Signale und Systeme Boxen

Florian Lubitz & Steffen Hecht

24. Oktober 2018

301

$$\text{a) } H_1(s) = \frac{3s}{s^2-9} = \frac{3s}{(s+3)(s-3)} \text{ mit Nullstellen: } \kappa_1 = 0$$

und Polstellen: $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = -3 \Rightarrow$ Instabil wegen $Re(\lambda_1) = 3 > 0$

$$\text{b) Aus MNF folgt } \lambda_1 1, 2 = \frac{-5 \pm 1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = -3, \lambda_2 = -2$$

Damit $H_2(s) = \dfrac{2(s-3)}{(s+3)(s+2)}$ NS: $\kappa_1 = 3 \Rightarrow$ Stabil, denn $Re(\lambda_i) < 0$ für $i = 1, 2$

c) $H_3(s) = 2(s-4)$ NS: $\kappa_1 = 4,$ PS: $\lambda_1 = 2j, \lambda_2 = 2j, \lambda_3 = 2$

$\Rightarrow$ Grenzstabil, da $Re(\lambda_i) \leq 0$ aber $Re(\lambda_1) = Re(\lambda_2) = 0$ und keine doppelte PS

302

Zeichnung

303

$a_i > 0$ für alle $i = 1, 2, 3, ..., N$

304

$$a_i = \sum_{k_1,\dots,k_{N-i}} \alpha_{k_1} \cdot \alpha_{k_2} \cdot \dots \cdot \alpha_{k_{N-i}}$$

305

Für das Nennerpolynom $a(s) = 4s^3 + 3s^2 - 2s + 1$ ist das Sytem instabil,
da der Koeffizient $a_1 = -2 < 0$

Für den Nenner$a(s) = 4s^3 + 3s^2 + 2s + 1$ könnte das System stabil sein.
Es sind aber noch weitere Tests notwendig.

310

$$y(t) = H(\alpha) \cdot e^{\alpha t}$$

311

$$y(t) = h(t) * x(t) = h(t) * e^{\alpha t} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{\alpha(t-\tau)} d\tau = e^{\alpha t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-\alpha\tau} d\tau$$
$$= e^{\alpha t} \int_{-\infty}^{\infty} h(t') e^{-st'} dt' |_{s=\alpha}^{-\infty} = e^{\alpha t} \cdot H(\alpha)$$

312

$$\mathcal{H}\{X_{\mathbb{F}}(f) e^{j2\pi ft}\} = H_{\mathcal{F}}(f) \cdot X_{\mathcal{F}}(f) e^{j2\pi ft}$$

313

$$y(t) = \mathcal{H}\{\int_{-\infty}^{\infty} X_{\mathcal{F}}(f) e^{j2\pi ft} df\} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}\{X_{\mathcal{F}}(f) e^{j2\pi ft} df\} = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\mathcal{F}}(f) \cdot X_{\mathcal{F}} e^{j2\pi ft} df$$

314

$$X_{\mathcal{F}}(f) \cdot e^{j2\pi ft} = |X_{\mathcal{F}}| \cdot e^{j\sphericalangle X_f(f)} \cdot e^{j2\pi ft} = |X_{\mathcal{F}}| \cdot e^{j(2\pi ft + \sphericalangle X_f(f))}$$
$$H_{\mathcal{F}}(f) = \left| H_{\mathcal{F}}(f) \cdot e^{j\sphericalangle H_{\mathcal{F}}(f)} \right|$$
$$Y_{\mathcal{F}}(f) \cdot e^{j2\pi ft} = H_{\mathcal{F}}(f) \cdot X_{\mathcal{F}}(f) \cdot e^{j2\pi ft} = |H_{\mathcal{F}}(f)| \cdot |X_{\mathcal{F}}(f)| \cdot e^{j(2\pi ft + \sphericalangle X_{\mathcal{F}}(f) + \sphericalangle H_{\mathcal{F}}(f))}$$

315

$$H_{\mathcal{F}}(f) = H(s)|_{s=j2\pi f}$$

316

$$|H_{\mathcal{F}}(f)| = \sqrt{(ReH_{\mathcal{F}}(f))^2 + (ImH_{\mathcal{F}}(f))^2}$$

317

$$\phi(f) := \sphericalangle H_{\mathcal{F}}(f) = \widetilde{\mathrm{sgn}}(ImH_{\mathcal{F}}(f)) \cdot \arccos \frac{ReH_{\mathcal{F}}(f)}{|H_{\mathcal{F}}(f)|}$$

318

$$H(f) = H(s)|_{s=j2\pi f} = \frac{K_p}{1 + j2\pi Tf} = \frac{K_p}{1 + j\frac{f}{f_g}} \text{ mit } f_g := \frac{1}{2\pi T}$$

319

$$|H(f)| = \left|\frac{K_p}{1 + j\frac{f}{f_g}}\right| = \frac{|K_p|}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_g})^2}}$$

320

$$H(f) = \frac{K_p \cdot (1 - j\frac{f}{f_g})}{(1 + j\frac{f}{f_g}) \cdot (1 - j\frac{f}{f_g})} = \frac{K_p}{1 + (\frac{f}{f_g})^2} \cdot \left(1 - j\frac{f}{f_g}\right)$$

321

$$\phi(f) = \sphericalangle H(f) = \arctan(\frac{ImH(f)}{ReH(f)}) = \arctan\frac{-\frac{f}{f_g}}{1} = -\arctan(\frac{f}{f_g})$$

322

f	0	f_g	∞
$\lvert H(f)\rvert$	K_p	$\frac{K_p}{\sqrt{2}}$	0
$\sphericalangle H(f)$	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

Todo list