# MMU pārbaudes darba uzdevumi

(Algebras prasmes skaitļu teorijā, Kalvis Apsītis, 2017.gada. 2.decembrī.)

**1. Uzdevums (skaitļu teorijas jēdzienu izteikšana algebriski)**

Tabulas kreisajā kolonnā ir dažādu skaitļu kopu apraksti (Kopas apzīmētas ar burtiem ). Katrai no algebriskajām formulām labajā pusē, kas satur naturālus mainīgos ( un ) atrast atbilstošās kopas apzīmējumu.

**Atbilde:** Tukšajos lodziņos jāraksta burti no līdz – kopas, kas atbilst algebras formulām.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| = Visi -ciparu skaitļi, kur ciparu grupa divreiz atkārtojas | **D** | ; |
| = Skaitļi, kam pēdējais cipars ir | **C** | ; |
| = Visi skaitļa pozitīvie dalītāji | **B** | ; |
| = Naturāli skaitļi, savstarpēji pirmskaitļi ar | **F** | ; |
| = pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu summa | **A** | ; |
| = Skaitļi, kam nav nepāru dalītāju, izņemot | **E** | . |

**2. Uzdevums (dalāmības pazīmes)**

Kāds ir lielākais kopīgais dalītājs visiem -ciparu palindromiem? (Par palindromiem sauc skaitļus, kurus vienādi lasa no abiem galiem, piemēram “”).

**Atbilde:** 11 (ierakstīt naturālu skaitli).

*Palindromiem 1001 un 1111 LKD ir 11. Visiem citiem arī būs, jo dalās ar 11.*  
**3. Uzdevums (dalīšana reizinātājos)**

Dots: . Atrast reizinājumu ? 14 (ierakstīt skaitli).

Cik dažādas vērtības var pieņemt , ja un ir veseli skaitļi? 8 (ierakstīt skaitli).

*Tātad var pieņemt kādu no vērtībām* .  
  
**4. Uzdevums (algebriskas identitātes u.c.)**Pēterītis sadalīja reizinātājos izteiksmi:

Paskatoties uz šo sadalījumu reizinātājos, izdomājiet, ar kādu lielāko skaitļa pakāpi dalās izteiksme .   
**Atbilde:**  4 (t.i. dalās ar , bet nedalās ar ).

*Atlikumi, dalot ar 25 abās iekavās nemainīsies, ja aizstāsim ar . Iegūsim:*

*.*

**5. Uzdevums (Dirihlē princips skaitļu atlikumiem)**

Tabuliņā apkopoti skaitļu kvadrātu, kubu un ceturto pakāpju atlikumi, dalot ar .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | atl., dalot ar 5 | atl., dalot ar 5 | atl., dalot ar 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 3 | 1 |
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 1 |

Miķelītim ir lapiņas, uz katras uzrakstīta kaut kāda naturāla skaitļa -tā pakāpe. Kādam mazākajam vienmēr varēs atrast divas tādas lapiņas, uz kurām uzrakstīto -to pakāpju starpība vienmēr dalītos ar ? **Atbilde:** Katram ierakstīt rūtiņā mazāko .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 |
|  | 4 | 6 | 3 |

*Pilni kvadrāti dod 3 dažādus atlikumus, dalot ar 5, tādēļ pietiek N=4 lapiņas, lai divi no tiem sakristu.*

*Pilni kubi dod 5 dažādus atlikumus, dalot ar 5, tādēļ N=6.*

*Pilnas ceturtās pakāpes dod 2 dažādus atlikumus, dalot ar 5, tādēļ N=3.*

**6. Uzdevums (“Līdzsvaroti” punkti uz parabolas)**Uz parabolas novietoti punkti , kur veido aritmētisku progresiju. Četri no tiem nokrāsoti melni, otri četri – balti ar šādiem 2 nosacījumiem

1. Katram baltajam punktam simetriski pretī stāvošais ir melns;
2. Balto punktu un melno punktu -koordināšu summas ir vienādas.

Ierakstīt, kurus punktus var krāsot baltus tā, lai izpildītos nosacījumi (A) un (B). (Starp citu, šajā situācijā var pamatot, ka arī y-koordināšu summas baltajiem un melnajiem punktiem sakrīt.)

**Atbilde:** Katrā rūtiņā ierakstīt “balts” vai “melns”. Pietiek atrast vienu veidu, kā to izdarīt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Balts** | **Melns** | **Melns** | **Balts** | **Melns** | **Balts** | **Balts** | **Melns** |

– *visu balto punktu koordināšu summa.*

– *visu melno punktu koordināšu summa.*

**7. Uzdevums (Pilnu kvadrātu saskaitīšana un atņemšana)**

Izteiksmē   
ierakstīt katram saskaitāmajam priekšā plus vai mīnus zīmi tā, iegūtās izteiksmes vērtība būtu 0. Var izmantot rezultātu no iepriekšējā uzdevuma.   
**Atbilde:** Katrā lodziņā ierakstīt “+” vai “-“. Pietiek atrast vienu veidu, kā to izdarīt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Pirms | Pirms | Pirms | Pirms | Pirms | Pirms | Pirms | Pirms |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

*Pārbauda ar ievietošanu. Var arī katru pilno kvadrātu izteikt kā , atver iekavas un pārliecinās, ka viss noīsinās. Šeit ir visu skaitļu aritmētiskais vidējais (var būt arī jebkurš cits skaitlis, ja vien zīmes pirms kvadrātiem ir tādas pašas kā tabuliņā).*