5.4-24 I en luftbehandlingsanläggning avser man att bereda $\dot{V} = 11\ 250 \text{m}^3/\text{h}$ luft med relativ fuktighet $\varphi_m = 0.4$ och $t_m = 21^\circ\text{C}$. För att uppnå detta blandas uteluft av $t_o = 0^\circ\text{C}$ och $\varphi_o = 0.7$ med frånluft av $t_2 = 24^\circ\text{C}$ och $\varphi_2 = 0.5$. Barometerståndet är 1013 mbar. Beräkna a) den temperatur till vilken uteluften måste värmas för att blandningstilståndet skall kunna uppnås; b) förhållandet mellan volym-
flöden av uteluft och frånluft; c) den för uteluftens uppvärmning erforderliga värmeeffekten

Givet	*Sökt*
$\dot{V}_m = 11\ 250 \text{m}^3/\text{h}$	t'_o
$\varphi_m = 0.4$	Δi_o
$t_m = 21^\circ\text{C}$	$\dot{V}_o/\dot{V}_2$
$t_o = 0^\circ\text{C}$	
$\varphi_o = 0.7$	
$t_2 = 24^\circ\text{C}$	
$\varphi_2 = 0.5$	
p $= 1.013$ bar	

Blandningsflödet $\dot{V}_m$ är givet, vilket enligt allmänna gaslagen är

$$\dot{V}_m = \frac{\dot{m}_m \cdot R_m \cdot T_m}{p} \tag{1}$$

Blandningsluften är fuktig så därför beståmassflödet $\dot{m}_m$ av massflödet torrluft och vatten.

$$\begin{aligned} \dot{m}_m &= \dot{m}_{mL} + \dot{m}_{m\text{H}_2\text{O}} \\ &= \dot{m}_{mL} + x_m \cdot \dot{m}_{mL} \end{aligned} \tag{2}$$

Blandningsluften torra luftföde respektive dess vatteninnehåll kommer från frånluften och tillluften

$$m_{mL} = m_{oL} + m_{2L} \tag{3}$$

$$m_{m\text{H}_2\text{O}} = m_{o\text{H}_2\text{O}} + m_{2\text{H}_2\text{O}} \tag{4}$$

Enligt teorin för blandning så måste punkterna för blandningsluften, till-luften och frånluften ligga på en rät linje i Mollier-diagrammet. Uteluften måste ges energitillskottet Δi_o sådant att temperaturen t'_o uppnås. Proportionerna frånluft och tilluft bestämmer även vattenmängden x_m kg H_2Oper kg torrluft.

$$i_m = \frac{m_{oL} \cdot i'_o + m_{2L} \cdot i_2}{m_{oL} + m_{2L}} \tag{5}$$

$$x_m = \frac{m_{oL} \cdot x_o + m_{2L} \cdot x_2}{m_{oL} + m_{2L}} \tag{6}$$

För att kunna beräkna t'_o och i'_o numeriskt så måste vi lösa ut i'_o ur (5) men med m_{oL} och m_{2L} i uttryckt något som givits ur problemformuleringen. Vi kan dock inte lösa ut $\dot{m}_m$ ur (1) därfr att vi inte känner R_m som beror blir olika beroende på proportionerna torrluft och vatten i blandningen. Vi har dock en graf över densiteten på sid. 455 och det måste gälla att

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\dot{m}}{\dot{V}} = \frac{\dot{m}_m}{\dot{V}_m} = \frac{\dot{m}_{m\text{H}_2\text{O}} + \dot{m}_{mL}}{\dot{V}_m} \tag{7}$$

så ett delmål måste vara att uttrycka m_{oL} och m_{2L} som funktion av m_m

Vi bör kunna skriva om uttrycket för x_m utan att behöva skriva $\dot{x}_m$ därför att dess proportioner måste vara en konstant.

$$x_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \tag{8}$$

$$(\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) \cdot x_m = \dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2$$

Samlar ihop $\dot{m}_{oL}$ på vänster sida och $\dot{m}_{2L}$ på höger

$$\dot{m}_{oL} \cdot x_m - \dot{m}_{oL} \cdot x_o = \dot{m}_{2L} \cdot x_2 - \dot{m}_{2L}) \cdot x_m$$

$$\dot{m}_{oL} \cdot (x_m - x_o) = \dot{m}_{2L} \cdot (x_2 - x_m)$$

$$\dot{m}_{oL} = \dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \tag{9}$$

Vi har en relation mellan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ i (8) men vi behöver uttrycka båda dessa i något som givits ur problemställningen. Volymflödet per tidsenhet $\dot{V}_m$ har givits som vi kan relatera till massflödet $\dot{m}_m$. $\dot{m}_m$ har givits indirekt genom (1).

