5.4-24 I en luftbehandlingsanläggning avser man att bereda $\dot{V} = 11\ 250 \mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ luft med relativ fuktighet $\varphi_m = 0.4$ och $t_m = 21^{\circ}\mathrm{C}$. För att uppnå detta blandas uteluft av $t_o = 0^{\circ}\mathrm{C}$ och $\varphi_o = 0.7$ med frånluft av $t_2 = 24^{\circ}\mathrm{C}$ och $\varphi_2 = 0.5$. Barometerståndet är 1013 mbar. Beräkna a) den temperatur till vilken uteluften måste värmas för att blandningstilståndet skall kunna uppnås; b) förhållandet mellan volym-
flöden av uteluft och frånluft; c) den för uteluftens uppvärmning erforderliga värmeeffekten

Givet	*Sökt*
$\dot{V}_m = 11\ 250 \mathrm{m}^3/\mathrm{h}$	t'_o
$\varphi_m = 0.4$	Δi_o
$t_m = 21^{\circ}\mathrm{C}$	$\dot{V}_o/\dot{V}_2$
$t_o = 0^{\circ}\mathrm{C}$	
$\varphi_o = 0.7$	
$t_2 = 24^{\circ}\mathrm{C}$	
$\varphi_2 = 0.5$	
p $= 1.013$ bar	

Blandningsflödet $\dot{V}_m$ är givet, vilket enligt allmänna gaslagen är

$$\dot{V}_m = \frac{\dot{m}_m \cdot R_m \cdot T_m}{p} \tag{1}$$

Blandningsluften är fuktig och därför består massflödet $\dot{m}_m$ av massflöde torrluft och massflöde vatten.

$$\begin{aligned} \dot{m}_m &= \dot{m}_{mL} + \dot{m}_{m\mathrm{H_2O}} \\ &= \dot{m}_{mL} + x_m \cdot \dot{m}_{mL} \\ &= \dot{m}_{mL} \cdot (1 + x_m) \end{aligned} \tag{2}$$

Blandningsluften torra luftföde samt dess ångflöde kommer från summan av respektive delar av tilluften och frånluften

$$m_{mL} = m_{oL} + m_{2L} \tag{3}$$

$$m_{m\mathrm{H_2O}} = m_{o\mathrm{H_2O}} + m_{2\mathrm{H_2O}} \tag{4}$$

Enligt teorin för blandning så måste tillstånden för blandningsluften, tilluften och frånluften ligga på en rät linje i Mollier-diagrammet. Uteluften måste därför ges energitillskottet Δi_o sådant att temperaturen t'_o uppnås och en sammanbindnande rät linje kan dras i Mollierdiagrammet. Enligt boken måste följande gälla:

$$i_m = \frac{m_{oL} \cdot i'_o + m_{2L} \cdot i_2}{m_{oL} + m_{2L}} \tag{5}$$

$$x_m = \frac{m_{oL} \cdot x_o + m_{2L} \cdot x_2}{m_{oL} + m_{2L}} \tag{6}$$

För att kunna beräkna t'_o och i'_o numeriskt så måste vi lösa ut i'_o ur (5) men med m_{oL} och m_{2L} i uttryckt något som givits ur problemformuleringen. Vi kan dock inte lösa ut $\dot{m}_m$ ur allmänna gaslagen (1) därför att vi inte känner R_m som blir olika beroende på proportionerna torrluft och vattenånga. Vi har dock en graf över densiteten för fuktig luft på sid. 455 och det måste gälla att

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\dot{m}}{\dot{V}} = \frac{\dot{m}_m}{\dot{V}_m} = \frac{\dot{m}_{m\mathrm{H_2O}} + \dot{m}_{mL}}{\dot{V}_m} \tag{7}$$

så ett delmål måste vara att uttrycka $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ som funktion av $\dot{m}_m$

Vi bör kunna skriva om uttrycket för x_m utan att behöva skriva $\dot{x}_m$ därför att proportionerna frånluft och tilluft måste vara konstanter.

