Figūru sagriešana un salikšana

Kalvis Apsītis (kalvis.apsitis@gmail.com)
Latvijas Universitāte EZTF, Āgenskalna Valsts ģimnāzija

1. Uzdevumu veidi un atrisinājumu struktūras.

Ko var pajautāt par figūru sagriešanu un kas no tā būs šogad? Kādas priekšzināšanas vajadzīgas?
SR: Spēja lasīt un analizēt uzdevumus.
Uzdevumu šķirošana pēc formulējuma, atrisinājuma struktūras, metodēm/tēmām.

Saturs:

Kuri sagriešanas/salikšanas uzdevumi šogad ir apsolīti?

1. Sagriešana **tikai** plaknes figūrām.
2. Sagriešana **tikai** rūtiņu figūrām pa rūtiņu līnijām.
3. Trīs veidu jautājumi: (A) Parādīt piemēru …, (B) Vai iespējams… (C) Kāds ir lielākais skaits …
4. Uzdevums – vai nu sagriezt/pārklāt (pilnībā) vai arī izgriezt (atstājot atgriezumus).
5. Parasta figūru vienādība (figūras var pagriezt un apmest otrādi).

- *Vai sagriešanas uzdevumi ir ģeometrija vai kombinatorika?*
- *Vai 5.-8.klasēm šis būs vienīgais ģeometrijas uzdevums?*

LV.NOL.2006.5.3 (sagriešanas uzdevums ar piemēru)

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 56. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

---

3. Parādīt, ka trijstūri var sagriezt a) četros, b) sešos trijstūros tā, ka neviena griežot iegūtā trijstūra mala pilnībā nesakrīt ne ar vienu citu griežot iegūtā trijstūra malu.

Vai kaut ko līdzīgu var likt šīgada novada olimpiādē?

LV.NOL.1992.7.5 (bloķēšanas uzdevums)

Materiāls ņemts no grāmatas: Andžāns Agnis, Bērziņa Anna, Bērziņš Aivars "Latvijas matemātikas olimpiāžu (25.-51.) 2.kārtas (rajonu) uzdevumi un atrisinājumi"

LATVIJAS RAJONU 42. OLIMPIĀDE

42. 15. Kādu mazāko skaitu rūtiņu jānokrāso melnas taisnstūrī ar izmēriem 9×15 rūtiņas, lai katrā taisnstūrī ar izmēriem 3×5 rūtiņas atrastos vismaz viena melna rūtiņa?

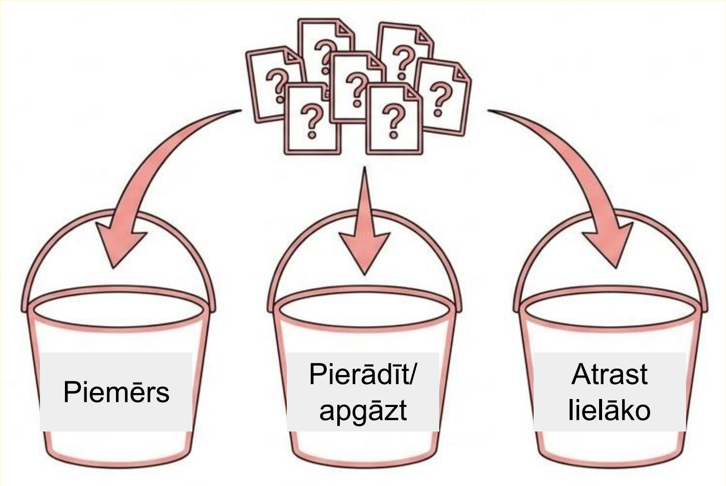
Vai šīgada olimpiādē var būt rūtiņu krāsošana? Dirihlē princips?

Trīs jautājumu veidi un trīs atrisinājuma struktūras

*Parādi, **kā** var…* *Parādi, **ka** var…*	Vajag konstruēt piemēru (Mēdz būt nekonstruktīvi eksistences pierādījumi, bet ne šeit)
Vai iespējams …	VAI NU piemērs; VAI ARĪ pierādījums kāpēc nevar
Kāds ir lielākais skaits …	Piemērs ar lielāko skaitu UN pamatojums, ka nevar uzlabot

Aktivitāte: Uzdevumu klasificēšana

Nezinot atrisinājumu: Uzmanīgi lasa uzdevumu atrod ierobežojumus, jautājuma veidu (1 no 3) un (tikai kā hipotēzi) metodi/tēmu.



Izveidot piemēru	Piemērs **vai** neiespējamības pierādījums	Piemērs **un** kāpēc nevar labāk

---

Zinot atrisinājumu: Var atrast izmantoto metodi/tēmu

Tēmas un metodes: Dalīšana ar atlikumu, krāsojumi, invariantu metode.

Pēc izrēķināšanas

Uzdevumu klasificēšana (aizpilda)

Nr.	Jautājuma veids Atris. struktūra	Sagriezt visu/ Izgriezt	Īpaši ierobežojumi?	Krāsošanas invariants	Simetriska atbilde?
1.uzd.					
2.uzd.					
3.uzd.					
4.uzd.					
5.uzd.					
6.uzd.					
7.uzd.					
8.uzd.					
9.uzd.					

Pēc izrēķināšanas

Uzdevumu klasificēšana (atbildes)

Nr.	Jautājuma veids Atris. struktūra	Sagriezt visu/ Izgriezt	Īpaši ierobežojumi?	Krāsošanas invariants	Simetriska atbilde?
1.uzd.	Piemērs	izgriezt	nav		Sim.centrs
2.uzd.	Atrast lielāko	izgriezt	Jāizmanto abi veidi	Šaha krāsojums	Neiespējams
3.uzd.	Piemērs	sagriezt	Jāizmanto abi veidi		Nē, bet vrbt varētu
4.uzd.	Piemērs	sagriezt	4 vienādas figūras		Sim. centrs
5.uzd.	Pierādīt/apgāzt	izgriezt	nav		Bloku pārnese
6.uzd.	Piemērs	sagriezt	3 vienādas figūras		Ass simetrija
7.uzd.	Pierādīt/apgāzt	izgriezt	nav		90 rotācija
8.uzd.	Pierādīt/apgāzt	sagriezt	nav	Šaha krāsojums	Neiespējams; 90 rotācija; Neiespējams
9.uzd.	Pierādīt/apgāzt	sagriezt	Noteikts skaits orientāciju	2 krāsu joslas	Neiespējams

2. Dalāmība, krāsojumi, invarianti.

Procedūras pa soļiem un saglabāšanās likumi (invarianti). **SR:** Vienkārši invarianti (laukums) un sarežģītāki (ar krāsojumiem vai līdzīgu saskaitīšanu) – norādīt lielumu, kas paliek nemainīgs, izgriežot figūriņas.

Saturs:

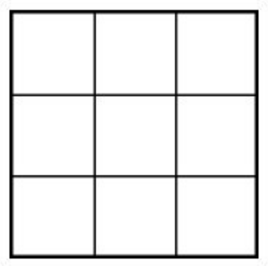
1. Uzdevumu veidi un atrisinājumu struktūras.
2. **Dalāmība, krāsojumi, invarianti.**
3. Konstrukcijas, simetrijas rūtiņu plaknē.
4. Papildu uzdevumi par izgriešanu, labošanas kritēriji, secinājumi.

Teorija: Nepieciešamais un pietiekamais nosacījums

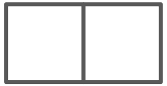
Apgalvojums: Lai figūru, kas sastāv no M rūtiņām varētu pilnībā sagriezt figūrās, kas sastāv no N rūtiņām ir *nepieciešams*, lai M dalītos ar N.

