SR: Veikt figūriņu paralēlās pārnese, rotācijas, aksiālās simetrijas. Pazīt figūriņas, kam iespējami simetriski pārveidojumi un atrast šos pārveidojumus.

- b. SR: Uzdevumi, kur figūras jāgriež gabalos vai jāpārklāj ar citām figūrām.
- 6. Atkārtojums pirms atklātās olimpiādes:
 - a. SR: Lineāras funkcijas veseliem skaitļiem un daļskaitļiem; vienādojumi veselos skaitļos.
 - b. SR: Dirihlē princips, reizināšana pēc pirmskaitļa moduļa, Bezū identitāte, uzdevumi par naudas mainīšanu un ūdens liešanu un mērīšanu.
- 7. Pilnā pārlase:
 - a. SR: Variantu skaits ar reizināšanas un saskaitīšanas likumu kombinatorikā.
 - b. SR: Atkārtotu kombināciju pareiza uzskaitīšana ar dalīšanu, permutācijas ar atkārtojumiem.
- 8. Virknes un atlikumi:
 - a. SR: Decimāldaļskaitļu iegūšana no parastajiem daļskaitļiem un otrādi. Decimāldaļskaitļu īpašības, galīgas, tīri periodiskas virknes un priekšperiodi.
 - b. SR: Atlikumi veselu skaitļu virknēs, ar kurām rekurenti atkārto to pašu darbību. Novērtējumi – pēc cik ilga laika virkne kļūst periodiska, kurām atlikumu virknēm ir priekšperiodi.
- 9. Uzdevumi par rūtiņu lapu:
 - a. SR: Kombinatoriskās ģeometrijas (izvietošanas, sagriešanas, iekrāsošanas) uzdevumi bezgalīgā rūtiņu plaknē – figūras, kas aizņem veselu skaitu rūtiņu.
 - b. SR: Figūras ar virsotnēm rūtiņu virsotnēs, Pīka formula figūras laukumam, atstarošanās un citas simetrijas uzdevumi.
- 10. Grafi:
 - a. SR: Grafu definīcija un veidi (orientēti, neorientēti, sakarīgi, planāri, divdaļīgi grafi, koki). Papildus konstrukcijas grafos - ceļi grafā, cikli, virsotņu un šķautņu krāsojumi.
 - b. SR: Grafu izmantošana teksta uzdevumos, maksimālie sapārojumi grafos, šķautņu skaits kokā, grafa virsotņu izkrāsošana.

Otrais pusgads

- 11. Algoritmi un svēršanas uzdevumi
 - a. SR: Lēmumu pieņemšanas koki (decision trees), monētu svēršanas uzdevumi, radioaktīvo akmeņu meklēšanas uzdevumi.
 - b. SR: Uzdevumi, kas risināmi kā dinamiskajā programmēšanā, uzkrājot datus tabuliņās.
- 12. Spēles un invarianti
 - a. SR: Galīga kombinatoriska spēle ar pilnu informāciju, pārmaiņus izdarītiem gājieniem, bez neizšķirti. P-pozīcijas (kur iepriekšējo gājieni izdarījušais spēlētājs uzvar) un N-pozīcijas (kur nākamo gājieni izdarošais spēlētājs uzvar).

- b. SR: Spēles ar skaitļu samazināšanu un invariantu atrašana P-pozīcijām. Spēle NIM ar trim skaitļu kaudzītēm un spēles invariants, izmantojot skaitļu bināro pierakstu.
- 13. Matemātiskā indukcija
 - a. SR: Pamatot virkņu vai to atlikumu īpašības ar matemātisko indukciju.
 - b. SR: Izmantot matemātisko indukciju kombinatorikas vai ģeometrijas uzdevumos ar naturālu parametru.
- 14. Loģika, Eilera-Venna diagrammas
 - a. SR: Dažādu apgalvojumu iespējamās un neiespējamās kombinācijas. Saiklis “UN” (konjunkcija), “VAI” (disjunkcija), “NE” (negācija). Loģiska secināšana – saikļi “JA ... TAD ...”. Piemēri izteikuma pārrakstīšanai par kontrapozitīvo (apmaina vietām un pieliek negācijas).
 - b. SR: Apgalvojumu un to kombināciju apzīmēšana Eilera-Venna diagrammās, apvelkot plaknes apgabalus.
- 15. Maģiskas konfigurācijas un izteiksmes
 - a. SR: Skaitļu izvietojumi maģiskos kvadrātos un trijstūros, lai sakristu summas vai reizinājumi.
 - b. SR: Uzdevumi, kuru formulējumā vai risinājumā jāveido algebriskas izteiksmes ar operācijām un iekavām.
- 16. Ekstremālais elements.
 - a. SR: Ekstremālais elements algebrā, nevienādības un skaitļu novērtējumi.
 - b. SR: Ekstremālais elements ģeometrijā, īsākais ceļš starp diviem punktiem, garākā nogriežņa izvēlēšanās, īsākais attālums pa perpendikulu.
- 17. Punktu, taisņu un nogriežņu sistēmas
 - a. SR: Punktu un taisņu attiecības – katras divas taisnes ir vai nu paralēlas vai krustojas vienā punktā, caur katriem diviem punktiem iet tieši viena taisne.
 - b. SR: Uzdevumi par taisņu vai nogriežņu sistēmu zīmēšanu, taisņu vai nogriežņu krustošanās “vispārīgajā veidā” un arī dažos speciālos veidos.
- 18. Piemēru konstruēšanas uzdevumi
 - a. SR: Uzdevumi, kuru atrisinājums ir neiespējamības pierādījums vai pretpiemērs.
 - b. SR: Uzdevumi, kuros jāatrod lielākais/mazākais (vai citādi optimālais) piemērs.
- 19. Atkārtojums pirms novada olimpiādes
 - a. SR: Matemātiskās indukcijas metode algebrā un veselo skaitļu aritmētikā.
 - b. SR: Ģeometrijas tēmas par figūru pārveidojumiem, simetriju un leņķiem.
- 20. Topoloģija, sakarīgi un planāri grafi.
 - a. SR: Nepārtraukti ģeometrisku figūru pārveidojumi. Ceļi uz virsmas. Vienpusīgas virsmas (Mēbiusa lenta) un divpusīgas virsmas.
 - b. SR: Grafu īpašības – sakarīgi un planāri grafi. Algoritmi grafiem, īsākā ceļa meklēšana.
- 21. Ievads matalīzē