$$x_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \tag{8}$$

$$(\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) \cdot x_m = \dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2$$

Samlar ihop $\dot{m}_{oL}$ på vänster sida och $\dot{m}_{2L}$ på höger

$$\dot{m}_{oL} \cdot x_m - \dot{m}_{oL} \cdot x_o = \dot{m}_{2L} \cdot x_2 - \dot{m}_{2L} \cdot x_m$$

$$\dot{m}_{oL} \cdot (x_m - x_o) = \dot{m}_{2L} \cdot (x_2 - x_m)$$

$$\dot{m}_{oL} = \dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \tag{9}$$

Vi har en relation mellan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ i (9) men vi behöver uttrycka båda dessa i något som givits ur problemställningen. Volymflödet per tidsenhet $\dot{V}_m$ har givits som vi kan relatera till massflödet $\dot{m}_m$.

Vi tidsderiverar (3) och kan vända på (2) som vi också tidsderiverar.

$$\dot{m}_{mL} = \dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}$$

$$\frac{\dot{m}_m}{(1 + x_m)} = \dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}$$

$$\dot{m}_m = (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) \cdot (1 + x_m) \tag{10}$$

Vi använder (9) för att få bort $\dot{m}_{oL}$ från (10) och kommer då få en relation mellan $\dot{m}_m$ och $\dot{m}_{2L}$.

Använder vi sedan (9) igen så får vi ocks en relation mellan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_m$ och har då fått vad vi var ute efter, nämligen att uttrycka $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ i något bekant.

$$\dot{m}_m = \left(\dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + \dot{m}_{2L}\right) \cdot (1 + x_m)$$

$$\dot{m}_m = \dot{m}_{2L} \cdot \left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m) \tag{11}$$

Nu kan vi vända på (11) lösa ut $\dot{m}_{2L}$

$$\dot{m}_{2L} = \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \tag{12}$$

Vi använder nu (9) på (12)

$$\dot{m}_{oL} = \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \cdot \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \tag{13}$$

Grafen p sid. 455 ger att densiteten ρ för den fuktiga luften är ca 1.2kg/m^3

$$\dot{m}_m = \rho \cdot \dot{V}_m = 1.2 \cdot \frac{11250}{3600} = 3.75\text{kg/m}^3 \tag{14}$$

Härifrån är det en enkel sak att få numeriska värden på x_o, x_2 och x_m som behövs för att få siffror på $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{2L}$ som behövs för att få en siffra på i'_o och slutligen temperaturen t'_o. Detta görs med ekv. $(5.4.4 - 6a)$ på sid. 455.

$$\begin{aligned} x_o &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_o \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(0^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_o \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(0^\circ\mathrm{C})} \\ x_o &= 0.621 \cdot \frac{0.7 \cdot 0.006107}{1.013 - 0.7 \cdot 0.006107} \\ x_o &= 0.0026318 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_2 \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(24^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_2 \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(24^\circ\mathrm{C})} \\ x_2 &= 0.621 \cdot \frac{0.5 \cdot 0.029824}{1.013 - 0.5 \cdot 0.02984} \\ x_2 &= 0.0092781 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} x_m &= 0.621 \cdot \frac{\varphi_m \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(21^\circ\mathrm{C})}{p - \varphi_m \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(21^\circ\mathrm{C})} \\ x_m &= 0.621 \cdot \frac{0.4 \cdot 0.024855}{1.013 - 0.4 \cdot 0.024855} \\ x_m &= 0.0061552 \end{aligned} \tag{17}$$

Nu kan $\dot{m}_{oL}$ och $\dot{m}_{oL}$ beräknas

$$\dot{m}_{2L} = \frac{\dot{m}_m}{\left(\frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} + 1\right) \cdot (1 + x_m)} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3.75}{\left(\frac{0.0092781 - 0.0061552}{0.0061552 - 0.0026318} + 1\right) \cdot (1 + 0.0061552)} \\ &= 1.9758 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\dot{m}_{oL} = \dot{m}_{2L} \cdot \frac{x_2 - x_m}{x_m - x_o} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &= 1.9758 \cdot \frac{0.0092781 - 0.0061552}{0.0061552 - 0.0026318} \\ &= 1.7512 \end{aligned} \tag{19}$$