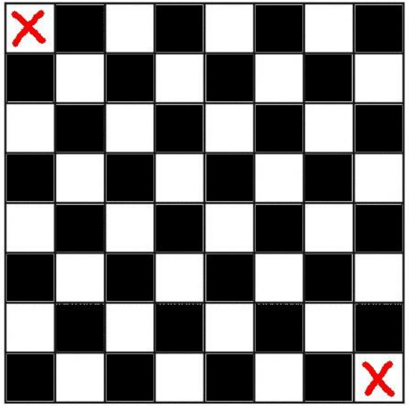
… bet tas nav *pietiekams* nosacījums.

Pretpiemērs: Šaha galdiņš bez divām rūtiņām pretējos stūros. M=62 dalās ar N=2, bet to nevar sagriezt 1x2 taisnstūrīšos.

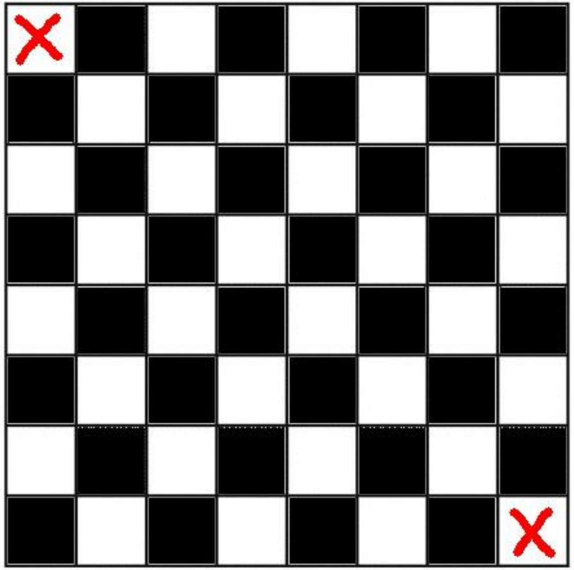


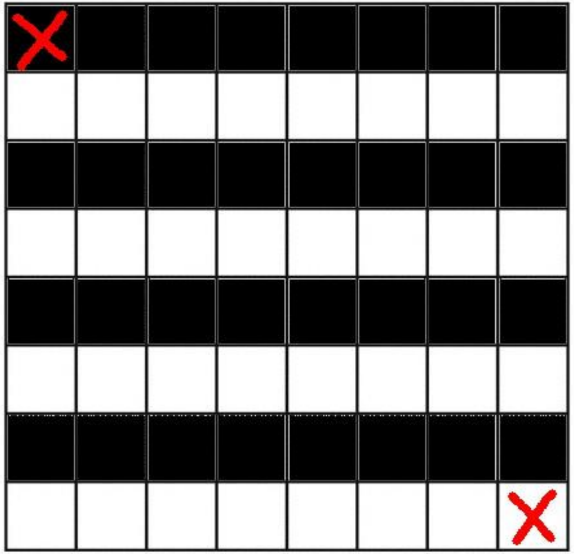
3x3 kvadrātu nevar sagriezt 1x2 taisnstūrīšos, jo 9 nedalās ar 2.





Kuram krāsojumam ticēt un kāpēc – 1?





Ja ar krāsošanu neizdevās iegūt pretrunu, tas nenozīmē, ka var sagriezt.

- Varbūt nevar sagriezt, jo kāds cits krāsojums dod pretrunu?
- Varbūt nekāds krāsojums nedod pretrunu, bet figūriņu formas neļauj sagriezt.

Kuram krāsojumam ticēt un kāpēc?

No 8x8 kvadrāta izgriež vienu rūtiņu. Vai atlikušās 63 rūtiņas var sagriezt 1x3 taisnstūrīšos?

A		C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C
C	A	B	C	A	B	C	A
A	B	C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C
C	A	B	C	A	B	C	A
A	B	C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C

A		C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A
B	C	A	B	C	A	B	C
A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A
B	C	A	B	C	A	B	C
A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A

Kāpēc pierādīšanas metodi sauc “krāsošanas invariants”?

Metodes soļi:

1. Izkrāso sagriežamo figūru atbilstoši tādam rakstam, lai būtu noteikts skaits katras krāsas rūtiņu katrā gabaliņā.

2. Atrod krāsu, kuras pirmās pietrūks (skaits). Vai atlikumu, kas pirms/pēc figūriņas izgriešanas saglabājas (modularitāte).

3. Novērtē iegūstamo gabaliņu skaitu (ko tas noteikti nevar pārsniegt)

Par *invariantiem* sauc kvantitatīvus lielumus, kuri kāda procesa gaitā paliek nemainīgi.

- Krāsas (pirms/pēc sagriešanas)
- Laukums vai tilpums,
- Masa, enerģija, impulss (saglabāšanās likumi fizikā).

Ja invariants sākumā un beigās nesakrīt → pierāda neiespējamību (**noteikti nevar**)

Ja invariants sākumā un beigās sakrīt → saglabājas cerība konstruēt (**varbūt var**).

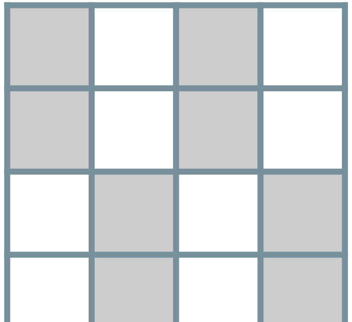
Ja skolēniem patīk koordinātes un modulārā aritmētika

1.piemērs: Uzzīmēt kvadrātu 8×8, sanumurēt tā rindiņas un kolonnas no 0 līdz 7. Iekrāsot (i, j) (rūtiņu i-tajā rindiņā un j-tajā kolonnā) attiecīgi krāsā a=0, a=1, vai a=2, ja $i + j \equiv a \pmod 3$.

.

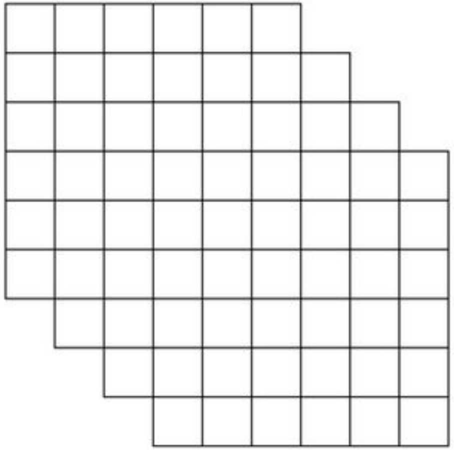
2.piemērs: Uzzīmēt kvadrātu 8×8, sanumurēt tā rindiņas un kolonnas no 0 līdz 7. Iekrāsot (i, j) (rūtiņu i-tajā rindiņā un j-tajā kolonnā) pelēku tad un tikai tad, ja $(i + j)(i + j + 1) \equiv 2 \pmod 4$.

3.piemērs: Uzzīmēt musturi, palūgt uzrakstīt kongruenci, kas apraksta iekrāsotās rūtiņas.



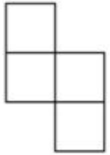
2. uzdevums

Kāds ir lielākais skaits 7.att. doto figūru (S-tetramino), ko var izgriezt no 5.att. dotās figūras, ja jābūt izgrieztām arī tieši divām 6.att. figūrām (I-tetramino)?



5.att.

6.att.



7.att.