- a. SR: Nepārtrauktas funkcijas. Punktu attāluma pieraksts ar moduli, uzdevumi ar moduļiem.
 - b. SR: Bezgalīgas ģeometriskas progresijas, periodiski daļskaitļi formā $0.3333\dots$. Virkņu robežas un Ahilleja-bruņurupuča stāsts.
22. Ģeometriski konstrukcijas uzdevumi
- a. SR: Standartas konstrukcijas ar cirkuli un lineālu: nogriežņa dalīšana dotajā proporcijā, divu nogriežņu garumu “a” un “b” vidējais ģeometriskais. Ko var/nevar uzkonstruēt tikai ar lineālu.
 - b. SR: Īpaši punkti trijstūrī (mediānas, augstumi, vidusperpendikuli, bisektrises), to konstruēšana. GeoGebra vai līdzīgu rīku izmantošana.
23. Kopas un relācijas
- a. SR: Galīgas un bezgalīgas kopas. Uzdevumi, kuros elementi jāsanumurē.
 - b. SR: Bināras relācijas kopās, refleksīvas, simetriskas un transitīvas relācijas. Sakārtošanas attiecība, uzdevumi, kuros varianti kārtojami pēc alfabēta.
24. Uzdevumi ar interpretācijām
- a. SR: Ģeometrisku uzdevumu interpretācija algebriski: Uzdevumi par atstarošanas un biljardiem, koordinātu izmantošana, smaguma centri.
 - b. SR: Algebrisku uzdevumu interpretācija ģeometriski: Nevienādību sistēmu risināšana, optimizācijas uzdevumi.
25. Varbūtības un statistika
- a. SR: Klasiskais varbūtību modelis (visi apakšgadījumi ar vienādām varbūtībām), notikumu kombinēšana un kombinēto notikumu varbūtību atrašana. Piemēram, varbūtība, ka uzkrītīs kāda kombinācija uz metamajiem kauliņiem.
 - b. SR: Vidējais aritmētiskais. Vidējo lielumu izmantošana teksta uzdevumos un statistikas pārskatos. Pareizi un kļūdaini procentu lietojumi. Matemātika un balsošana.

Citām darba formām, kas minētas sadaļā 4.3 (un nav pulciņa iknedēļas nodarbības) arī ir tēmas – pirms Valsts 2.posma (jeb novada) un pirms Atklātajām olimpiādēm ir NMS izsludinātās gatavošanās tēmas. Mācību programmas izveidošanas laikā bija zināms, ka atklātajā olimpiādē viens no uzdevumiem izmantos Dirihlē principu, kas kļuva par vienu no nodarbību tēmām. Agrāko gadu olimpiāžu tēmas sk. (LU NMS, 2023)

5. Plānoto rezultātu apraksts

Zemāk dotais rezultātu saraksts atbilst 3.sadaļā minētajam mērķu sarakstam.

1. Matemātikas jēdzieni un piemēri:

- a. **Teorijas kopsavilkumi:** Dalībnieki prot lietot darba lapās definētos jēdzienus (vai nu izmantojot teorijas špikeri vai arī no galvas). Pārbaudām nevis spēju noskaitīt

definīciju, bet korekti saprast jēdzienu, ja tas parādās uzdevumā vai citā tekstā, ieskaitot neparastākus robežgadījumus.

- b. **Tipiskie piemēri:** Katram jēdzienam (piemēram, periodiska virkne, funkcija, vienādsānu trijstūris) dalībnieki prot atrast dažus raksturīgus piemērus – uzzīmēt vai īsi paskaidrot.

