3.uzdevums (LV.AMO.2019.12.4): Sporta nometnē ir 100 skolēni. Ar N apzīmējam, cik veidos šos 100 skolēnus var sadalīt 50 pāros (pāru secība un arī skolēnu secība pārī nav svarīga). Ar kādu lielāko trijnieka pakāpi dalās N?

Ieteikums: Lai atrastu N, var apzīmēt ar a_n veidu skaitu, kuros var sadalīt pāros n skolēnus (ja n ir nepāra, uzskatām, ka $a_n = 0$).
Var atrast, cik ir a_2 un tad arī izteikt a_n ar iepriekšējiem virknes locekļiem.

Atrisinājums: Izmantojam ieteikumu: Kā rekurenta virkne a_n ir definējama šādi: $a_2 = 1$ (ja ir divi skolēni, no viņiem var izveidot pāri tikai vienā veidā).

Ja n ir pāra skaitlis ($n > 2$), tad pirmo skolēnu var salikt pārī ar katru no $n - 1$ atlikušajiem. Pāri paliek $n - 2$ skolēni, kurus var sadalīt pāros a_{n-2} veidos. Tātad $a_n = (n-1) \cdot a_{n-2}$. Iegūstam, ka $a_2 = 1$, $a_4 = 3 \cdot 1 = 3$, $a_6 = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$, $a_8 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 105$ utt.

N var aprēķināt arī, atkārtoti izmantojot reizināšanas likumu: Vispirms sakārtojam skolēnus kaut kādā secībā (piemēram, pēc vecuma). Visjaunākajam skolēnam pāri var atrast 99 veidos. No atlikušajiem jaunākajam skolēnam pāri var atrast 97 veidos. Pēdējam skolēnam paliek tieši 1 pāris. Pilnu variantu skaitu izsaka reizinājums:

$$N = 99 \cdot 97 \cdot 95 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 1\,.$$

Grupējam reizinātājus atkarībā no trijnieka pakāpes, ar kuru tie dalās.

- $(99-3)/6 + 1 = 17$ reizinātāji dalās ar 3: $3 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 21 \cdot 27 \cdot \ldots \cdot 99$.
- $(99-9)/18 + 1 = 6$ reizinātāji dalās ar 3^2: $9 \cdot 27 \cdot 45 \cdot 63 \cdot 81 \cdot 99$
- $(81-27)/54 + 1 = 2$ reizinātāji dalās ar 3^3 $(27, 81)$.
- Viens reizinātājs dalās ar 3^4 (81).

Saskaitot šīs pakāpes $17 + 6 + 2 + 1 = 26$.

4.uzdevums: Monētu met n reizes un katrreiz pieraksta rezultātu "C" (cipars) vai "Ģ" (ģerbonis). Pirmais spēlētājs uzvar, ja visu metienu virknītē nekad nav divi ģerboņi pēc kārtas (virknīte nesatur "ĢĢ"). Apzīmējam ar a_n, cik dažādos veidos 1.spēlētājs var uzvarēt.
Atrast varbūtību, ar kuru pirmais spēlētājs uzvar, ja monētu met tieši 6 reizes.
Piezīme: Par varbūtību šeit apzīmē attiecību starp to monētas uzmešanas veidu skaitu, kuros uzvar 1.spēlētājs, pret visu iespējamo monētu uzmešanas veidu skaitu.

Atrisinājums:
(A) Atrod pirmos dažus virknes locekļus: $a_1 = 2$ (ja met vienreiz, der jebkurš no diviem iznākumiem), $a_2 = 3$ (ja met divreiz, tad no četriem iznākumiem "CC", "CĢ", "ĢC", "ĢĢ" neder viens).
Ja $n > 2$, tad izsaka a_n ar iepriekšējiem virknes locekļiem:

- Ja sākumā uzkritis "C", tad pārējos $n - 1$ metienus var izdarīt a_{n-1} dažādos veidos, lai uzvarētu 1.spēlētājs (jāpanāk, lai $n - 1$ virknītē nebūtu "ĢĢ").
- Ja sākumā uzkritis "Ģ", tad 1.spēlētājam nav iespējams turpināt a_{n-1} veidos (jo tūlīt varētu parādīties vēl viens "Ģ"). Tādēļ prasām, lai aiz pirmā "Ģ" tūlīt sekotu "C". Atlikušos $n - 2$ metienus var izdarīt a_{n-2} veidos, lai 1.spēlētājs uzvarētu.