2. uzdevuma ieteikumi

1. Kāds rūtiņu skaits 5.att. figūrai? Maksimālais skaits, ko varētu izgriezt (laukumu dalīšanas dēļ).

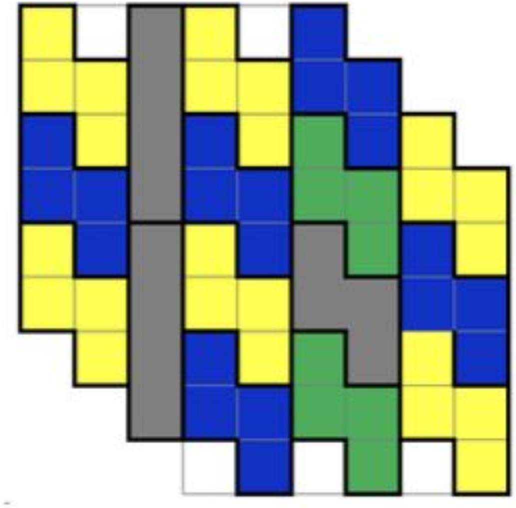
2. Ja šo uzdevumu risinātu ar krāsošanu - kāds krāsu skaits noder? (Uz kuru figūriņu jāskatās - I-tetramino vai S-tetramino?)

2. uzdevuma atrisinājums – 1

Atrisinājums.

1.daļa (Konstrukcija)

Maksimums ir 14 (zīmējumā).



(Secinājumi? Varbūt var vēl vairāk? Paliek pāri 5 rūtiņas, kas pēc laukuma pārsniedz vienu S-tetramino.)

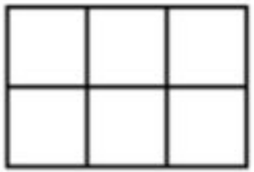
2. uzdevuma atrisinājums – 2

Atrisinājuma 2.daļa:

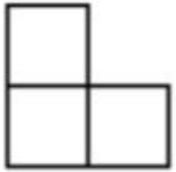
Pamatotsim, ka vairāk nevar. Izkrāsojot šaha galdiņa veidā, ir 33 pelēkas rūtiņas un 36 baltas rūtiņas. No pelēkajām tieši 4 iztērējas taisnstūrīšiem 1x4. Ar palikušajām 29 nevar izveidot vairāk kā 14 S-tetramino.

3. uzdevums

No 11.att. un 12.att. figūrām, katru izmantojot vismaz vienu reizi, salikt taisnstūri, kurā 12.att. figūras nesaskaras ne ar malu, ne ar stūri! Figūras drīkst pagriezt.



11.att.

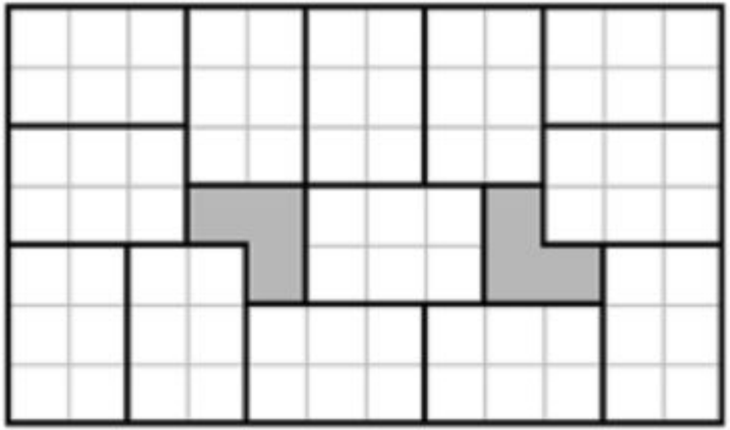


12.att.

3. uzdevuma ieteikumi

- Vai uzdevumu varētu izpildīt, ja ļautu izmantot tikai viena veida figūras un kuru izmēru taisnstūriem to var?
- Kāpēc tāds ierobežojums par “stūrīšu” figūrām?

3. uzdevuma atrisinājums



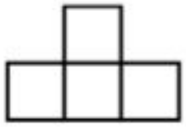
Secinājumi?

Vai iegūtā figūra ir simetriska?

Vai atrisinājuma simetriju var izveidot (vai “uzlabot” - pievienot jaunas simetrijas asis vai simetrijas centru).

8. uzdevums

Vai taisnstūri ar izmēriem **(A)** 5 × 6, **(B)** 4 × 8, **(C)** 4 × 11 rūtiņas var noklāt ar attēlā dotajām figūrām? Taisnstūrim jābūt pilnībā noklātam. Figūras nedrīkst iziet ārpus taisnstūra, figūras nedrīkst pārklāties, figūras drīkst pagriezt.



8.uzdevuma ieteikumi

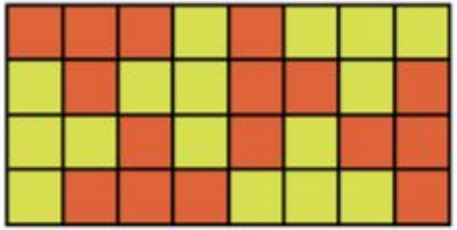
- Kurus punktus var pierādīt kā neiespējamus ar invariantiem?
- Ja krāsošanas invariants – cik krāsas izmantot?
- Ko nevar pierādīt, ka nevar, ir vērts mēģināt konstruēt.

(Saglabājas intriga, ka mēģināsim pamatot nepareizu apgalvojumu – konstruēt to, ko nevar; vai mēģināt pierādīt neiespējamību tur, kur var.)

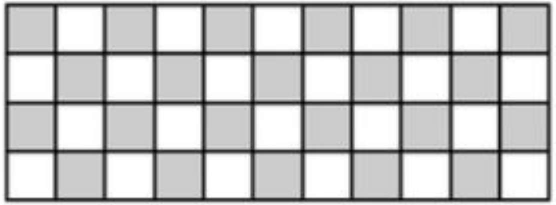
8. uzdevuma atrisinājums

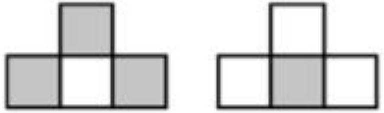
(A) Nevar, jo 30 nedalās ar 4

(B) Var



(C) Nevar – krāsošanas invariants un atlikumi.





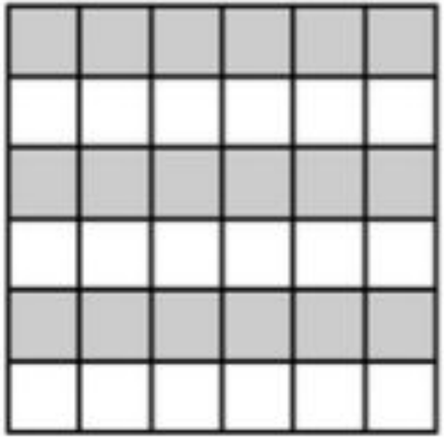
9.uzdevums

Vai kvadrātu ar izmēriem 6 × 6 rūtiņas var pārklāt ar 18 domino kauliņiem tā, lai 13 kauliņi atrastos horizontāli, bet 5 — vertikāli? Katrs kauliņš pārklāj tieši 2 rūtiņas, kauliņi nedrīkst pārklāties.

9.uzdevuma ieteikumi

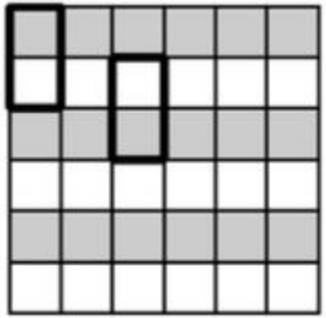
- Var eksperimentēt ar 6x6 pārklājumiem; saskaitīt, cik var būt horizontālo un cik vertikālo kauliņu. Kurus no šiem skaitiem ir viegli iegūt?
- Vai ir kāds resurss jeb invariants, kuru vertikālais kauliņš tērē citādi nekā horizontālais?