Vi har sagt att eftersom (5) och (6) är uttryck innehållandes kvoter mellan massor så måste samma likheter gälla om kvoterna är uttryckta som kvoter med massorna utbytta till massflöden om dessa inte varierar med tiden. Följande måste därför också vara sant

$$i_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot i'_o + \dot{m}_{2L} \cdot i_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \tag{20}$$

$$x_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \tag{21}$$

Vi beräknar först i_m och i_2 enligt ekv. $5.4.4 - 9$ i boken för att sedan lösa ut i'_o som därefter kommer ge oss t'_o med hjälp av samma formel

$$\begin{aligned} i_m &= t + x_m \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_m) \\ &= 21 + 0.0061552 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 21) \\ &= 36.628 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= t + x_2 \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_2) \\ &= 24 + 0.0092781 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 24) \\ &= 47.609 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned} \tag{23}$$

Nu kan i'_o lösas ut. Multiplcera (20) med dess nämnare och subtrahera $\dot{m}_{2L} \cdot i_2$

$$\begin{aligned} i_m \cdot (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) - \dot{m}_{2L} \cdot i_2 &= \dot{m}_{oL} \cdot i'_o \\ i'_o &= \frac{i_m \cdot (\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}) - \dot{m}_{2L} \cdot i_2}{\dot{m}_{oL}} \\ &= \frac{36.628 \cdot (1.7512 + 1.9758) - 1.9758 \cdot 47.609}{1.7512} \\ &= 24.239 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned} \tag{24}$$

Vi vänder på ekvation ekv. $5.4.4 - 9$ i boken för att sedan lösa ut t'_o.

$$\begin{aligned} i'_o &= t'_o + x_o \cdot (2500 + 1.86 \cdot t'_o) \\ i'_o - x_o \cdot 2500 &= t'_o + x_o \cdot 1.86 \cdot t'_o \\ t'_o &= \frac{i'_o - x_o \cdot 2500}{1 + x_o \cdot 1.86} \\ &= \frac{24.239 - 0.0026318 \cdot 2500}{1 + 0.0026318 \cdot 1.86} \\ &= 17.573^\circ\mathrm{C} \end{aligned} \tag{25}$$

Svaret på fråga a) är 17.573°C. Fråga c) avseende den erfoderliga värmeeffekten så fås denna som skillnaden mellan i'_o och i_o multiplicerat med torrluftsflödet $\dot{m}_{oL}$. Vi behöver alltså räkna ut i_o

$$\begin{aligned} i_o &= t_o + x_o \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_o) \\ &= 0 + 0.0026318 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 0) \\ &= 6.5795 \text{ kJ per kg torrluft} \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{m}_{oL} \cdot (i'_o - i_o) \\ &= 1.7512 \cdot (24.239 - 6.5795) \\ &= 30.925 \text{ kW} \end{aligned} \tag{27}$$

Avseende att beräkna förhållandet mellan volymflöden av uteluft och frånluft så gäller enligt allmänna gaslagen

$$p \cdot \dot{V}_o = m_o \cdot R_o \cdot T_o \tag{28}$$

$p = 1.013$ bar och R_o är den fuktiga luftens sammansatta gaskonstant. Lufttrycket p kan skrivas som summan av partialtrycken för den torra luften och partialtrycket för vattenångan.

$$\begin{aligned} p &= p_{oL} + p_{\mathrm{H_2O}} \\ &= p_{oL} + \varphi \cdot p''_{\mathrm{H_2O}} \end{aligned} \tag{29}$$