Vi löser ut m_{mL} ur (2) och substituerar i (3)

$$\frac{\dot{m}_m}{(1 + x_m)} = \dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}$$

$$\dot{m}_m = (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) \cdot (1 + x_m)$$

Vi använder (8) för att få bort $\dot{m}_{oL}$ och kommer då få en relation mellan $\dot{m}_m$ och $\dot{m}_{2L}$. Använder vi sedan (8) så får vi ocks en relation mellan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_m$ och har då fåt vad vi var ute efter, nämligen att uttrycka $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ i något bekant.

$$\dot{m}_m = \left(\dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + \dot{m}_{2L}\right) \cdot (1 + x_m)$$

$$\dot{m}_m = \dot{m}_{2L} \cdot \left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m) \tag{10}$$

Nu kan vi vända på (10) lösa ut $\dot{m}_{2L}$

$$\dot{m}_{2L} = \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \tag{11}$$

Vi använder nu (8) på (11)

$$\dot{m}_{oL} = \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \cdot \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \tag{12}$$

Grafen p sid. 455 ger att densiteten ρ för den fuktiga luften är ca 1.2kg/m^3

$$\dot{m}_m = \rho \cdot \dot{V}_m = 1.2 \cdot \frac{11250}{3600} = 3.75 \text{kg/m}^3 \tag{13}$$

Härifrån är det en enkel sak att få numeriska värden på x_o, x_2 och x_m som behövs för att få siffror på m_{oL} och m_{2L} som behövs för att få en siffra på i'_o och slutligen temperaturen t'_o. Detta görs med ekv. (5.4.4 – 6a) på sid. 455.

$$\begin{aligned} x_o &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_o \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(0^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_o \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(0^\circ\mathrm{C})} \\ x_o &= 0.621 \cdot \frac{0.7 \cdot 0.006107}{1.013 - 0.7 \cdot 0.006107} \\ x_o &= 0.0026318 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_2 \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(24^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_2 \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(24^\circ\mathrm{C})} \\ x_2 &= 0.621 \cdot \frac{0.5 \cdot 0.029824}{1.013 - 0.5 \cdot 0.02984} \\ x_2 &= 0.0092781 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} x_m &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_m \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(21^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_m \cdot p_{\mathrm{H_2O}}"(21^\circ\mathrm{C})} \\ x_m &= 0.621 \cdot \frac{0.4 \cdot 0.024855}{1.013 - 0.4 \cdot 0.024855} \\ x_m &= 0.0061552 \end{aligned} \tag{15}$$

Nu kan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{oL}$ beräknas

$$\begin{aligned} \dot{m}_{2L} &= \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \qquad (11) \\ &= \frac{3.75}{\left(\frac{0.0092781 - 0.0061552}{0.0061552 - 0.0026318} + 1\right) \cdot (1 + 0.0061552)} \\ &= 1.9758 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{oL} &= \dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \qquad (8) \\ &= 1.9758 \cdot \frac{0.0092781 - 0.0061552}{0.0061552 - 0.0026318} \\ &= 1.7512 \end{aligned}$$

Eftersom (5) är en relatio innehllandes kvoter av massor så måste samma likhet gälla om kvoterna är uttrycks som kvoter mellan massflöden om dessa inte varierar med tiden. Masskvoterna i höger-ledet av (5) måste ju gälla för alla tidpunkter. Följ-ande måste därför också vara sant

$$i_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot i'_o + \dot{m}_{2L} \cdot i_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \tag{14}$$

Vi beräknar först i_m och i_2 enligt ekv. 5.4.4 – 9 i boken för att sedan lösa ut i'_o som därefter kommer ge oss t'_o med hjälp av samma formel

$$\begin{aligned} i_m &= t + x_m \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_m) \\ &= 21 + 0.0061552 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 21) \\ &= 36.628 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= t + x_2 \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_2) \\ &= 24 + 0.0092781 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 24) \\ &= 47.609 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned}$$

Nu kan i'_o lösas ut. Multiplcera (14) med nämnaren och subtrahera $\dot{m}_{2L} \cdot i_2$

$$i_m \cdot (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) - \dot{m}_{2L} \cdot i_2 = \dot{m}_{oL} \cdot i'_o$$

$$\begin{aligned} i'_o &= \frac{i_m \cdot (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) - \dot{m}_{2L} \cdot i_2}{\dot{m}_{oL}} \\ &= \frac{36.628 \cdot (1.7512 + 1.9758) - 1.9758 \cdot 47.609}{1.7512} \\ &= 24.239 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned}$$

Vi vänder på ekvation ekv. 5.4.4 – 9 i boken för att sedan lösa ut t'_o.

$$\begin{aligned} i'_o &= t'_o + x_o \cdot (2500 + 1.86 \cdot t'_o) \\ i'_o - x_o \cdot 2500 &= t'_o + x_o \cdot 1.86 \cdot t'_o \\ t'_o &= \frac{i'_o - x_o \cdot 2500}{1 + x_o \cdot 1.86} \\ &= \frac{24.239 - 0.0026318 \cdot 2500}{1 + 0.0026318 \cdot 1.86} \\ &= 17.573^\circ\mathrm{C} \end{aligned}$$

Svaret på fråga a) är 17.573°C. Fråga c) avseende den erfoderliga värmeeffekten fås som skillnaden mellan i'_o och i_o multiplicerat med torrluftsflödet $\dot{m}_{oL}$. Vi behöver räkna ut i_o

$$\begin{aligned} i_o &= t_o + x_o \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_o) \\ &= 0 + 0.0026318 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 0) \\ &= 6.5795 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{m}_{oL} \cdot (i'_o - i_o) \\ &= 1.7512 \cdot (24.239 - 6.5795) \\ &= 30.925 \text{ kW} \end{aligned}$$

Avseende att beräkna förhållandet mellan volymflöden av uteluft och frånluft så handlar detta endast om att teckna allmnna gaslagen för den torra uteluften och den den torra frånluft