



Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 "Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide"

## Latvijas 76. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

### 9. klase

Tīrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

30.01.2026.

1. Uz paralelograma  $ABCD$  malas  $AB$  atlikts punkts  $E$  tāds, ka  $AE : EB = 1 : 2$ . Taisnes  $AC$  un  $ED$  krustojas punktā  $O$ . Aprēķināt nogriežņa  $AO$  garumu, ja zināms, ka  $AC = 20$ .
  
2. Vai izteiksmi  $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \dots (2^{128} + 1)$  var izteikt formā  $2^a - 2^b$ , kur  $a$  un  $b$  ir veseli skaitļi?
  
3. Dots naturāls skaitlis  $N$ . Elza kartē uzzīmēja 99 pilsētas un savienoja tā, lai starp katrām divām pilsētām ir ne vairāk kā 1 ceļš un kopā ir  $N$  ceļi. Pēc tam Elza un Ramona, sākot ar Elzu, pamīšus dzēš pa vienai pilsētai, līdz paliek tieši divas. Ja tās ir savienotas ar ceļu, uzvar Elza; pretējā gadījumā uzvar Ramona. Atrast mazāko  $N$  vērtību, pie kuras Elzai ir uzvarošā stratēģija!
  
4. Atrast visus tādus naturālos skaitļus  $n$ , ka **a)**  $n! - 8$ ; **b)**  $n! - 1$  ir naturāla skaitļa kvadrāts!  
*Piezīme:* Ar  $n!$  apzīmē visu to naturālo skaitļu reizinājumu, kuri nepārsniedz  $n$ .  
*Piemēram,*  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ .
  
5. Dots trijstūris  $ABC$  ar  $\angle A = 120^\circ$ . Uz  $\angle BAC$  bisektrises atlikts punkts  $D$ , tāds, ka  $AD = AB + AC$ . Pierādīt, ka trijstūris  $BDC$  ir vienādmalu.



Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 "Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide"

## Latvijas 76. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

### 10. klase

Tīrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

30.01.2026.

1. Dots taisnleņķa trijsstūris  $ABC$  ar leņķiem  $\angle C = 90^\circ$  un  $\angle B = 30^\circ$ . Uz malas  $AC$  atlikts punkts  $D$  tā, ka  $DC = 3$ . Uz malas  $BC$  atlikts punkts  $E$  tā, ka  $EB = 4$ . Aprēķināt malas  $AC$  garumu, ja  $DE = 6$ .
2. Māris izvēlējās trīs dažādus pozitīvus reālus skaitļus  $a, b, c$  un uzrakstīja uz tāfeles sešus skaitļus  $a + b, b + c, c + a, ab, bc, ca$ . Kāds ir mazākais iespējamais dažādu skaitļu skaits uz tāfeles?
3. No 24 melniem un 25 baltiem kubiņiem ir izveidots "tornis", saliekot kubiņus vienu virs otra. Uz katras melnā kubiņa ir uzrakstīts balto kubiņu skaits, kas atrodas virs tā, bet uz katras baltā kubiņa ir uzrakstīts melno kubiņu skaits, kas atrodas virs tā. Kāda var būt visu uzrakstīto skaitļu summa?
4. Dots izliekts četrstūris  $ABCD$ , kuram  $\angle CBD = 2\angle CAD$  un  $\angle CDB = 2\angle CAB$ . Pierādīt, ka  $CA$  ir  $\angle BCD$  bisektrise!
5. Atrast visus naturālos skaitļus  $n$ , kuriem vienlaicīgi izpildās šādas divas īpašības: 1) skaitļi  $n - 1$  un  $n + 1$  abi ir pirmskaitļi; 2) skaitļa  $n$  visu pozitīvo dalītāju (ieskaitot 1 un  $n$ ) summa ir vienāda ar  $2n$ .



Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 "Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide"

## Latvijas 76. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

### 11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

30.01.2026.