$p''_{\mathrm{H_2O}}$ är vattenångans mättningstryck vid den rådande temperaturen, med andra ord det tryck som skulle krävas om vatten skulle koka vid rådande temperatur. Följande gäller för den fuktiga tillluften enligt den allmänna gaslagen

$$\begin{aligned} p \cdot \dot{V}_o &= \dot{m}_o \cdot R_o \cdot T_o \\ (p_{oL} + p_{\mathrm{H_2O}}) \cdot \dot{V}_o &= (\dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} + \dot{m}_{o\mathrm{H_2O}} \cdot R_{o\mathrm{H_2O}}) \cdot T_o \end{aligned} \tag{30}$$

R_o identifieras genom att multiplicera och dividera med $\dot{m}_o$. Vi behöver faktiskt inte beräkna sammansatta R för frånluften och tilluften för att kunna beräkna kvoten mellan tillluftens och frånluftens volymflöden men vi gör det ändå.

$$\begin{aligned} R_o &= \frac{(\dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} + \dot{m}_{o\mathrm{H_2O}} \cdot R_{o\mathrm{H_2O}})}{\dot{m}_o} \\ &= \frac{\dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} + x_o \cdot \dot{m}_{oL} \cdot R_{o\mathrm{H_2O}}}{\dot{m}_{oL} + x_o \cdot \dot{m}_{oL}} \\ &= \frac{1.7512 \cdot 287 + 0.0026318 \cdot 1.7512 \cdot 462}{1.7512 + 0.0026318 \cdot 1.7512} \\ &= 287.46 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \end{aligned} \tag{31}$$

På samma sätt kan R_2 för frånluften beräknas

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{(\dot{m}_{2L} \cdot R_{2L} + \dot{m}_{2\mathrm{H_2O}} \cdot R_{2\mathrm{H_2O}})}{\dot{m}_2} \\ &= \frac{\dot{m}_{2L} \cdot R_{2L} + x_2 \cdot \dot{m}_{2L} \cdot R_{2\mathrm{H_2O}}}{\dot{m}_{2L} + x_2 \cdot \dot{m}_{2L}} \\ &= \frac{1.9758 \cdot 287 + 0.0092781 \cdot 1.9758 \cdot 462}{1.9758 + 0.0092781 \cdot 1.9758} \\ &= 288.61 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \end{aligned} \tag{32}$$

För att beräkna kvoten mellan flödena använder vi partialtrycken för torrluften och allmänna gaslagen

$$p_{oL} \cdot \dot{V}_o = \dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} \cdot T_o \tag{33}$$

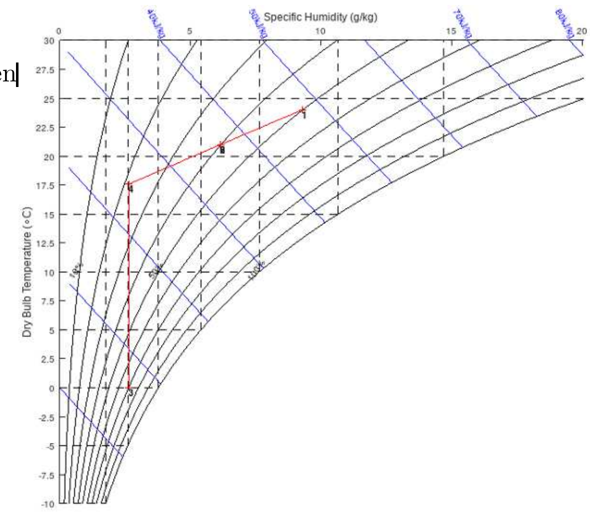
$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= \frac{\dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} \cdot T_o}{p_{oL}} \\ &= \frac{\dot{m}_{oL} \cdot R_{oL} \cdot T_o}{p - \varphi_o \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(0^{\mathrm{o}}\mathrm{C})} \\ &= \frac{1.7512 \cdot 287 \cdot (0 + 273)}{1.013 \cdot 10^5 - 0.7 \cdot 0.006107 \cdot 10^5} \end{aligned} \tag{34}$$