Esam ieguvuši rekurenci: $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ (ja $n > 2$).

(B) Ierakstām tabulā iegūtās vērtības $a_1, a_2, \ldots$ un arī varbūtības, ko iegūst, dalot 1.spēlētājam "veiksmīgo" virkņu skaitu a_n ar visu virkņu skaitu 2^n.

n	a_n	2^n	uzvaras varbūtība p
1	2	2	$2/2 = 1$
2	3	4	$3/4 = 0.75$
3	5	8	$5/8 = 0.625$
4	8	16	$8/16 = 0.5$
5	13	32	$13/32 \approx 0.4063$
6	21	64	$21/64 \approx 0.3281$

5.uzdevums: Kādā programmēšanas valodā visi vārdi satur tieši n burtus; katrs burts ir "A", "B" vai "C". Ar a_n apzīmējam, cik ir vārdu garumā n, kuri satur divus "A" no vietas.
(A) Uzrakstīt a_n kā rekurentu virkni, norādot sākuma nosacījumus un rekurento sakarību, kas ļauj izrēķināt a_n no iepriekšējiem locekļiem.
(B) Atrast a_6 vērtību.

Atrisinājums:
(A) $a_1 = 0$, bet $a_2 = 1$, jo garumā 2 ir tikai viens derīgs vārds "AA".

Ja vārda garums $n > 2$, tad apskatām tajā pirmo burtu: ja šis burts ir "B" vai "C", tad atlikušos $n-1$ burtus var izvēlēties a_{n-1} veidos. Tātad ir $2 \cdot a_{n-1}$ šādi vārdi.

Ja savukārt pirmais burts ir "A", tad aiz tā obligāti jāliek "B" vai "C". Atliek a_{n-2} burti, kurus var izvēlēties a_{n-2} veidos. Tātad ir $2 \cdot a_{n-2}$ šādi vārdi.

Iegūstam rekurentu virkni $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, un $a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2}$.

(B) Izmantojam rekurento virkni, lai aizpildītu tabuliņu:

n	1	2	3	4	5	6
a_n	0	1	2	6	16	44

6.uzdevums (No gatavošanās materiāla): Rindā salikti 10 krēsli, uz katra no tiem sēž pa skolēnam. Skolēni vienu reizi pieceļas un tad apsēžas, pie tam katrs drīkst apsēsties vai nu uz sava agrākā krēsla, vai uz cita krēsla, kurš ir tieši blakus agrākajam krēslam. Cik dažādi skolēnu izvietojumi iespējami pēc pārsēšanās?

Atrisinājums. Ar a_n apzīmējam dažādos iespējamos n skolēnu izvietojumus pēc pārsēšanās. Ievērojam, ka $a_1 = 1$ (skolēns pieceļas un pēc tam atkal apsēžas savā vietā) un $a_2 = 2$ (abi skolēni pieceļas un pēc tam katrs apsēžas savā vietā vai arī abi skolēni apmainās vietām).

Apskatām n skolēnus un meklējam formulu, kas izsaka a_n. Visas pārsēšanās iedalās divās grupās.

- Pirmais skolēns paliek uz vietas. Tad pārsēžas tikai atlikušie $(n-1)$ skolēni un šādu dažādo izvietojumu skaits ir a_{n-1}.
- Pirmais skolēns pāriet uz otro krēslu. Tad uz pirmo krēslu pāriet skolēns no otrā krēsla. Pārējie $(n-2)$ skolēni var pārsēsties savā starpā a_{n-2} veidos.

Tātad $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$. Izmantojot sākuma nosacījumus un iegūto formulu, iegūstam

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Līdz ar to iespējami 89 dažādi skolēnu izvietojumi.

