

Signale und Systeme Boxen

Florian Lubitz & Steffen Hecht

4. April 2018

1 Motivation, Wiederholung und Überblick

a

6

$$u_1(t) = 15 \text{ V} \sin(\pi t + \pi/3) + 60 \text{ V} \sin(10\pi t + \pi/3) = 0,5x(t) + 2y(t)$$

und damit $a = 0,5, b = 2$ und

$$u_2(t) := \mathcal{H}\{u_1(t)\} = \mathcal{H}\{0,5x(t) + 2y(t)\} \stackrel{??}{=}$$

2 Diskrete Signale

11

$$\begin{aligned}
 (b) \quad x[-k] &= \begin{cases} -\frac{1}{k}, & k \neq 0 \\ 0, & k = 0 \end{cases} \\
 (c) \quad x[k + k_0] &= x[k + 3] = \begin{cases} \frac{1}{k+3}, & k \neq -3 \\ 0, & k = -3 \end{cases} \\
 (d) \quad x[k - k_0] &= x[k - 3] = \begin{cases} \frac{1}{k-3}, & k \neq 3 \\ 0, & k = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

12

$$\begin{aligned}
 x[k_0 - k] &= x[-(k - k_0)] \\
 &= x[(-k) + k_0]
 \end{aligned}$$

13

$$\text{mit } x[k_0 - k] = x[3 - k] = \begin{cases} \frac{1}{3-k}, & k \neq 3 \\ 0, & k = 3 \end{cases}$$

14

- $x[k]$ heißt gerades Signal, falls $x[k] = x[-k] \forall k \in \mathbb{Z}$ gilt.
- $x[k]$ heißt ungerades Signal, falls $x[k] = -x[-k] \forall k \in \mathbb{Z}$ gilt.

15

$$x[-k] = \begin{cases} -\frac{1}{k}, & k \neq 0 \\ 0, & k = 0 \end{cases} = \begin{cases} -\frac{1}{k}, & k \neq 0 \\ 0, & k = 0 \end{cases} = -x[k]$$

16

$$y[-k] = \begin{cases} \frac{1}{(-k)^2}, k \neq 0 \\ 0, k = 0 \end{cases} = \begin{cases} -\frac{1}{k^2}, k \neq 0 \\ 0, k = 0 \end{cases} = y[k]$$

17

- $x[k]$ heißt kausales Signal, falls gilt: $x[k] = 0 \forall k < 0$
- $x[k]$ heißt nicht-kausales Signal, falls gilt $\exists k < 0 : x[k] \neq 0$
- $x[k]$ heißt anti-kausales Signal, falls $x[-k-1]$ kausal ist, d.h. falls gilt: $x[k] = 0 \forall k \leq 0$

18

- $x[k]$ ist nicht-kausal
- $u[k]$ ist kausal
- $v[k]$ ist anti-kausal

19

$$\delta[k] := \begin{cases} 1, k = 0 \\ 0, k \neq 0 \end{cases}$$

20

$$\epsilon[k] := \begin{cases} 1, k \geq 0 \\ 0, k < 0 \end{cases}$$

21

$$\delta[k - k_0] = \begin{cases} 1, k = k_0 \\ 0, k \neq k_0 \end{cases}$$

bzw.

$$\delta[k + k_0] = \begin{cases} 1, k \neq -k_0 \\ 0, k = -k_0 \end{cases}$$

22

$$\begin{aligned}
 x[k] \cdot \delta[k-i] &= \begin{cases} x[i], k=i \\ 0, k \neq i \end{cases} \\
 &= x[i] \cdot \delta[k-i]
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Siebeigenschaft

23

$$x[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i] \cdot \delta[k-i] \quad \text{für alle } k \in \mathbb{Z}$$

24

$$x[k] = \sum_{i=-K}^K x[i] \cdot \delta[k-i]$$

25

$$\begin{aligned}
 u[k] &= \delta[k+2] + \delta[k+1] + \delta[k] + \delta[k-1] \\
 v[k] &= 2 \cdot \delta[k+3] + \delta[k+1] - \delta[k-1] - 2 \cdot \delta[k-3]
 \end{aligned}$$

26

$$\text{sgn}[k] := \epsilon[k] - \epsilon[-k] = \begin{cases} 1, k > 0 \\ 0, k = 0 \\ -1, k < 0 \end{cases}$$

27

$$\text{III}[k] := \epsilon[k] + \epsilon[-k-1] = 1 \text{ für alle } k \in \mathbb{Z}$$

28

$$\text{rect}_{k_1, k_2}[k] := \epsilon[k-k_1] - \epsilon[k-k_2-1] = \begin{cases} 1, k_1 \leq k \leq k_2 \end{cases}$$

29

$$x[k] = q^k \cdot \epsilon[k]$$

30

$$x[k] : 0, \dots, 0, x[0] = 1, x[1] = -0.7, x[2] = 0.49, x[3] = 0.343, \dots$$

31

$$x[k] : 0, \dots, 0, x[0] = 1, x[1] = -0.8, x[2] = 0.64, x[3] = -0.512, \dots$$

32

$$\begin{aligned} x[k] + y[k] &: x[-\infty] + y[-\infty] \dots, x[0] + y[0], x[1] + y[1], \dots, x[\infty] + y[\infty] \\ x[k] \cdot y[k] &: x[-\infty] \cdot y[-\infty] \dots, x[0] \cdot y[0], x[1] \cdot y[1], \dots, x[\infty] \cdot y[\infty] \\ c \cdot x[k] &: c \cdot x[-\infty] \dots, c \cdot x[0], c \cdot x[1], \dots, c \cdot x[\infty] \end{aligned}$$

33

$$S_{k_1, k_2} := \{ \vec{x} \in S \mid x[k] = 0 \forall k < k_1 \text{ oder } k > k_2 \}$$

34

$$\begin{aligned} \vec{x} &= (0 \quad 3 \quad 2 \quad 5 \quad 0 \quad 0) \\ \vec{y} &= (0 \quad 0 \quad 2 \quad -3 \quad 0 \quad 2) \\ \vec{x} + \vec{y} &= (0 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \quad 0 \quad 2) \\ \vec{x} - \vec{y} &= (0 \quad 3 \quad 0 \quad 8 \quad 0 \quad -2) \\ \vec{x} \cdot \vec{y} &= (0 \quad 0 \quad 4 \quad -15 \quad 0 \quad 0) \\ c + \vec{x} &= (0 \quad 15 \quad 10 \quad 25 \quad 0 \quad 0) \end{aligned}$$

42

$$x[k] * y[k] \in \mathbf{S}_{a+c, b+d} \quad \text{und hat Länge} \quad n + m - 1.$$

43

Inhalt...