5.uzdevums: Katrā kvadrāta 8×8 rūtiņā ierakstīja pa naturālam skaitlim. Atļauts izvēlēties jebkuru kvadrātu ar izmēru 3×3 vai 4×4 un palielināt visus tajā esošos skaitļus par 1. Vēlamies panākt, lai skaitļi visās rūtiņās dalītos ar 10. Vai to vienmēr var izdarīt?

Atrisinājums: Tabulā rakstīsim tikai pēdējos ciparus (atlikumus, dalot ar 10). Ievērosim, ka darbību veikšanas kārtība nav svarīga; svarīgi tikai, cik reizes katrā kvadrātā pieskaitīja. Desmitkārtēja darbības veikšana vienā kvadrātā atlikumus nemaina, tāpēc katrā no 3×3 vai 4×4 kvadrātiem pieskaitīšanu ir jēga veikt ne vairāk kā 10 reizes. Uz galdiņa pavisam ir 36 kvadrāti 3×3 un 25 kvadrāti 4×4. Tātad no katras tabulas var iegūt ne vairāk kā $10^{25+36} = 10^{61}$ dažādas tabulas. Tabulu ar visām nullēm varētu iegūt ne vairāk kā no 10^{61} tabulām (ja no tabulas A var iegūt nulles tabulu, tad arī no nulles tabulas var iegūt tabulu A). Bet tas ir mazāk par kopējo tabulu skaitu 10^{64}.

6.uzdevums (LV.AMO.2022A.8.5):

Mārtiņš augošā secībā pēc kārtas sāka rakstīt skaitļus, kuru pirmie četri cipari ir “3321”:

$$3321; 33210; 33211; 33212; 33213; 33214; \ldots$$

Kāds ir 3321 . skaitlis šajā virknē?

Atrisinājums: Pirmais naturālais skaitlis, kura pieraksts sākas ar “3321”, ir pats skaitlis 3321.
Nākamie 10: $33210; 33211; \ldots; 33219$;
Nākamie 100: $332100; 332101; \ldots; 332199$;
Nākamie 1000: $3321000; \ldots; 3321999$;
Nākamie 1000: $33210000; \ldots; 33210999$;
Nākamie 1000: $33211000; \ldots; 33211999$;
Nākamie 200: $33212000; \ldots; 33212199$;
Nākamie 10: $33212200; \ldots; 33212209$.
Tātad kopā uzrakstīts $1 + 10 + 100 + 1000 \cdot 3 + 200 + 10 = 3321$ skaitlis, līdz ar to meklētais skaitlis ir 33212209.

7.uzdevums: Uz šaha galdiņa 8×8 veido *labirintu*, novietojot starp dažiem lauciņiem šķērssienas. Ja šaha tornis (figūra, kas pārvietojas pa horizontāli vai pa vertikāli) var apstaigāt visus lauciņus, nepārlēcot pāri šķērssienām, tad labirintu saucam par *labu*. Pretējā gadījumā – par *sliktu*. Kādu labirintu ir vairāk – labo vai slikto?

Atrisinājums: Visu labirintu skaitu apzīmēsim ar N. Mums šis skaitlis nebūs jāzina (bet to var izrēķināt, saskaitot, cik vietās var izvēlēties likt vai nelikt šķērssienu). Apskatīsim tikai stūra lauciņus (šahā tos apzīmē ar **a1**, **a8**, **h1** un **h8**). Ja stūra lauciņam, piemēram, **a1** ir divās pusēs ieliktas šķērssienas, tad labirints kļūst slikts. Tātad vismaz $(1/4)N$ no visiem labirintiem ir slikti kaut vai tādēļ, ka tajos ir "izolēts" lauciņš **a1**.

No atlikušajiem $(3/4)N$ labirintiem tieši ceturtā daļa ir tādi, kur "izolēts" lauciņš **a8**. Un attiecīgi būs $(3/4) \cdot (3/4) \cdot N$ jeb $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot N$ labirintu, kuros lauciņi **a1** un **a8** nav pilnīgi izolēti. Analoģiski $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot N$ labirintu ir tādi, kam trīs stūri nav izolēti. Bet $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{81}$ jau ir mazāk nekā puse. Tātad slikto labirintu būs vairāk nekā labo.

8.uzdevums: Algebriskā izteiksmē $(x + y + z + 1)^4$ atvēra iekavas un ieguva daudzus saskaitāmos:

$$(x + y + z + 1)^4 = x^4 + y^4 + z^4 + \cdots + A \cdot xyz + \cdots + 1\,.$$

Atrast koeficientu A monomam $A \cdot xyz$.

Atrisinājums: Reizinot četras vienādas iekavas $(x + y + z + 1)$, no katras iekavas var paņemt tieši vienu burtu vai skaitli – un tādēļ četras reizes var izvēlēties no četriem saskaitāmajiem. Iegūsim pavisam $4^4 = 256$ saskaitāmos, starp kuriem būs arī tādi, kuros jāsavelk kopā līdzīgie locekļi.

Cik daudzi no tiem būs xyz? Šo reizinājumu var iegūt tad, ja no katras iekavas izvēlas citu burtu (un vēl arī vienu reizi izvēlas skaitli 1, jo citādi iznāktu ceturtās pakāpes monoms). Protams, burtus un var izvēlēties dažādā secībā, tikai tie nedrīkst atkārtoties. Četrus simbolus $x, y, z, 1$ var samaisīt $4! = 24$ dažādos veidos. Tādēļ koeficients A monomam $A \cdot xyz$ būs vienāds ar 24.