17 Citu (neģeometrisku) uzdevumu lasīšana (2026-02-16)

Praktisks ieteikums (4R: Read, Restate, Represent, Roadmap):
(1) **Izlasīt** uzdevumu un atrast visus nosacījumus;
(2) **Pārformulēt** īsāk un saviem vārdiem;
(3) **Attēlot** situāciju zīmējumā, tabulā utt.
(4) **Izplānot** sagaidāmās risinājuma darbības.

Iesildīšanās jautājumi

- Dalot 1 ar 7 "stabiņā" iegūstam atlikumu virkni $a_1 = 3$, $a_2 = 2$, $a_3 = 6$, $a_4 = 4$, $a_5 = 5$, $a_6 = 1$, ... Izteikt a_{n+1} bez dalīšanas - tikai ar reizināšanu un atlikuma operāciju "mod".
- Pamatot, ka $ax \equiv b \pmod{13}$ var atrisināt visiem veseliem a, b, ja vien $a \not\equiv 0 \pmod{13}$. (*Bijekcija skaitļa 13 atlikumiem.*)
- Sienāzis sāk kustību punktā ar koordināti $x = 0$. Ar vienu lēcienu viņš vai nu dubulto šo koordināti, vai pieskaita tai 1. Pēc 9 lēcieniem viņš nonāk punktā $x = 100$. Kāds bija viņa pēdējais lēciens? (*Konstrukcija no beigām.*)
- Atrast naturālus x, y, kam izpildās $xy + 2x + 3y = 95$. (*Faktorizācijas triks.*)
- Pa rūtiņu līnijām uzzīmēts taisnstūris $a \times b$. Kādiem jābūt tā izmēriem, lai taisnstūra laukums (rūtiņu vienībās) būtu vienāds ar tā perimetru? (*Vienādojums un faktorizācijas triks.*)

1.uzdevums (LV.VOL.2015.9.3)

Aija izvēlas naturālu skaitli $n \leq 100$ un veido skaitļu virkni, kur katru nākamo virknes locekli iegūst pēc šāda likuma:

- ja $2n \leq 100$, tad virknes nākamais loceklis ir $2n$;
- ja $2n > 100$, tad virknes nākamais loceklis ir $2n - 100$.

Ja virknē vēl kādreiz parādās skaitlis n, tad skaitli n sauksim par *patīkamu*. Cik pavisam ir *patīkamu* skaitļu, kas nepārsniedz 100?

Piemēram, skaitlis 40 ir *patīkams*, jo $40;\ 80;\ 60;\ 20;\ 40;\ \ldots$, bet 25 - nav, jo $25;\ 50;\ 100;\ 100;\ \ldots$ (tālāk virknē nav skaitļu, kas atšķirīgi no 100).

2.uzdevums (LV.VOL.2016.9.5)

Naturālu skaitļu virkni (s_i) pēc parauga " 2016 " veido šādi: virknes pirmais loceklis s_1 ir 2; virknes otrais loceklis s_2 - mazākais naturālais skaitlis, kas lielāks nekā s_1 un tā pierakstā ir cipars 0; virknes trešais loceklis s_3 - mazākais naturālais skaitlis, kas lielāks nekā s_2 un tā pierakstā ir cipars 1; virknes ceturtais loceklis s_4 - mazākais naturālais skaitlis, kas lielāks nekā s_3 un tā pierakstā ir cipars 6. Pēc tam meklētie cipari cikliski atkārtojas: $2-0-1-6-2-0-\ldots$. Virknes pirmie locekļi ir $2;\ 10;\ 11;\ 16;\ 20;\ 30;\ 31;\ 36;\ 42;\ 50$.

Kādi ir četri nākamie skaitļi, kas virknē seko aiz skaitļa 2016?

3.uzdevums (LV.VOL.2014.9.4)

Gatavojoties 13 diplomātu apspriedei, krēsli tika izvietoti ap apaļu galdu vienādos attālumos un katrai no vietām tika sagatavota plāksnīte ar diplomāta vārdu. Diemžēl, ieņemot vietas pie galda, diplomāti šīs plāksnītes neņēma vērā un izrādījās, ka neviens no diplomātiem nav apsēdies pretī savai plāksnītei.

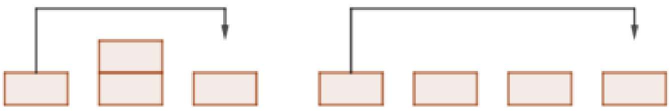
(A) Pierādīt: nepārsēdinot diplomātus, galdu ir iespējams pagriezt tā, ka vismaz divi diplomāti atradīsies pret savām plāksnītēm.
(B) Pierādīt: ja sākumā tieši viens diplomāts būtu sēdējis pret savu plāksnīti, tad ir iespējams, ka viņi apsēdušies tā, ka, pagriežot galdu, nav iespējams panākt, ka pret savu plāksnīti atradīsies vairāk par vienu diplomātu.

4.uzdevums (LV.VOL.2013.9.4)

Divas komandas savā starpā izspēlējušas vairākas (vairāk nekā vienu) spēles. Par zaudējumu komanda saņem n punktus (n- naturāls skaitlis), bet par uzvaru $n+3$ punktus. Neizšķirtu rezultātu nav. Pēc spēļu beigām izrādījās, ka vienai komandai ir par vienu uzvaru vairāk nekā otrai. Zināms, ka viena no komandām kopsummā ieguva 92 punktus. Cik punktus ieguva otra komanda?

5.uzdevums (LV.VOL.2018.9.5)

Rindā izvietotas 2018 monētas. Vienā gājienā drīkst paņemt vienu monētu, pārcelt to pāri tieši divām monētām un uzlikt to uz nākamās monētas. Vai 1009 gājienos visas monētas iespējams savākt kaudzītēs pa divām monētām katrā kaudzītē?



5. att.

6.uzdevums (LV.VOL.2017.9.5)

Katra no bumbiņām, kas atrodas kastē, nokrāsota vienā no N krāsām, un uz katras uzrakstīts naturāls skaitlis, kas nepārsniedz N. Zināms, ka katra no N krāsām izmantota vismaz vienu reizi, tāpat arī katrs skaitlis, kas nepārsniedz N, izmantots vismaz vienu reizi. Kādām N vērtībām kastē noteikti varēs atrast N dažādu krāsu bumbiņas, uz kurām būs rakstīti N dažādi skaitļi?

7.uzdevums (LV.VOL.2004.9.4)

Kvadrāts sastāv no 4×4 vienādām kvadrātiskām rūtiņām Andris pēc kārtas novieto pa vienam tomim kādā vēl neaizņemtā rūtiņā saskaņā ar šādiem noteikumiem: pirmo torni viņš drīkst novietot patvaļīgā rūtiņā pēc savas izvēles, bet katru nākošo torni jānovieto tādā rūtiņā, kur to uzlikšanas brīdī apdraud nepāra skaits jau novietoto (divi torņi apdraud viens otru, ja tie abi atrodas vienā horizontālē vai vienā vertikālē un starp tiem nav citu torņu).

Kādu lielāko torņu daudzumu Andrim var izdoties novietot?