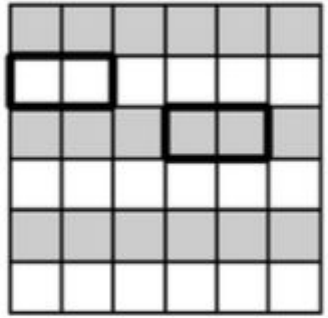
9.uzdevuma atrisinājums – 1



Nē, prasīto nevar izdarīt. Iekrāsosim doto kvadrātu joslās (attēlā). Tad kvadrātā ir 18 melnas un 18 baltas rūtiņas.

9.uzdevuma atrisinājums – 2





Vispirms izvietosim 5 vertikālos kauliņus - tie noklāj 1 melnu, vienu baltu. Nenoklātas paliek 13 melnas un 13 baltas rūtiņas.

Ar vienu horizontālu kauliņu var noklāt vai nu 2 baltas (jeb 0 melnas), vai 2 melnas rūtiņas. 13 melnas rūtiņas šādi noklāt nevar.

3. Konstrukcijas, simetrijas rūtiņu plaknē. Figūru salikšana, izmantojot simetriju.
SR: Spriedumi “nezaudējot vispārību” (w.l.o.g.); Veidot pārklājumus vai salikt lielākas figūras no rūtiņu figūrām (pentomino u.c.)

Saturs:

1. Uzdevumu veidi un atrisinājumu struktūras.
2. Dalāmība, krāsojumi, invarianti.
3. **Konstrukcijas, simetrijas rūtiņu plaknē.**
4. Papildu uzdevumi par izgriešanu, labošanas kritēriji, secinājumi.

Jautājumi par simetriju – 1

E1. Kādas figūras sauc par *simetriskām*? Un kādus sagriešanas veidus?

E2. Cik simetrijas asu var būt daudzstūrim, kura malas novilktas pa rūtiņu līnijām?

E3. Aplūkojam visus atšķirīgos daudzstūrus, kuri uzzīmēti rūtiņu plaknē un sastāv no 8 vienādiem kvadrātiņiem. No tiem:

- A daudzstūriem ir simetrijas ass;
- B daudzstūriem ir simetrijas centrs;
- C daudzstūriem ir rotācijas centrs 90 grādu pagriezieniem.

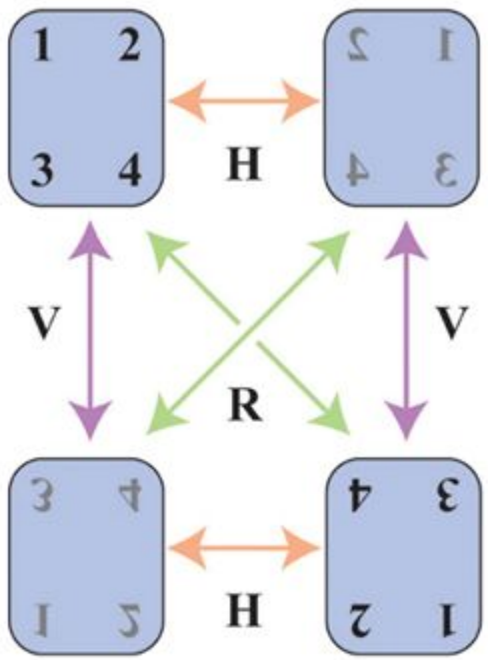
  Sakārtot skaitļus A, B, C augošā secībā.

Jautājumi par simetriju – 2

E4. Zināms, ka rūtiņu figūriņai no *n* vienādiem kvadrātiņiem ir rotācijas centrs 90 grādu pagriezieniem. Kāds var būt *n* atlikums, dalot ar 4?

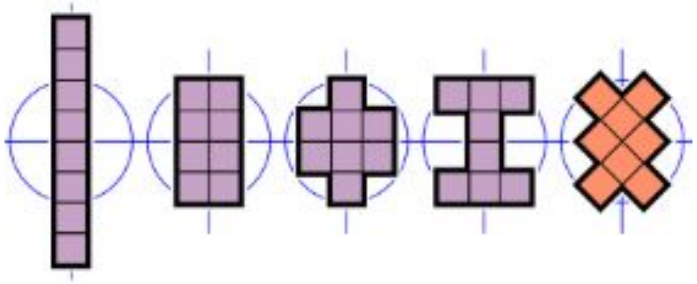
E5. Matraci taisnstūrveida gultai var apgriezt par 180 grādiem ap 3 rotācijas asīm. Cik stāvokļos to var novietot gultā?

Matrača simetrijas grupa

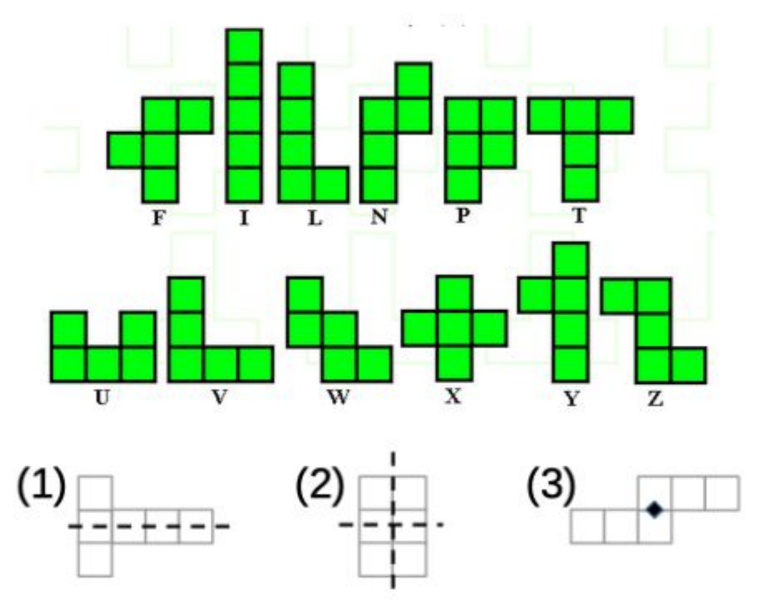


Kleina 4 elementu grupa.

Līdzīgas grupas starp rūtiņu figūriņām no 8 kvadrātiņiem – https://en.wikipedia.org/wiki/Octomino