$$p_{2L} \cdot \dot{V}_2 = \dot{m}_{2L} \cdot R_{2L} \cdot T_2 \tag{35}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{\dot{m}_{2L} \cdot R_{2L} \cdot T_2}{p_{oL}} \\ &= \frac{\dot{m}_{2L} \cdot R_{2L} \cdot T_2}{p - \varphi_2 \cdot p''_{\mathrm{H_2O}}(24^{\mathrm{o}}\mathrm{C})} \\ &= \frac{1.9758 \cdot 287 \cdot (24 + 273)}{1.013 \cdot 10^5 - 0.5 \cdot 0.029824 \cdot 10^5} \end{aligned} \tag{36}$$

$$\dot{V}_o/\dot{V}_2 = 0.806111231 \tag{37}$$

Vi har nu löst problemet numeriskt. Med Mollierdiagram löses problemet på följande vis



Mollierdiagrammet ger att $t'_o \approx 17.5^{\mathrm{o}}$C samt att $i'_o \approx 24$ kJ per kg torrluft. Vidare $x_o = x'_o \approx 2.5$ g H_2O per kg torrluft men beräknas kanske helst för noggrannhetens skull. För att beräkna kvoten $\dot{V}_o/\dot{V}_2$ så behöver man beräkna $\dot{m}_{2L}$ och $\dot{m}_{oL}$. Vi kan få fram m_{2L} och m_{oL} genom (5) och (6) och vi har argumenterat för att kvoter mellan massor måste förhålla sig såsom kvoter mellan respektive massflöden. In-sättning av värden som lästs av i Mollier samt vär-den som beräknats tidigare ger:

$$i_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot i'_o + \dot{m}_{2L} \cdot i_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \quad (20)$$

$$x_m = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot x_o + \dot{m}_{2L} \cdot x_2}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \quad (21)$$

$$36.628 = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot 24 + \dot{m}_{2L} \cdot 47.609}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}} \quad (36)$$

$$0.0061552 = \frac{\dot{m}_{oL} \cdot 0.0026318 + \dot{m}_{2L} \cdot 0.0092781}{\dot{m}_{oL} + \dot{m}_{2L}}$$

Denna ekvation får lösningen $\dot{m}_{oL} = 0.0$ och $\dot{m}_{2L} = 0.0$ så man måste se till att få in blandningens flöde av torrluftsmassa så att massjämvikt upprätthålls.

$$\begin{aligned} \dot{m}_m &= \dot{m}_{mL} + \dot{m}_{m\mathrm{H_2O}} && (2) \\ \rho \cdot \dot{V}_m &= \dot{m}_{mL} + \dot{m}_{m\mathrm{H_2O}} \\ &= \dot{m}_{mL} + x_m \cdot \dot{m}_{mL} \\ &= \dot{m}_{mL} \cdot (1 + x_m) && (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{mL} &= \frac{\rho \cdot \dot{V}_m}{1 + x_m} \\ &= \frac{1.2 \cdot 11250}{3600} \\ &= 3.75 \text{ kg torrluft /s} && (39) \end{aligned}$$

Nu kan vi byta ut $\dot{m}_{oL}$ till $\dot{m}_{mL} - \dot{m}_{2L}$. Multiplicerar (38) med 1000 och avrundar

$$36.628 = \frac{(3.75 - \dot{m}_{2L}) \cdot 24 + \dot{m}_{2L} \cdot 47.609}{3.75 - \dot{m}_{2L} + \dot{m}_{2L}} \quad (41)$$

$$6.16 = \frac{(3.75 - \dot{m}_{2L}) \cdot 2.63 + \dot{m}_{2L} \cdot 9.3}{3.75 - \dot{m}_{2L} + \dot{m}_{2L}} \quad (42)$$

(41) ger $\dot{m}_{2L} = 2.005$ och (42) ger $\dot{m}_{2L} = 1.98$ Vänder vi på ekv. (3) så fås med (42)

$$\begin{aligned} \dot{m}_{oL} &= \dot{m}_{mL} - \dot{m}_{2L} \\ &= 3.75 - 1.98 = 1.77 \end{aligned}$$

Vi har alltså fått samma svar som tidigare +/− avrundningsfel. Volymflödeskvoten kan endast beräknas som tidigare visats och upprepas därför inte.