

Dirihlē princips - 2

1.uzdevums

Klasē mācās 20 skolēni. Katram skolēnam ir tieši divi vectētiņi; turklāt katriem diviem skolēniem vismaz viens vectētiņš ir kopīgs. (Zināms arī, ka neeksistē visiem skolēniem kopīgs vectētiņš.) Kāds ir lielākais iespējamais šīs klases skolēnu vectētiņu skaits?

2.uzdevums

Katrs no 36 punktiem kvadrātiskā režģī 6×6 , nejauši izvēloties, nokrāsots vai nu melns vai balts. Kāds mazākais punktu skaits jānokrāso melni, lai noteikti atrastos horizontāla vai vertikāla taisne, uz kurās ir vismaz 4 melni punkti?

3.uzdevums

Klasē ir 12 skolēni. Katrs no viņiem kaut kā izvēlas n klasesbiedrus un nosūta katram no viņiem Jaungada apsveikumu. Kādam mazākajam n var apgalvot, ka noteikti atradīsies divi tādi klasesbiedri, kas nosūtījuši apsveikumus viens otram?

4.uzdevums

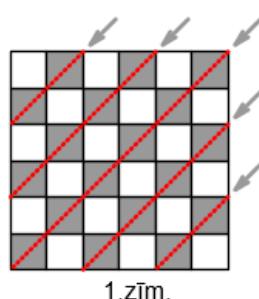
Istabā ir 10 cilvēki; katri divi vai nu pazīst viens otru vai arī nepazīst. (Pazīšanās ir simetriska: ja A pazīst B , tad arī B pazīst A .) Izvēlamies cilvēku X starp šiem 10 cilvēkiem. Kāds ir lielākais skaits cilvēku, kas vai nu visi pazīst X , vai arī visi nepazīst X ?

5.uzdevums

Vecmāmiņa kāpj pa trepēm 49 pakāpienus, ar vienu soli pārvarot vienu, divus vai trīs pakāpienus. Pavisam viņai nepieciešami 30 soļi augšup. Ja vecmāmiņa piecreiz uzkāpj pa šīm trepēm, cik reižu viņa bijusi uz tā pakāpiena, uz kura viņa bijusi visbiežāk (neskaitot pašu apakšējo - 0-to un pašu augšējo - 49-to)?

6.uzdevums

Kādu lielāko skaitu laidņu var izvietot uz šaha galdiņa 6×6 tā, lai tie viens otru neapdraud (t.i. neatrodas uz vienas diagonāles)? Laidņu gājienus sk. zīmējumā - ja tie pārvietojas pa melnajiem lauciņiem. Ir arī laidņi, kas pārvietojas pa baltajiem lauciņiem.



7.uzdevums

Uz 36 kartītēm uzrakstīti naturāli skaitļi (1, 3 vai 9) un tās saliktas lielā taisnstūrī 4×9 , kur katrā rindā skaitļu summa ir 27, bet katrā kolonnā skaitļu summa ir 12 - sk. zīmējumu. Pasjansa cienītājs Pāvils vēlas šīs pašas kartītes izkārtot taisnstūrī 6×6 tā, lai visās rindās skaitļu summas būtu vienādas, bet viņam tas neizdodas.

Kāda ir vismazākā iespējamā skaitļu summa "maksimālajā rindā" (t.i. rindā, par kuru nav lielāka neviena cita rinda)?

8.uzdevums

Naturālo skaitļu kubi no 1 līdz 7 ir 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, bet to atlikumi, dalot ar 7 ir attiecīgi 1, 1, 6, 1, 6, 6, 0.

Cik skaitļu no 1 līdz 100 ir jāuzraksta uz tāfeles, lai starp tiem noteikti atrastos divi skaitļi, kuru kubu starpība dalās ar 7?

9.uzdevums

Latviešu alfabētā ir 33 burti. Kādā skolā katrs skolēns parakstās ar iniciāliem - tieši diviem latviešu alfabēta burtiem (abi burti var būt arī vienādi, piemēram, "A.A." vai "Ž.Ž"). Kāds var būt vismazākais skolēnu skaits skolā, lai noteikti atrastos divi skolēni ar vienādiem iniciāliem, kurus viņi raksta tieši tanī pašā secībā?

10.uzdevums

Koordinātu plaknē atzīmēti vairāki punkti ar veselām koordinātēm (tie atrodas rūtiņu režģa virsotnēs - sk. zīmējumu). Kāds mazākais skaits punktu jāatzīmē, lai starp tiem noteikti atrastos divi tādi punkti A, B , ka nogriežņa AB viduspunkts arī ir punkts ar veselām koordinātēm?