Aktivitāte: Simetrisku rūtiņu figūru salikšana



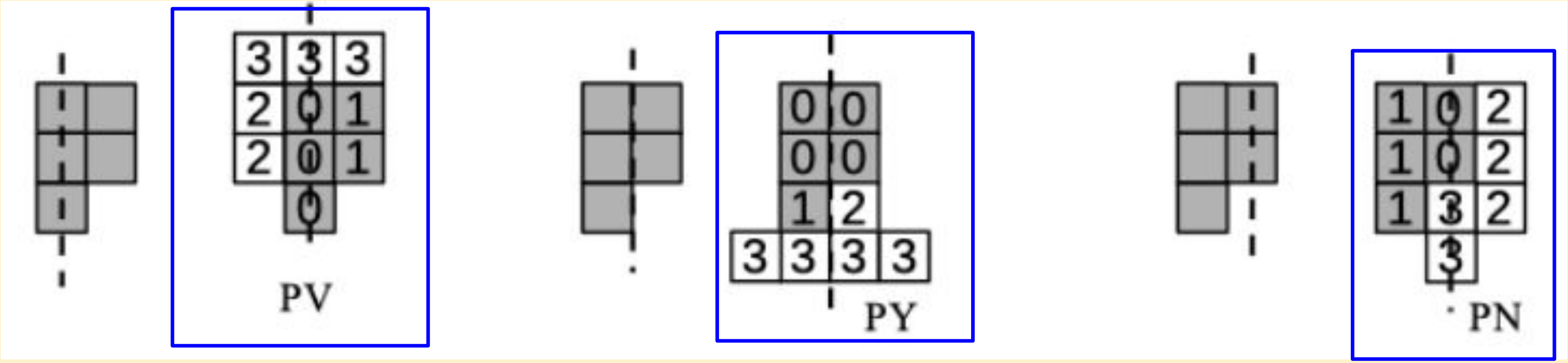
Dots komplekts ar 12 pentomino figūriņām (zīmējumā). Tās kaut kā sagrupē pāros, un no katra pāra saliek lielāku figūru ar laukumu 10, kas uzzīmējama pa rūtiņu līnijām bez “caurumiem”. Kāds lielākais skaits no iegūtajām figūrām var būt simetriskas? Katru pentomino var pagriezt vai lietot spoguļattēlu.

Piezīme. Figūra ir simetriska gan tad, ja tai ir viena simetrijas ass (1), gan divas perpendikulāras simetrijas asis (2), gan simetrijas centrs (3).

2 komandas: Katra izvēlas 1 pentomino no 12; uzaicina otru komandu taisīt iespējami daudzus simetriskus pārīšus tieši ar šo figūriņu.

Risinājuma piemērs (simetriski pāri ar figūriņu “P”)

Vertikālas simetrijas asis – 3 atrisinājumi



Uzliek figūriņu P (pelēku) un velk tai pāri simetrijas asi

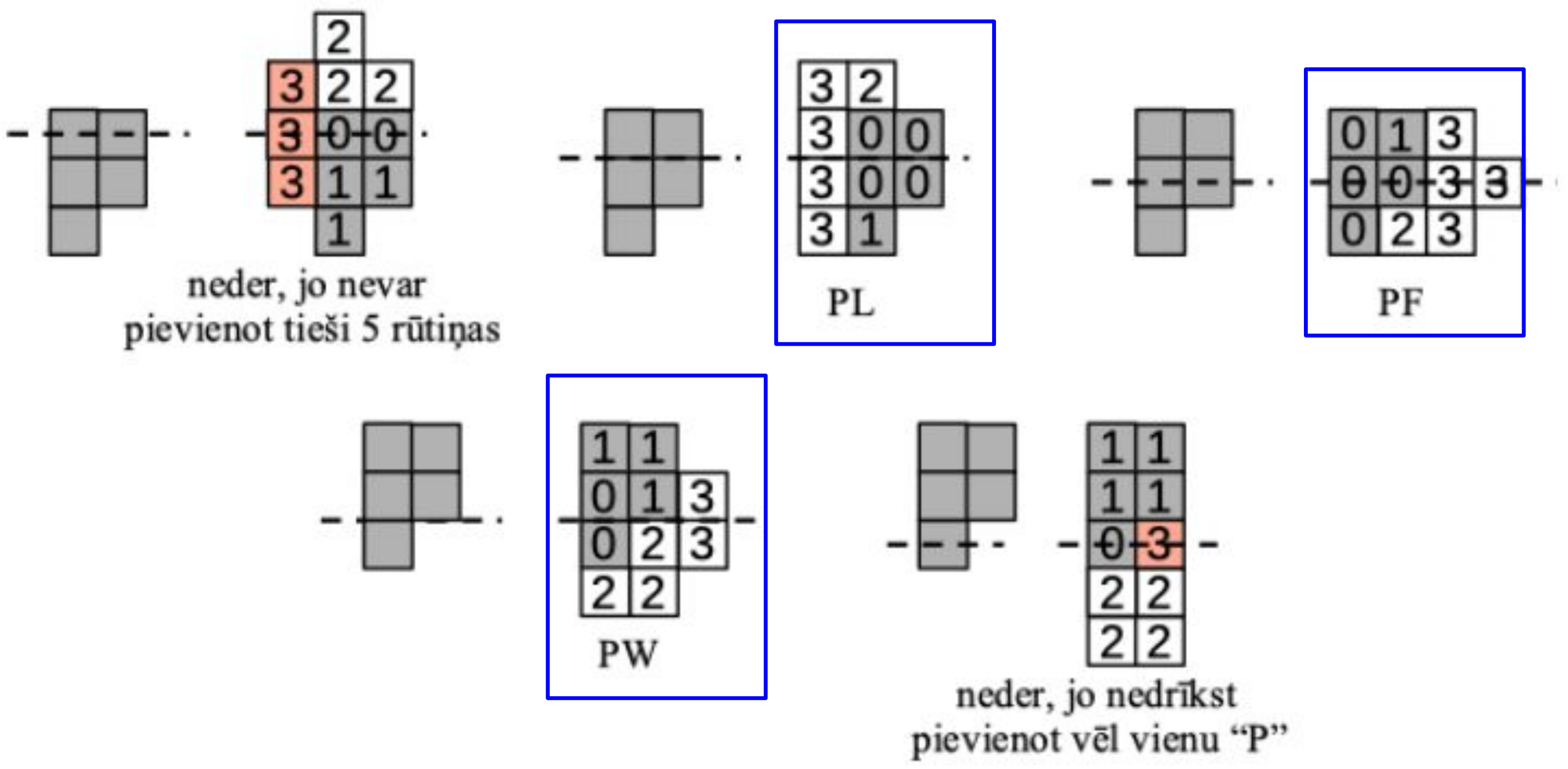
Ar **(0)** apzīmē rūtiņas, kuras jau ir simetriskas sev vai citai pelēkai rūtiņai

Ar **(1)** apzīmē rūtiņas, kuras pieder P un ar **(2)** tām simetriskās ārpusē

Ar **(3)** apzīmē rūtiņas, kas simetriski jāpievieno, lai veidotu jaunu pentomino.