7.uzdevums: Ciparu virknīti sauksim par “labu”, ja tajā ir pāra skaits nuļļu. Piemēram, “11” vai “0407869” ir labas virknītes, bet “0” vai “120987045608” nav labas.
Ar a_n apzīmējam, cik ir “labu” virkņu ar tieši n cipariem.
(A) Uzrakstīt a_2, a_3, a_4 ar reizināšanas likumu. **(B)** Atrast rekurentu sakarību virknei a_n.

Atrisinājums: (A) Apskata visus veidus, kādos skaitlī a_2 (vai a_3 vai a_4) var būt pāra skaits nuļļu. Piemēram virknītes, kas ietilpst a_4 var saturēt

- Nevienu nulli (šādu ciparu virknīšu ir $9^4 = 6561$, jo var lietot četrus ciparus, kuri katrs pieņem deviņas vērtbas),
- Vai nu tieši divas nulles, kuras var novietot sešos dažādos veidos (un atlikušos ciparus var salikt $9^2 = 81$ veidos). Tātad šādu veidu ir pavisam $6 \cdot 9^2$.
- Vai nu visas četras nulles (šāds veids ir tieši viens).

Esam ieguvuši, ka $a_4 = 9^4 + 6 \cdot 9^2 + 1 = 7048$. Līdzīgi var izteikt arī citus locekļus:

- $a_1 = 9$ (jo vienu ciparu var izvēlēties 9 veidos, lai nebūtu 0).
- $a_2 = 9^2 + 1 = 82$,
- $a_3 = 9^3 + 3 \cdot 9^1 = 756$,
- $a_4 = 9^4 + 6 \cdot 9^2 + 1 = 7048$,
- $a_5 = 9^5 + 10 \cdot 9^3 + 5 \cdot 9^1 = 66384, \ldots$

Šīs izteiksmes, ja pieaug n, kļūst arvien garākas. Tāpēc rodas vajadzība pēc rekurentām virknēm.

(B) Apskatām pirmo ciparu virknītē a_n. Ja tas nav 0, tad atlikušos $n-1$ ciparus varēs izvēlēties a_{n-1} dažādos veidos, jo nuļļu kopskaits būs pāra skaitlis gan visiem n cipariem, gan arī tiem $n-1$ cipariem, kas paliek, ja pirmo ciparu nodzēš. Šo gadījumu ir $9 \cdot a_{n-1}$, jo pirmais cipars var būt jebkurš no 1 līdz 9.

Ja turpretī pirmais cipars ir 0, tad atlikušos $n-1$ ciparus jāizvēlas tā, lai starp tiem būtu nepāra skaits nuļļu jeb $10^{n-1} - a_{n-1}$ dažādos veidos (jo pavisam $n-1$ ciparus var izvēlēties 10^{n-1} veidos, bet a_{n-1} no šiem veidiem mums neder, jo tajos ir pāra skaits nuļļu).

Saskaitot abas iespējas, iegūsim $a_n = 9 \cdot a_{n-1} + (10^{n-1} - a_{n-1}) = 8 \cdot a_{n-1} + 10^{n-1}$.
Tātad $a_1 = 9$ un $a_n = 8 \cdot a_{n-1} + 10^{n-1}$ ir rekurentas virknes definīcija.

8.uzdevums: Dota josla, kuras izmērs ir $2 \times n$ rūtiņas. Ar a_n apzīmē, cik veidos to var pārklāt ar flīzēm, kuru izmēri ir vai nu 2×1 (domino figūras) vai arī 2×2 (kvadrāti).
(A) Izteikt a_n ar *rekurentu sakarību*.
(B) Atrast a_8 - cik veidos taisnstūri 2×8 var pārklāt ar šīm flīzēm.
(C) Pārbaudīt, ka ir spēkā formula $a_n = \dfrac{2^{n+1} + (-1)^{n+1}}{3}$. (Parasti izmantot formulu ir ērtāk, jo katru a_n var izrēķināt tieši, neveidojot tabulu.)

