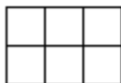


Kombinatorika: Skaitīšana un invarianti

1. uzdevums: Taisnstūri 7×12 rūtiņas sagriezt 11. un 12. attēlā redzamajās figūrīņās. Jāizmanto abu veidu figūrīņas; bet “stūrīši” (12.attēla figūrīņas) nedrīkst savstarpēji saskarties ar malu vai virsotni.



11.att.



12.att.

2. uzdevums: Sandis uzzīmējis kvadrātu 6×6 rūtiņas un pēc kārtas tajā iekrāso pa vienai rūtiņai. Pēc kārtējās rūtiņas iekrāsošanas viņš ieraksta tajā skaitli - cik no blakusesošajām rūtiņām jau ir iekrāsotas (par blakusesošām sauc rūtiņas, kurām ar doto ir kopīga mala). Pēc visu rūtiņu iekrāsošanas Sandis visus tajās ierakstītos skaitļus saskaita. Pierādīt, ka neatkarīgi no rūtiņu iekrāsošanas secības, iegūtā summa būs viena un tā pati.

3. uzdevums: Kaut kādā secībā uzrakstīja 9 burtus, no kuriem tieši divi ir “A”, tieši trīs ir “B”, tieši četri ir “C”. Zem katra no burtiem uzrakstīja skaitli – cik no šī burta pa labi ir citādi burti (piemēram, ja pēc dotā “A” ir vēl viens “B” un vēl divi “C”, tad zem šī “A” raksta $1+2=3$). Atrast visu uzrakstīto skaitļu summu un pierādīt, ka tā nav atkarīga no burtu rakstīšanas secības.

4. uzdevums: Kādu mazāko skaitu rūtiņu jānokrāso melnas taisnstūrī 9×15 tā, lai katrā taisnstūrī ar izmēriem 5×3 rūtiņas atrastos vismaz viena melna rūtiņa?

5. uzdevums: No 8×8 kvadrāta izgriež vienu rūtiņu (zīm.). Vai atlikušās 63 rūtiņas var sagriezt 1×3 taisnstūrīšos? Kur jāizgriež rūtiņa, lai varētu šādi sagriezt?

A		C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C
C	A	B	C	A	B	C	A
A	B	C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C
C	A	B	C	A	B	C	A
A	B	C	A	B	C	A	B
B	C	A	B	C	A	B	C

A		C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A
B	C	A	B	C	A	B	C
A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A
B	C	A	B	C	A	B	C
A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A

6. uzdevums: Spēlē “freestyle gomoku” 2 spēlētāji pēc kārtas liek pa vienam savas krāsas akmentiņam uz kvadrātiska režģa un uzvar tas, kurš salicis 5 savus akmentiņus rindā (pa horizontāli, vertikāli vai diagonāli).

Pierādīt, ka šīs spēles izmainīts variants, kur pietiek salikt rindā 4 savus akmentiņus, ir tāds, kurā vienmēr uzvar 1.spēlētājs. (Var pieņemt ka spēles laukums ir bezgalīga rūtiņu lapa.)