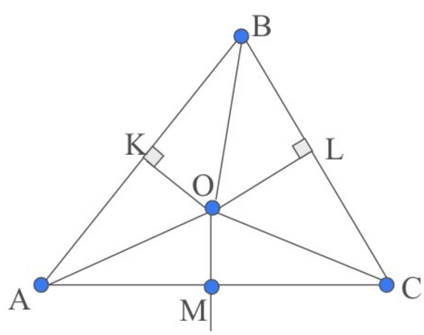
# 1A: Uzdevumu risināšanas heiristikas (2025-09-11)

- **Vienkāršota varianta aplūkošana:** Aizstāj mainīgos ar fiksētiem skaitļiem, pievieno ērtākus pieņēmumus, ierobežo uz šaurāku uzdevumu vai mazāka izmēra piemēriem.
- **Piemēri un musturu ieraudzīšana:** Izveido piemērus, pamana tajos sakritības, rekurentas atkarības (tālāki piemēri uzbūvējami no iepriekšējiem), visādi “uzkrāj datus” (iepildot tos tabuliņās vai zīmējumos), lai redzētu, ko var vispārināt.
- **Pārveido par attēlu:** Uztaisa attēlu (grafu, diagrammu utt.), kas vizualizē sakarības. Reizēm var labāk redzēt ierobežojumus, simetrijas vai to, kas saglabājas nemainīgs.
- **Galējie un robežgadījumi:** Pārbauda robežgadījumus (ļoti lielus vai ļoti mazus parametrus), lai redzētu, kam uzdevumā ir vai nav jānotiek, lai atmestu tādas hipotēzes, kas “vidusmēra” gadījumā šķistu ticamas.
- **Pārformulē zināmo un mērķi:** Izsaka saviem vārdiem, no jauna un citādi uzskaita pieņēmumus, pieraksta simboliskā formā. Var palīdzēt noskaidrot pieņēmumus, kuri uzdevuma tekstā pateikti neprecīzi.
- **Risina no beigām:** Iedomājas, ka pierādāmais apgalvojums (vai uzvara spēlē) ir jau sasniegti; mēģina saprast, no kurām situācijām varēja to sasniegt. Ja vajag, atkāpjas šādi vairākus soļus.
- **Saskaita dažādos veidos:** Apskata uzdevumu parametrus, kam jāsaglabājas, bet ko var saskaitīt vai izteikt vairākos veidos. Izraksta šīs sakarības.
- **Pieņem pretējo:** Lai pamatotu kādu apgalvojumu, iedomājas, ka tas nav spēkā un apskatās, kas no tā seko.

## Uzdevums 1

Pamatosim, ka jebkurā šaurleņķu trijstūrī $ABC$, kura sānu malas $BA$ un $BC$ nav vienādas, tām tomēr jābūt vienādām.




No virsotnes $B$ velkam bisektrisi, kas krusto malas $AC$ vidusperpendikulu $MO$ punktā $O$. (Ja trijstūris būtu vienādsānu, tad šīs līnijas sakristu - tāpēc ir būtiski, ka $BA \neq BC$). No punkta $O$ velkam perpendikulus pret abām sānu malām $OK$ un $OL$.

1. Ievērojam, ka $AM = BM$, jo $M$ ir viduspunkts. Tāpēc trijstūri $AOM$ un $COM$ ir vienādi pēc pazīmes $m\ell m$ (divas malas sakrīt un viens leņķis ir taisns).

2. Trijstūri $BKO$ un $BLO$ arī ir vienādi, jo ir vienādi leņķi $\sphericalangle KBO = \sphericalangle OBL$; arī vienādi abi taisnie leņķi (kā arī atlikušie leņķi pie virsotnes $O$) un var lietot pazīmi $\ell m \ell$ (sakrīt divi leņķi un mala $BO$). Iegūstam, ka $BK = BL$.

Pamatot, ka ir vienādi arī trijstūri $AOK$ un $COL$. Pamatot, ka $BA = BC$. Secināt, ka rodas paradokss - ja $BA \neq BC$, tad $BA = BC$.

## Uzdevums 2 (LV.AMO.2023.7.5)

Daži no 272 ciema iedzīvotājiem visu laiku saka patiesību, pārējie visu laiku melo. Katram no ciema iedzīvotājiem ir tieši viena mīļākā nedēļas diena. Aptaujājot iedzīvotājus, viņiem tika lūgts atbildēt uz septiņiem jautājumiem, katrā no tiem izvēloties vienu no dotajām atbildēm:

| | | |
|---|---|---|
| Vai pirmdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai otrdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai trešdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai ceturtdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai piektdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai sestdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |
| Vai svētdiena ir Jūsu mīļākā diena? | ☐ jā | ☐ nē |

Uz katru jautājumu saņemto apstiprinošo ("jā") atbilžu skaits bija šāds: pirmdiena – 53, otrdiena – 54, trešdiena – 55, ceturtdiena – 56, piektdiena – 57, sestdiena – 58, svētdiena – 59. Cik ciema iedzīvotāji visu laiku melo?

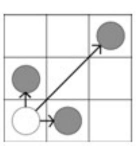
## Uzdevums 3

Zināms, ka $n$ ir naturāls skaitlis ($n \leq 1000$). Skaitlis $n!$ (reizinājumu $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$) beidzas ar $N$ nullēm. Pierādīt, ka N = floor (n/5) + floor(n/25) + floor(n/125) + floor(n/625).

Šeit floor(x) apzīmē apakšējo veselo daļu (lielāko veselo skaitli, kas nepārsniedz x). Piemēram floor(-3.1) = -4, floor(3) = 3, floor(3.14) = 3.

## Uzdevums 4 (LV.AMO.2016.8.5)

Divi spēlētāji spēlē spēli uz $N \times N$ rūtiņas liela laukuma. Sākumā laukuma kreisajā apakšējā rūtiņā atrodas spēļu kauliņš. Katrā gājienā spēļu kauliņu drīkst pārvietot vai nu vienu lauciņu pa labi, vai vienu lauciņu uz augšu, vai arī divus lauciņus pa diagonāli uz augšu pa labi (skat. 12.att., kur kauliņa sākumpozīcija apzīmēta ar baltu, bet atļautie gājieni – ar pelēkiem aplīšiem). Kauliņu nedrīkst pārvietot ārpus laukuma robežām. Spēlētāji gājienus izdara pēc kārtas. Zaudē spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš no spēlētājiem, pareizi spēlējot, uzvar, ja **(A)** $N=7$, **(B)** $N=8$?



*12. att.*

## Uzdevums 5 (LV.AMO.2018.9.2)

Cik dažādos veidos basketbolā var gūt 18 punktus, izmantojot tikai 1 punkta un 3 punktu metienus? Piemēram, 4 punktus var iegūt trīs dažādos veidos: 4=1+1+1+1=1+3=3+1.