

Numerik Boxen

Florian Lubitz & Steffen Hecht

28. März 2018

1 1

11

$$v + 134 = 16$$

12

$$f_{rd}(r) := \delta_r := rd(r) - r$$

13

$$f_{rel} := \epsilon_r := \frac{\delta_r}{r} = \frac{rd(r) - r}{r} \quad \text{für } r \neq 0$$

16

$$|\delta_r| \leq 2^{e-t} \quad \text{und} \quad |\epsilon_r| \leq 2^{-t}$$

17

$$\epsilon = 2^{-t}$$

18

...die entsprechenden Maschinenoperationen, d.h. die Anwendung der jeweiligen Operation auf Zahlen im normierten Gleitpunktzahlenformat nach Def. 1.2

19

I) Verknüpfung der Maschinenzahlen mit höherer (ausreichend hoher) Genauigkeit

II) Runden des Ergebnisses auf eine Maschinenzahl

20

$$r \circ_M s := rd(r \circ s)$$

21

$$\begin{aligned} r +_M s &= (1, 11)_2 \cdot 2^0 +_M (1, 10)_2 \cdot 2^2 = (111)_2 \cdot 2^{-2} + (1, 10)_2 \cdot 2^{-2} \\ &= (1000, 10)_2 \cdot 2^{-2} \\ &= (100010)_2 \cdot 2^1 \\ &= (1, 00)_2 \cdot 2^1 = (2)_{10} \end{aligned}$$

wohingegen das exakte Ergebnis $r + s = \frac{7}{4} + \frac{3}{8} = \frac{17}{8}$ ist.

Der absolute Rundungsfehler

$$f_{rd} = (r +_M s) - (r + s) = 2 - \frac{1}{8}$$

und der relative Rundungsfehler

$$|f_{rel}| = \left| \frac{(r +_M s) - (r + s)}{r + s} \right| = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{17}{8}} = \frac{1}{17} = 0,0588... \approx$$

Das ist relativ gut, denn der maximale Rundungsfehler bei einer 3-stelligen Mantisse ist $\epsilon = 2^{-3} =$

23

$$r \circ_M s = rd(r \circ s) = (r \circ s) \cdot (1 + \epsilon_0)$$

wobei der relative Fehler ϵ_0 der Gleitpunktoperation wegen Def. 1.10 stets durch die Maschinengenauigkeit beschränkt ist,

$$\epsilon_0 := \frac{(r \circ_M s) - (r \circ s)}{r \circ s} = \frac{rd(r \circ s) - (r \circ s)}{r \circ s} \leq \epsilon$$

24