Atrisinājums: **(A)** Ievērosim, ka $a_1 = 1$ (joslu 2×1 var noklāt ar 1 domino kauliņu un nekā citādi). Un $a_2 = 3$ (joslu $2 $ var noklāt ar 2 domino kauliņiem vertikāli, vai diviem kauliņiem horizontāli vai arī ar vienu kvadrātu).

Apskatām joslu $2 \times n$, ja $n > 2$. Tad eksistē 3 veidi, kā šajā joslā noklāt, piemēram, abas rūtiņas kreisajā joslas galā:

- Tās var nosegt ar vertikālu domino kauliņu. Tad paliek vēl josla $2 \times (n-1)$, ko var noklāt a_{n-1} dažādos veidos.
- Kreiso apakšējo rūtiņu var nosegt ar horizontālu domino kauliņu, bet tad tai virsū jāliek otrs horizontāls kauliņš. Tad paliek josla $2 \times (n-2)$, ko var noklāt a_{n-2} dažādos veidos.
- Visbeidzot kreisajā galā esošās rūtiņas var nosegt ar vienu kvadrātiņu. Arī tad paliek josla $2 \times (n-2)$, ko var noklāt a_{n-2} dažādos veidos.

Visus šos variantus saskaitot, iegūstam, ka
$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-2} = a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}$.

(B) Var izveidot tabuliņu ar a_n vērtībām pie $n \leq 8$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a_n	1	3	5	11	21	43	85	171

(C) Var ievietot dažas vērtības un pārbaudīt, ka $a_n = \dfrac{2^{n+1} + (-1)^{n+1}}{3}$, ja $n = 1, 2, 3$ (*Indukcijas bāze*).
Lielākiem n apskata divus gadījumus. Ja n ir pāra skaitlis, tad jāpārbauda, ka $a_n = \dfrac{2^{n+1} + 1}{3}$. Ievieto šajā formulā a_{n-1} un a_{n-2} (izdara *induktīvo pieņēmumu, ka šiem locekļiem formula jau izpildās), un tad pārbauda ka līdzīga izteiksme ir spēkā arī priekš a_n. Ja n ir nepāra, tad šo gadījumu apskata līdzīgi.

9.uzdevums (LV.AMO.2023.9.2): Ja divciparu skaitlim $\overline{ab}$ galā pieraksta divciparu skaitli $\overline{cd}$, tad iegūtais četrciparu skaitlis dalās ar 13. Zināms, ka $12a + 9b$ dalās ar 13. Kāds var būt skaitlis $\overline{cd}$?

Atrisinājums: Skaitlis $\overline{cd}$ var būt $13; 26; 39; 52; 65; 78$ vai 91. Apzīmējam iegūto četrciparu skaitli ar $\overline{abcd}$. Ekvivalenti pārveidojam šo skaitli:

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = (12a + 9b) + (10c + d) + 988a + 91b =$$

$$= (12a + 9b) + (10c + d) + 13 \cdot 76a + 13 \cdot 7b\,.$$

Tā kā saskaitāmie $13 \cdot 76a$ un $13 \cdot 7b$ dalās ar 13 un no dotā $12a + 9b$ dalās ar 13, tad, lai viss skaitlis dalītos ar 13, arī $10c + d = \overline{cd}$ jādalās ar 13. Tātad skaitlis $\overline{cd}$ var būt jebkurš skaitļa 13 daudzkārtnis, tas ir, $13; 26; 39; 52; 65; 78$ vai 91.

10.uzdevums (LV.AMO.2019.9.4): Ja naturāla sešciparu skaitļa visus nepāra ciparus aizvietotu ar 7, iegūtu skaitli, kas ir par 5998 lielāks nekā sākotnējais skaitlis. Savukārt, ja sākotnējā skaitlī ar 7 aizvietotu visus pāra ciparus, tad iegūtais skaitlis būtu par 500290 lielāks nekā sākotnējais. Atrast doto sešciparu skaitli!

Atrisinājums: Apzīmējam doto skaitli ar x, skaitli, ko iegūst visus pāra ciparus aizstājot ar septītniekiem, apzīmējam ar A un skaitli, ko iegūst visus nepāra ciparus aizstājot ar septītniekiem, apzīmējam ar B.