- Uz šaurleņķu trijstūra  $ABC$  malas  $AB$  atlikts punkts  $D$ , un uz malas  $AC$  atlikts punkts  $E$  tā, ka  $ED \parallel BC$ . Nogriežņi  $EB$  un  $CD$  krustojas punktā  $F$ . Zināms, ka  $S(\triangle BFD) = 4$  un  $S(\triangle EFD) = 2$ . Aprēķināt  $S(\triangle ABC)$ .

- Atrisināt reālos pozitīvos skaitļos vienādojumu sistēmu  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 3 \\ 3y^2 + z^3 = 4 \\ 4z^2 + x^3 = 5 \end{cases}$

- Šaurleņķu trijstūrī  $ABC$  novilkti augstumi  $BE$  un  $CF$ , kas krustojas punktā  $H$ . Nogrieznis  $HT$  ir trijstūra  $FHE$  augstums. Trijstūru  $ABC$  un  $BHT$  apvilktais riņķa līnijas vēlreiz krustojas punktā  $X$ . Pierādīt, ka  $\angle TXA = \angle BAC$ .

- Rūtiņu tabulā  $2026 \times 2026$  atzīmētas 2026 rūtiņas tā, ka katrā rindā un katrā kolonnā ir atzīmēta tieši viena rūtiņa. Kāds lielākais rūtiņu skaits var būt taisnstūrim, kurā neviens rūtiņa nav atzīmēta? Taisnstūra malām jāatrodas uz rūtiņu malām.

- Doti naturāli skaitļi  $a$  un  $b$  ar īpašību, ka  $a + d(a) = b^2 + 2$ , kur  $d(n)$  ir skaitļa  $n$  naturālo dalītāju skaits (ieskaitot 1 un  $n$ ). Pierādīt, ka  $a - b$  ir pāra skaitlis!



Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 "Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide"

## Latvijas 76. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

### 12. klase

Tīrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

30.01.2026.

1. Dots kvadrāts  $ABCD$ , kura malas garums ir 12. Uz malas  $AB$  atlikts punkts  $E$  tā, ka  $AE = 3$ . Caur punktu  $E$  novilkta taisne, kas paralēla  $BD$ , tā krusto malu  $AD$  punktā  $F$ . Taisne  $CF$  krusto malas  $AB$  pagarinājumu punktā  $G$ . Aprēķināt nogriežņa  $CG$  garumu!
2. Atrisināt reālos skaitļos vienādojumu sistēmu 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ x^3 + y^3 - z^3 = 1 \end{cases}$$
3. Atrast visus tādus naturālos skaitļus  $n$ , ka  $n! - 144$  ir naturāla skaitļa kvadrāts!
4. Doti sviras svari un 30 atsvari, kuru svars ir 1 kg, 2 kg, 3 kg, ..., 30 kg. Alfrēds un Kims spēlē spēli, Alfrēds sāk. Vienā gājienā spēlētājs izvēlas (vēl iepriekš neizvēlētu) atsvaru un uzliek to uz viena no svaru kausiem. Kad visi 30 atsvari ir salikti uz svaru kausiem, tad aprēķina uz tiem uzliktās masas starpību (no smagākā kausa atņemot vieglāko). Apzīmēsim šo starpību ar  $S$ . Alfrēda uzdevums ir panākt pēc iespējas mazāku  $S$  vērtību. Kāda ir mazākā iespējamā  $S$  vērtība, ko Alfrēds noteikti var panākt, neatkarīgi no tā, kā spēlē Kims?
5. Šaurleņķu trijstūra  $ABC$  apvilkajai riņķa līnijai punktā  $A$  novilkta pieskare. Punkti  $D$  un  $E$  atrodas uz pieskares ar īpašību, ka  $AD = AB$  un  $AC = AE$  un tā, ka punkts  $D$  atrodas tuvāk punktam  $B$  nekā  $C$ , un punkts  $E$  atrodas tuvāk punktam  $C$  nekā  $B$ . Pierādīt, ka trijstūru  $DLE$  un  $BLC$  apvilktais riņķa līnijas pieskaras, ja punkts  $L$  ir trijstūrī  $ABC$  ievilktais riņķa līnijas centrs!