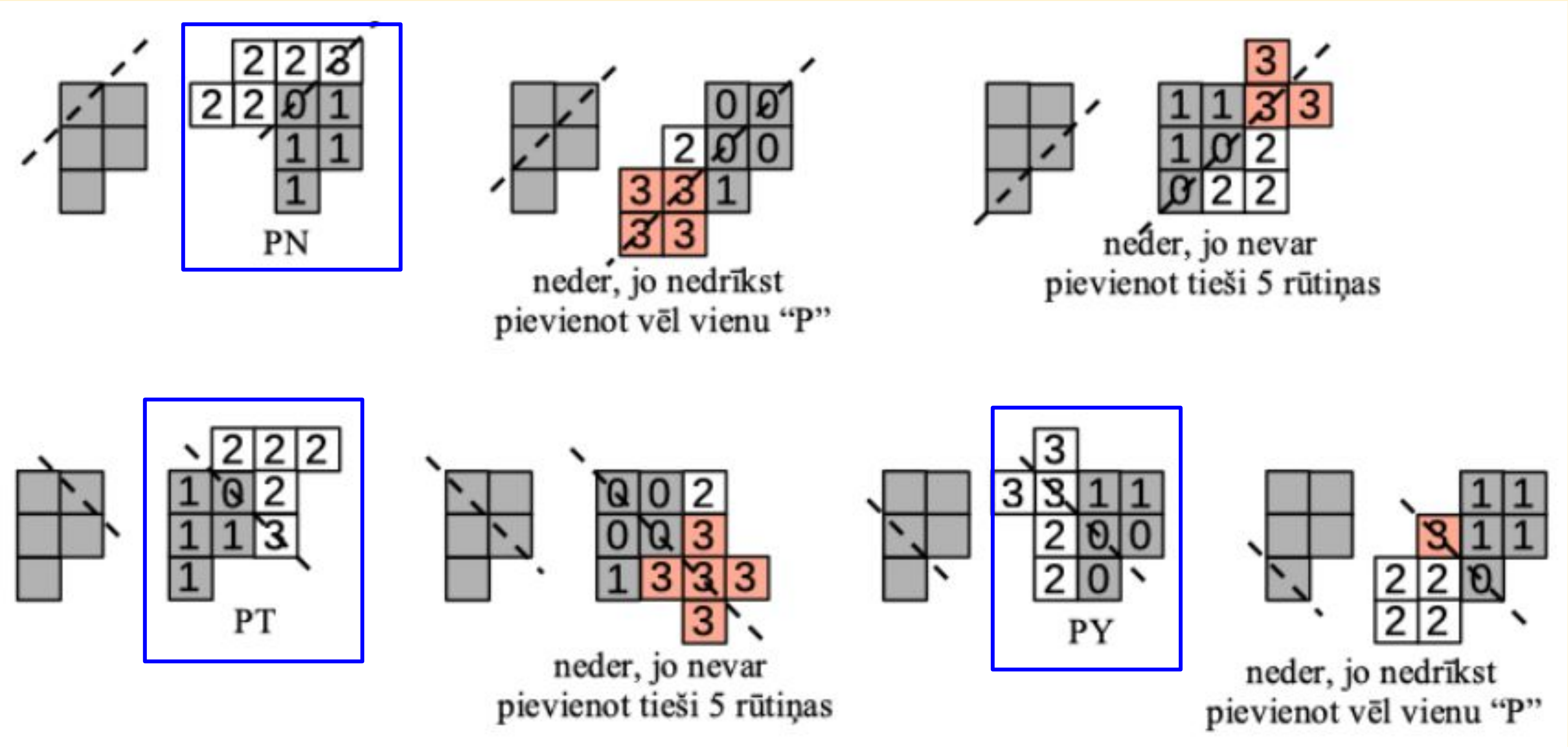
Risinājuma piemērs (simetriski pāri ar figūriņu “P”)

Horizontālas simetrijas asis – 3 atrisinājumi



Risinājuma piemērs (simetriski pāri ar figūriņu “P”)

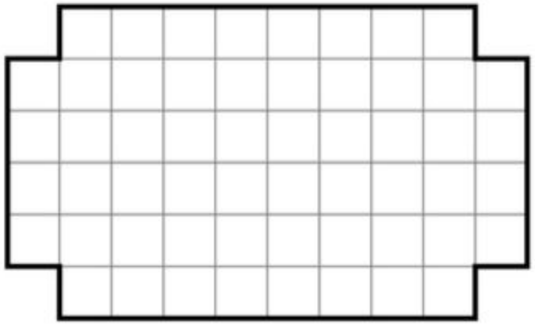
Slīpas simetrijas asis – 3 atrisinājumi



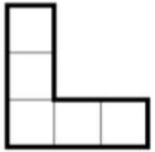
Centrālo simetriju arī var pārbaudīt, bet atrisinājumu ar “P” tiem nav

1. uzdevums

1.att.



2.att.

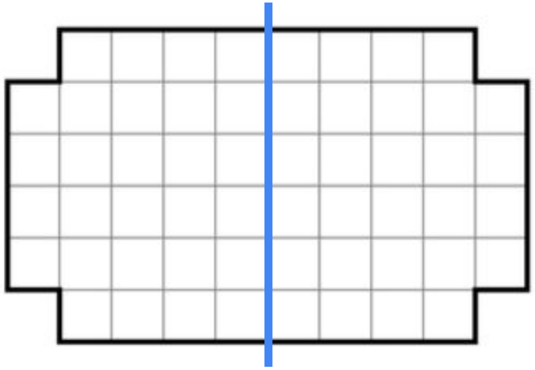


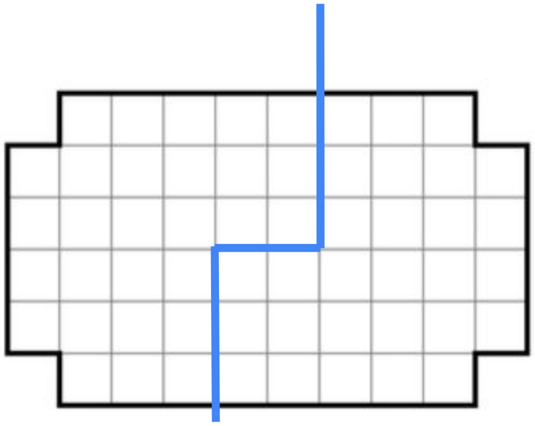
Parādi, kā no 1.attēlā dotās rūtiņu lapas var izgriezt desmit figūras (pentomino “V”), kādas dotas 2.att. (iezīmē, kur jāiet griezuma līnijām)! Figūras var būt arī pagrieztas.

1. uzdevuma ieteikumi – 1

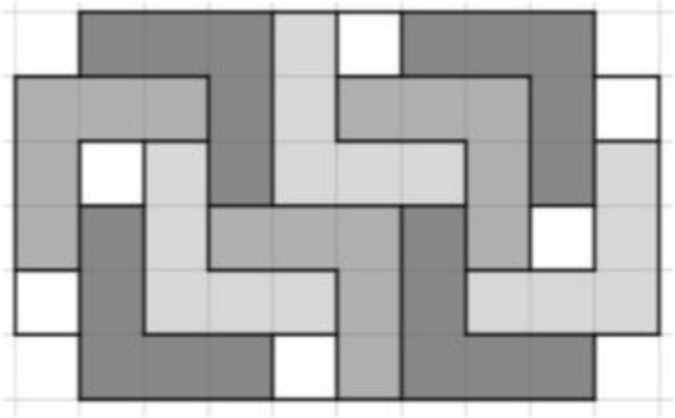
- Cik rūtiņas paliek neizmantotas, ja izdodas izgriezt?
- Vai uzdevumu var reducēt uz vieglāku?
    - Salikt no vairākiem L pentomino lielāku (atkalizmantojamu) elementu?
    - Sadalīt sākotnējo figūru vienādos gabalos, kurus griež identiski? Cik gabalos cerīgi sadalīt un kā?

1. uzdevuma ieteikumi – 2





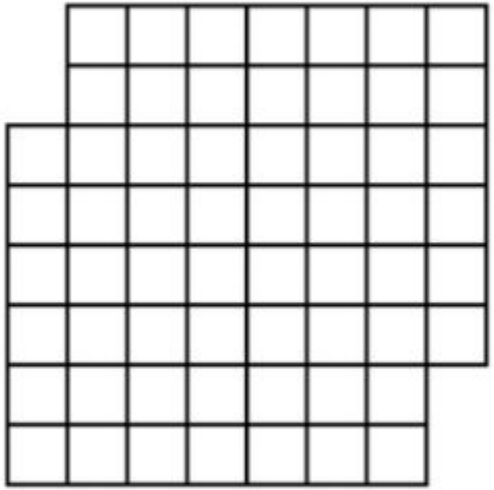
1. uzdevuma atrisinājums



Atrisinājums dots attēlā.

Nobeigumā: Kāda simetrija ir attēlam? Vai atrisinājums šķiet kaut kādā ziņā “optimāls” un kāpēc?