Aplūkojam summu $A + B$. Katrā šķirā (vienos, desmitos, simtos utt.) šiem diviem skaitļiem viens cipars ir "oriģinālais" (kas bija skaitlī x), bet otrs ir septītnieks. Samainīsim katrā šķirā šos ciparus tā, lai septītnieks atrastos otrajā skaitlī, bet "oriģinālais" cipars - pirmajā.

Tad pirmais skaitlis pārvēršas par x, bet otrais - par skaitli, kas sastāv no sešiem septītniekiem. Tā kā šīs darbības rezultātā skaitļu summa nemainās, tad $A + B = x + 777777$.

Pēc dotā $A = x + 500290$, bet $B = x + 5998$. Atrisinot vienādojumu

$$(x + 500290) + (x + 5998) = x + 777777$$

iegūstam, ka $x = 271489$. Skaitlis 271489 apmierina uzdevuma nosacījumus:

- aizvietojot šī skaitļa nepāra ciparus ar 7, iegūstam $277487 = 271489 + 5998$,
- aizvietojot šī skaitļa pāra ciparus ar 7, iegūstam $771779 = 271489 + 500290$.

11.uzdevums (LV.AMO.2018.9.4): Atrast lielāko naturālo skaitli, kas dalās ar 7, kura ciparu summa ir 100 un kuram neviens cipars nav 0.

Atrisinājums: Pamatosim, ka lielākais skaitlis, kas apmierina uzdevuma nosacījumus, ir $112\underbrace{1111\ldots111}_{96\ vieninieki}$.

Skaidrs, ka skaitlī nevar būt vairāk kā 100 cipari, jo tad tā ciparu summa būtu lielāka nekā 100 (neviens cipars nav 0). Vienīgais 100 ciparu skaitlis, kura ciparu summa ir 100 un neviens cipars nav 0, sastāv no 100 vieniniekiem, bet tas nedalās ar 7, jo 111111 dalās ar 7, bet 1111 (tas, kas paliek pāri no 100 vieniniekiem, atdalot 16 grupas pa 111111) nedalās.

Ja skaitlim ir 99 cipari, no kuriem neviens nav 0, un tā ciparu summa ir 100, tad tas sastāv no 98 vieniniekiem un viena divnieka. Šo divnieku nevar rakstīt skaitļa pirmajā vai otrajā pozīcijā, jo ne 211, ne 121 nedalās ar 7, bet to var rakstīt trešajā pozicijā, jo 112 dalās ar 7 un atlikušais skaitlis no 96 vieniniekiem arī dalās ar 7.

12.uzdevums (LV.AMO.2018.8.2): Naturālu skaitļu virknes $1;\ 8;\ 8;\ 64;\ 192;\ 432;\ \ldots$ katrs loceklis, sākot ar trešo, ir vienāds ar divu iepriekšējo locekļu nenulles ciparu reizinājumu. Kāds ir šīs virknes $2018.$ loceklis?

Atrisinājums: Turpinot virkni tālāk, iegūsim, ka tā ir (ar pelēkiem cipariem norādīts katra virknes locekļa nenulles ciparu reizinājums):

1;	8;	8;	64;	192;	432;	432;	576;	**5040;**	**4200;**	160;	48;	192;	576;	3780;	35280;	40320;	5760;	**5040;**	**4200;** ...
1	*8*	*8*	*24*	*18*	*24*	*24*	*210*	*20*	*8*	*6*	*32*	*18*	*210*	*168*	*240*	*24*	*210*	*20*	*8*

Tā kā katrs nākamais virknes loceklis ir atkarīgs no diviem iepriekšējiem virknes locekļiem, tad, līdzko parādās divi jau iepriekš bijuši skaitļi, izveidojas periods. Tā kā virknes devītais un desmitais loceklis ir 5040 un 4200, un $19.$ un $20.$ loceklis arī ir 5040 un 4200, tad virkne, sākot ar $9.$ locekli, ir periodiska un perioda garums ir 10. Tāpēc pēdējais pilnais periods beidzas pie $2018.$ virknes locekļa, jo $2018 = 8 + 10 \cdot 201$, un $2018.$ loceklis ir periodā pēdējais, tātad tas ir 5760.