2. Matemātiskās izziņas metodes:

- a. **Matemātiskais radošums:** Katrs no dalībniekiem vai nu klasē vai mājās sagatavo risinājumu kādam uzdevumam, kura metode (risināšanas procedūra) nav iepriekš zināma. Risinājumu izstāsta pie tāfeles.
- b. **Matemātisko pamatojumu struktūras:** Par katru struktūru mācību gada laikā atrisināti uzdevumi – pie tam dažādās nedēļās, lai nodrošinātu labāku atcerēšanos (struktūras ir – matemātiskās indukcijas metode, vidējās vērtības metode un Dirihlē princips, ekstremālā elementa metode, invarianta metode, pierādījumi no pretējā, uzdevuma interpretācija citos jēdzienos, papildkonstrukcijas ģeometrijā vai kombinatorikā, pārveidojumi).
- c. **Iepazītas loģikas metodes:** Dalībnieki prot pazīt dažas vienkāršas spriedumu kļūdas.

3. Intuīcija, iztēle, uzmanība:

- a. **Skaitliskā intuīcija un uzmanība:** Dalībnieki klātienē vai mājās izpilda Socrative testiņu par apgūtajām tēmām, nepielaiž daudz neuzmanības kļūdu.
- b. **Ģeometriskā iztēle:** Dalībnieki māc zīmēt uz nesagrafētas tāfeles dažādas figūras – daudzstūrus (ar jebkuru malu skaitu no 3 līdz 20), regulārus un neregulārus daudzstūrus, laužtas līnijas (slēgtas vai vaļējas, ar vai bez posmu krustojumiem), aplūkos un dažādas figūru konfigurācijas.

4. Komunikācija par matemātiku:

- a. **Lasītprasme:** Dalībnieki spēj izlasīt uzdevuma sākotnējo tekstu, to pareizi interpretēt, pievieno zīmējumus un atbild uz jautājumiem. Viņi to dara, balstoties uz doto tekstu, nevis skolotāja paskaidrojumiem.
- b. **Spēja stāstīt pie tāfeles:** Katrs dalībnieks pulciņā 1 gada laikā kaut ko stāsta pie tāfeles.

5. Izziņas ieradumi un vērtības:

- a. **Savstarpējā cieņa un patiesības mīlestība:** Dalībnieki klausās savus kolēģus – runātājus pie tāfeles, pieklājīgi uzdod jautājumus vai ceļ iebildumus.
- b. **Dalība olimpiādēs:** Mācību gada laikā katrs pulciņa dalībnieks piedalās kādā olimpiādē vai konkursā (vai arī citādi sagatavojas kādam nelielam ar matemātiku saistītam projektiņam pēc savas izvēles).
- c. **Darbs grupās:** Dalībnieki māc risināt uzdevumus (vai komplektus) grupās, dala pienākumus, noformē risinājumus. To dara vai nu konkursos kā “Atvērtā kopa” vai arī kaut ko risina grupās nodarbību laikā.

6. Programmas materiālais un finansiālais nodrošinājums

Papildus parastajam mācību klases aprīkojumam (parastā tāfele, dators, projektoru ekrāns vai interaktīvā tāfele), nodarbībās izmantojam darba lapas – parasti no abām pusēm apdrukāta lapa katram dalībniekam. Dažās nodarbībās mēdz būt arī uzskates līdzekļi, kurus uz nodarbību atnes skolotājs.

7. Programmas īstenošanai nepieciešamā personāla saraksts

Programmas visu darbību īstenošanai (mācību materiālu izveidei, nodarbību vadīšanai un administratīvajiem pienākumiem) vajadzīgs viens cilvēks ar augstāko izglītību matemātikā, citā saistītā jomā vai pedagoģijā. Nodarības var papildināt ar vieslektoriem, kuri nodarbību laikā aizstāj skolotāju.

8. Programmas veidošanai izmantotās literatūras saraksts

- (Apsītis, 2024) Apsītis, K. ĀVĢ matemātikas pulciņa darba lapas.
<https://www.dudajevagatve.lv/courses/aPulcins/worksheets>
- (Einberga, 2023) Einberga G.B., Avotiņa, M., Zīlīte, A. *Matemātikas olimpiāžu uzdevumu iekļaušana mācību procesā un fakultatīvajās nodarbībās 5.-9. klasei*. Latvijas universitāte, 2023.
https://www.nms.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/nms.lu.lv/Gramatas/Tematiskie/GRAMATA_atjaunots_matem_olimp_uzd_macibu_procesa_5-9kl.pdf
- (LU NMS, 2024) Novada un Atklāto matemātikas olimpiāžu tēmas.
<https://www.nms.lu.lv/arhivs-un-materiali/materiali/teorijas-materiali/>
- (Polya, 1957) Polya, G.. *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press, 1957.
<https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
- (Rīgas IIMC, 2024). Rīgas Interesu izglītības metodiskais centrs. Ieteikumi interešu izglītības programmas izstrādei un prasības programmas noformēšanai.
<https://www.intereses.lv/ieteikumi-interesu-izglitibas-macibu-programmas-izveidei/>
- (Zeitz, 2006) Zeitz, P. *The art and craft of problem solving* (2nd ed.). John Wiley & Sons Inc. 2006.
<https://kheavan.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/06/paul-zeitz-author-the-art-and-craft-of-problem-solving-2edwiley20060471789011.pdf>