4. uzdevums

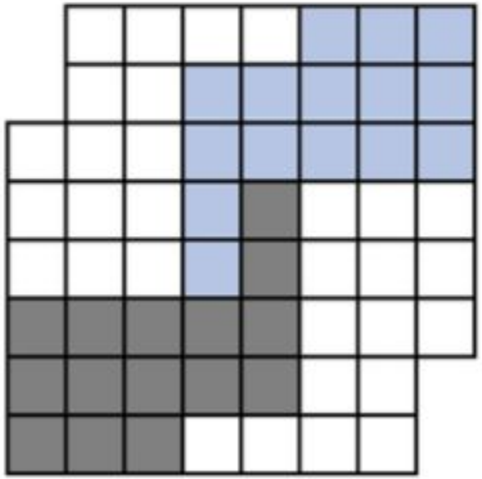


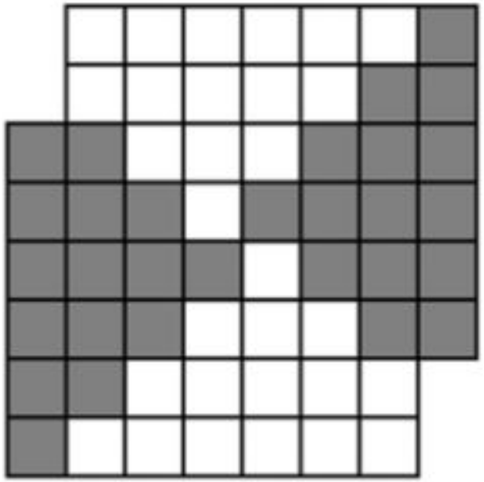
Parādi, kā, griežot pa rūtiņu līnijām, attēlā doto figūru var sagriezt 4 vienādās figūrās! Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).

4.uzdevuma ieteikumi

- Cik tajā ir rūtiņu; cik būs katrā gabalā?
- Vai sagriežamajai figūrai pašai piemīt simetrija?
  (Ja jā, tad izveidojamos gabalus var būt vienkāršāk veidot, saglabājot šo pašu simetrijas veidu - tā, lai gabali būtu

4. uzdevuma atrisinājums





Secinājumi?
Kā sākotnējās figūras robi “izplatās” izveidotajos gabalos (pa kreisi)?
Vai varētu būt nesimetrisks atrisinājums?

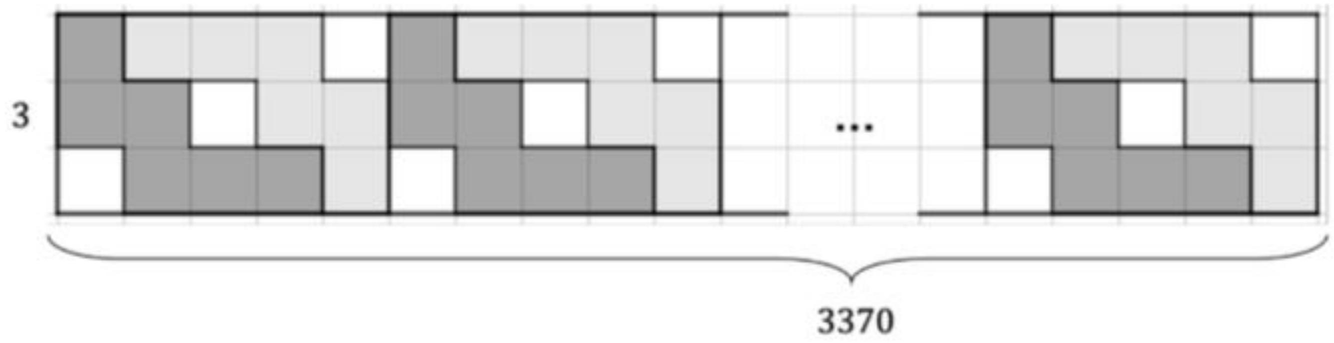
5. uzdevums

Vai taisnstūri ar izmēriem 3 × 3370 rūtiņas var noklāt ar attēlā redzamām figūrām tā, lai paliktu tieši 2022 nenoklātas rūtiņas? Dotās figūras malām jāiet pa rūtiņu līnijām, tā var būt pagriezta vai apgriezta spoguļattēlā, figūras nedrīkst pārklāties vai iet ārpus taisnstūra.

5. Uzdevuma ieteikumi

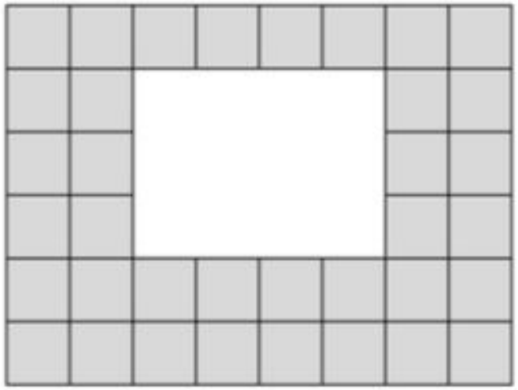
- No kurienes ņemti skaitļi 2022 un 3370? Ko no tiem var/vajag izrēķināt?
- Kāda īpatnība sagriežamajai figūrai varētu atvieglot mums dzīvi?

5.uzdevuma atrisinājums



Jā var. Tā kā katrā taisnstūrī ar izmēriem 3 × 5 ir tieši 3 nepārklātas rūtiņas un doto taisnstūri ar izmēriem 3 × 3370 var sadalīt 3370 : 5 = 674 šādos taisnstūros, tad nepārklātas paliek tieši 3 · 674 = 2022 rūtiņas.

6. uzdevums

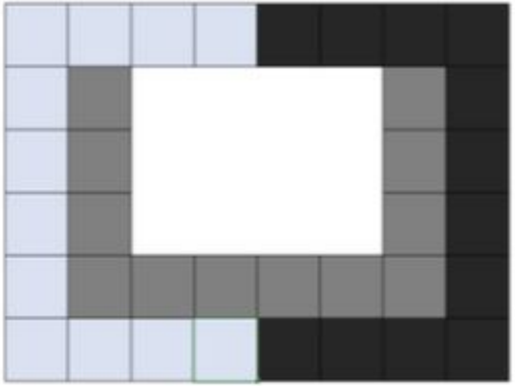


Parādi, kā 19.att. figūru (6 × 8 rūtiņu taisnstūris, no kura izgriezts 3 × 4 rūtiņu taisnstūris), griežot pa rūtiņu līnijām, var sagriezt trīs vienādās figūrās! Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).

6. uzdevuma ieteikumi

- Vai sagriežamajam attēlam piemīt simetrija?
- Rūtiņu skaits sākotnējā figūrā?

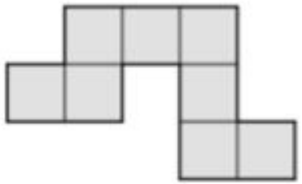
6. Uzdevuma atrisinājums



Jā var.

Secinājumi?
Vai var eksistēt citi atrisinājumi?

7. uzdevums

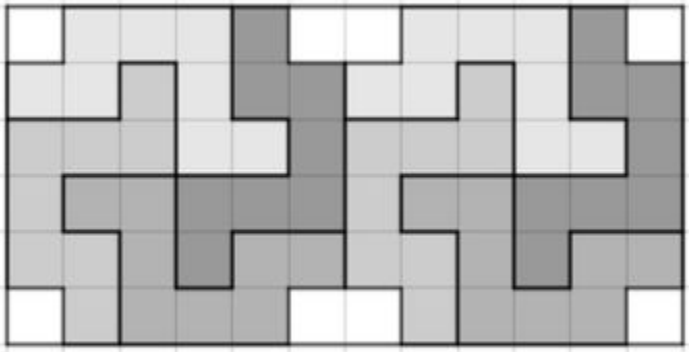


Vai no taisnstūra ar izmēriem 6×12 rūtiņas var izgriezt astoņas 21.att. redzamās figūras?