13.uzdevums (LV.AMO.2014.8.1): Skaitli $\frac{1}{13}$ pārveidoja par bezgalīgu decimāldaļu un tajā izsvītroja 2014. ciparu aiz komata. Kurš skaitlis lielāks – sākotnējais vai iegūtais?

Atrisinājums: Pārveidojot skaitli $\frac{1}{13}$ decimāldaļā (t.i., dalot 1 ar 13), iegūstam

$$
\begin{array}{l}
\underline{1 : 13} = 0,0769230\ldots \\
\mathbf{10}0 \\
\underline{\;\;91} \\
\;\;\;90 \\
\underline{\;\;\;78} \\
\;\;\;120 \\
\underline{\;\;\;117} \\
\;\;\;\;\;\;30 \\
\underline{\;\;\;\;\;\;26} \\
\;\;\;\;\;\;\;\;40 \\
\underline{\;\;\;\;\;\;\;\;39} \\
\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\mathbf{10} \\
\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\ldots
\end{array}
$$

Tā kā katrs nākamais cipars dalījumā atkarīgs tikai no tā atlikuma, kurš iegūts iepriekšējā dalīšanas solī., tad, līdzko parādās kāds jau iepriekš sastapts skaitlis (atlikums), izveidojas periods. Kā redzam, daļa $\frac{1}{13} = 0,(076923)$ ir bezgalīga periodiska decimāldaļa ar perioda garumu 6 cipari. Tātad 2014. vietā aiz komata atrodas tāds pats cipars kā 4. vietā aiz komata, jo $2014 = 335 \cdot 6 + 4$. Tas ir cipars 9. Ja mēs šo ciparu izsvītrojam, tad jauniegūtajā skaitlī 2014. cipars aiz komata būs cipars 2 (nākamais, kas seko aiz 9). Skaitlim $\frac{1}{13}$ un iegūtajam skaitlim ir 0 veseli un pirmie 2013 cipari aiz komata sakrīt, tad lielāks būs tas skaitlis, kuram ir lielāks 2014. cipars aiz komata. Tā kā $9 = 2$, tad $\frac{1}{13}$ ir lielāka nekā iegūtais skaitlis.

14.uzdevums (LV.AMO.2022B.11.1) Vai skaitli 2022 var izteikt kā divu veselu skaitļu kubu summu?

Atrisinājums: Vispirms noskaidrosim, ar ko var būt kongruenti veselu skaitlu kubi pēc moduļa 9:

- ja $n \equiv 0 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv 0^3 \equiv 0 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 1 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv 1^3 \equiv 1 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 2 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv 2^3 \equiv 8 \equiv -1 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 3 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv 0 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 4 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv 4^3 \equiv 64 \equiv 1 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 5 \equiv -4 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv (-4)^3 \equiv -1 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 6 \equiv -3 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv (-3)^3 \equiv 0 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 7 \equiv -2 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv (-2)^3 \equiv 1 \pmod 9$;
- ja $n \equiv 8 \equiv -1 \pmod 9$, tad $n^3 \equiv (-1)^3 \equiv -1 \pmod 9$.

Tātad veselu skaitlu kubi ir kongruenti ar 0 vai ± 1 pēc moduļa 9. Aplūkosim, ar ko var būt kongruenta divu veselu skaitllu kubu summa pēc moduļa 9.

$a^3 \pmod 9$	-1	0	1
$b^3 \pmod 9$			
-1	-2	-1	0
0	-1	0	1
1	0	1	2

Esam ieguvuši, ka divu šādu skaitlu summa pēc moduļa 9 var pieņemt jebkuru no vērtībām $-2, -1, 0, 1, 2$, taču nekādas citas. Tā kā $2022 \equiv 6 \equiv -3 \pmod 9$ neparādās starp šīm vērtībām, tad divu veselu skaitļu kubu summa nevar būt 2022.