7. Uzdevuma ieteikumi (sk. 1. Uzdevuma ieteikumus)

- Cik rūtiņas paliek neizmantotas, ja izdodas izgriezt?
- Vai uzdevumu var reducēt uz vieglāku?
  - Salikt no vairākām mazajām figūriņām lielāku (atkalizmantojamu) elementu?
  - Sadalīt sākotnējo figūru vienādos gabalos, kurus griež identiski?

7.uzdevuma atrisinājums



Secinājumi? Oktomino figūriņa var izveidot lielāku kompaktu figūru ar rotācijas simetriju (griežot ap nedaudz grūti atrodamu virsotni).

Vai varētu novietot vēl arī devīto figūriņu?

4. Konstrukcijas, simetrijas rūtiņu plaknē. Figūru salikšana, izmantojot simetriju.
SR: Citu rūtiņu uzdevumu (figūru sagriešanas/salikšanas piemēru) analīze un ieteikumu rakstīšana.

Saturs:

1. Uzdevumu veidi un atrisinājumu struktūras.
2. Dalāmība, krāsojumi, invarianti.
3. Konstrukcijas, simetrijas rūtiņu plaknē.
4. **Papildu uzdevumi par izgriešanu, labošanas kritēriji, secinājumi.**

Citi uzdevumi par sagriešanu/salikšanu

Apciemot resursu
https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/
Izvēlas no navigācijas: **Kārtot > Pēc žanra > 3.16.1**

Tur ir 46 agrāko gadu Latvijas olimpiāžu uzdevumi par sagriešanu.
No tiem var izveidot materiālu nākamā slaida aktivitātei.

(Citu valstu – Igaunijas, Lietuvas, Ukrainas, Polijas, Anglijas, ASV – olimpiādēs uzdevumi par rūtiņām ir plaši pārstāvēti, bet tie parasti uzdot negaidītus jautājumus, neaprobežojas ar izgriešanu, sagriešanu; arī mēdz būt domāti vecumam virs 8.klases. Sk. Literatūras slaidu.)

3.16.0. Veselu skaitļu režģi ?	LV.AMO.2015.8.4, LV.AMO.2023.5.3
3.16.1. Sagriešana rūtiņu figūrās ?	LV.AMO.2003.5.3, LV.AMO.2003.6.2, LV.AMO.2003.8.4, LV.AMO.2004.5.4, LV.AMO.2004.6.2, LV.AMO.2007.5.5, LV.AMO.2008.6.2, LV.AMO.2009.6.5, LV.AMO.2010.6.3, LV.AMO.2011.11.3, LV.AMO.2011.7.4, LV.AMO.2014.5.4, LV.AMO.2014.7.5, LV.AMO.2015.10.2, LV.AMO.2015.6.2, LV.AMO.2015.7.2, LV.AMO.2015.8.2, LV.AMO.2017.6.3, LV.AMO.2018.7.5, LV.AMO.2019.6.4, LV.AMO.2022A.7.3, LV.AMO.2022B.6.2, LV.AMO.2023.7.3, LV.AMO.2024.6.4, LV.AMO.2024.7.4, LV.NOL.2004.7.5, LV.NOL.2005.6.3, LV.NOL.2008.10.5, LV.NOL.2008.11.2, LV.NOL.2009.5.2, LV.NOL.2011.8.4, LV.NOL.2014.6.2, LV.NOL.2015.6.4, LV.NOL.2017.10.4, LV.NOL.2017.12.5, LV.NOL.2018.10.5, LV.NOL.2018.9.5, LV.NOL.2022.8.2, LV.NOL.2023.5.3, LV.NOL.2023.6.3, LV.NOL.2023.8.4, LV.VOL.2010.10.5, LV.VOL.2012.9.5, LV.VOL.2013.9.5, LV.VOL.2018.12.4, LV.VOL.2025.10.4
3.16.2. Rūtiņu režģu krāsošana ?	LV.AMO.2006.5.1, LV.AMO.2013.7.4, LV.AMO.2013.9.2, LV.AMO.2016.6.4, LV.AMO.2018.6.3, LV.AMO.2018.8.5, LV.AMO.2018.9.5, LV.AMO.2022A.9.5, LV.AMO.2023.12.4, LV.NOL.2007.8.5, LV.NOL.2008.8.2, LV.NOL.2011.6.5, LV.NOL.2011.7.4, LV.NOL.2025.6.3, LV.NOL.2025.7.1, LV.VOL.2011.10.3
3.16.3. Rūtiņu figūru pārkārtošana ?	LV.AMO.2003.5.3, LV.AMO.2019.7.4
3.16.4. Citi uzdevumi par režģiem ?	LV.AMO.2012.7.4, LV.AMO.2015.9.2, LV.VOL.2013.10.5

Aktivitāte: Ieteikumu (*hints*) rakstīšana

Figūru sagriešanas/salikšanas uzdevumiem izveido **Komplektu A** un **Komplektu B** piemēram, pa 4 uzdevumiem (vai cik atļauj nodarbības ilgums)

- **1.komanda** saņem Komplektu A (bez atrisinājumiem) un Komplektu B (ar atrisinājumiem)
- **2.komanda** saņem Komplektu B (bez atrisinājumiem) un Komplektu A (ar atrisinājumiem).

Komandas drīkst apmainīties ar *ieteikumiem* īsās *telegrammās/tvītos* - tos raksta uz dzeltenām lapiņām. Ieteikumiem jābūt "dabiskiem" – kādi var ienākt prātā normāli risinot.
Beigās **1.komanda** stāsta pie tāfeles **Komplektu A**, bet **2.komanda** stāsta **Komplektu B** (uzdevumus, kam viņi atrisinājumus nav redzējuši).

Secinājumi

1. Sagriešanas/salikšanas uzdevumi ir (kombinatoriskā) ģeometrija. Tie neizmanto ģeometrijas zināšanas (pat vienkāršākās – trijstūra nevienādību, leņķu sakarības utml.) – faktiski “tīra” kombinatorika.
2. Parasti var izvairīties no pilnās pārlases, var izmantot *simetriju* (vismaz lai nebūtu jāapskata varianti, kas būtiski neatšķiras).
3. Neiespējamības pierādījumi parasti izmanto *invariantus* – vai nu tieši saskaitot rūtiņas un to atlikumus, vai arī saskaitot pēc izkrāsošanas.

Atšķirībā no algebras, ģeometrijas u.c. *faktiem*, *apgalvojumiem* jeb *teorēmām* – “simetrija” un “invarianti” nav teorēmas, bet pierādījumu pieraksta shēmas.

Literatūra

- https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/ : **Kārtot > Pēc žanra > 3.16.1** (Sagriešana rūtiņu figūrās).
- https://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Games/TriggTromino.shtml (vairāki 1960-to gadu uzdevumi no izklaidējošās matemātikas žurnāliem angliski)
- https://problems.ru/view_by_subject_new.php?parent=564 (Veselo skaitļu režģi – daži uzdevumi līdzīgi LV olimpiādēm)
- https://www.dudajevagatve.lv/eliozo/references (Citu valstu olimpiāžu arhīvu linki)