МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра методов оптимального управления

ПОСТРОЕНИЕ НЕЙРОРЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ

Курсовая работа

Синицын Игорь Олегович студента 3 курса, специальность «прикладная математика»

Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук доцент Н.М. Дмитрук

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | C. |
|---|----------------|
| ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ | 3 |
| введение | 4 |
| ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУ- | |
| РЫ | 5 |
| 1.1 Теория управления по прогнозирующей модели | |
| 1.2 Задачи оптимального управления | |
| 1.3 Численные методы решения задач оптимального управления и | |
| программные средства | 10 |
| 2.1 Название раздела 1 | 11 11 11 |
| ГЛАВА 3 ПОСТРОЕНИЕ МРС-РЕГУЛЯТОРА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ | |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 13 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ | 14 |

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Магистерская диссертация, 18 с., XX рис., X табл., XX источников

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Цель работы и ее актуальность

Объектом исследования является

В процессе работы были получены следующие результаты

Новизна полученных результатов заключается в

Структура магистерской диссертации представлена тремя главами, где раскрываются

ВВЕДЕНИЕ

Объем введения для дипломных работ не менее 1 стр. Для магистерских диссертаций 2-3 стр.

Описать исследуемую в работе проблему, отметить актуальность и новизну задачи или подхода к ее решению.

Еще раз подчеркнуть цель работы (не повторять указанную в реферате).

Кратко изложить содержание работы, примерно в таком виде: В частности, в разд. 1 обосновано В разд. 2 исследуется В разд. 3 продолжается исследование задач В разд. 4 эффективность предложенных методов иллюстрируется численными примерами. . . В заключении приводятся краткие выводы по результатам проведенной работы и даются рекомендации о перспективах дальнейших исследований по исследуемой тематике.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 Теория управления по прогнозирующей модели

1.1.1 Прогнозирующая модель

Рассмотрим нелинейную дискретную прогнозирующую модель вида:

$$x^+ = f(x, u), \tag{1.1}$$

где функция $f: X \times U \longrightarrow X$ ставит в соответствие паре $x \in \mathbb{X}$ и $u \in \mathbb{U}$ некоторое состояние $x^+ \in \mathbb{X}$, которое является состоянием системы в последующий момент времени.

Траектория системы (1.1) может быть получена следующим образом: с заранее заданным значением $x_0 \in \mathbb{X}$, а также с управлением $u(\cdot) \in \mathbb{U}^k$, $k \in \mathbb{N}_{\infty}$, можно определить значение траектории $x_u(k)$ итерационно через

$$x(0) = x_0, \ x_u(k+1) = f(x_u(k), u(k)),$$
 (1.2)

для всех $k \in \mathbb{N}_0$, если $k = \infty$, и k = 0, 1, ..., k - 1 в другом случае.

1.1.2 Ограничения

Одна из основных частей MPC — ограничения. Они могут быть установлены как на управление, так и на состояние системы. Введем непустое множество $X \subseteq \mathbb{X}$ и для каждого $x \in \mathbb{X}$ введем непустое множество ограничений $\mathbb{U}(x) \subseteq U$. Множество ограничений $\mathbb{U}(x)$ может и не зависеть от х. За введением ограничений стоит наше желание указать, что траектория лежит во множестве \mathbb{X} , а соответствующее траектории управление лежит во множестве $\mathbb{U}(x)$.

1.1.3 Критерий качества

Пусть $x_* \in X$ — точное решение системы (номер). Тогда функция стоимости, которая используется в нашем процессе оптимизации, в критерии качества, должна возвращать значение, основанное на растоянии от любого $x \in X$ до x_* . В дополнение к уже сказанному, желательно, чтобы функция стоимости также включала в себя оценку расстояний и по управлению $u \in U$. По вычислительным причинам намного удобнее, чтобы управление также оценивалось функцией стоимости. Также оценка управления может быть полезна с точки зрения моделирования, т.к. мы не хотим использовать управление, затратное по ресурсам или энергии. Благодаря этим причинам, мы выбираем функцию стоимости вида $l: X \times U \longrightarrow \mathbb{R}^+_0$.

Из всего вышесказанного, можно сделать вывод, что функция стоимости обладает следующими свойствами:

$$l(x_*, u_*) = 0, (1.3)$$

$$l(x, u) > 0, \ x \in X, \ u \in U, \ x \neq x_*.$$
 (1.4)

1.1.4 Базовая формулировка задачи оптимального программирования с конечным горизонтом

Базовая формулировка задачи оптимального программирования с конечным горизонтом имеет вид: необходимо минимизировать критерий качества на траектории нелинейной дискретной системы с ограничениями на управление

$$J_N(x_0, u(\cdot)) = \sum_{k=0}^{N-1} l(x_u(k, x_0), u(k)) \longrightarrow min,$$
 (1.5)

$$x_u(k+1,x_0) = f(x_u(k,x_0),u(k)), \ x_u(0,x_0) = x_0,$$
 (1.6)

$$u(\cdot) \in \mathbb{U}^N(x_0). \tag{1.7}$$

1.1.5 Базовый алгоритм МРС

Идея схемы MPC выглядит так: в каждый момент квантования n оптимизируем предсказанное поведение системы и используем первый элемент результирующей последовательности управлений в качестве значения оценки в следующий момент квантования. Таким образом, базовый алгоритм MPC будет иметь следующий вид:

в каждый момент квантования $t_n, n = 0, 1, 2, ...$

- 1. вычисляем состояние $x(n) \in X$ системы (номер),
- 2. принимаем $x_0 = x(n)$ и решаем задачу оптимального управления, сформулированную в предыдущем пункте 1.1.4 (номер номер), после чего обозначим полученную последовательность оптимальных управлений через $u^*(\cdot) \in \mathbb{U}^N(x_0)$,

3. определим оценочное значение $\mu_N(x(n)) = u^*(0) \in U$ и используем это значение управления в следующем периоде квантования.

1.2 Задачи оптимального управления

1.2.1 Классификация задач оптимального управления

Задачи оптимального управления классифицируются по следующим составляющим:

• Промежуток времени и управления.

Промежуток времени в задачах оптимального управления может быть как непрерывным, т.е. $t \in \mathbb{R}$, так и дискретным, а именно $k \in \mathbb{Z}_+$. В то же время, промежуток управления может быть конечным, что значит $t \in [t_0, t_f], \ t_0 < t_f$, и бесконечным, где $t \in [t_0, +\infty)$. Время окончания процесса в свою очередь также может быть подразделено на фиксированное, т.е t_f заданно, и не фиксированное, где t_f уже заданно не будет.

• Математическая модель объекта управления.

Будем рассматривать объекты управления, которые можно описать обыкновенными дифференциальными уравнениями:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \tag{1.8}$$

где $x=x(t)\in\mathbb{R}^n$ — состояние системы, $u=u(t)\in\mathbb{R}^r$ — управление.

• Классы управлений и ограничение на управление.

Классы управлений могут подразделяться на кусочно-непрерывные, измеримые, дискретные, релейные, инерционные и др. функции.

Ограничение на управление:

$$u(t) \in U(t), t \in [t_0, t_f],$$
 где $U(t) \subseteq \mathbb{R}^n$.

• Ограничения на траекторию.

В общем виде ограничения на траекторию имеют вид:

$$x \in \mathbb{X}(t), \ t \in [t_0, t_f]. \tag{1.9}$$

Ограничения на траекторию могут накладываться:

- на правом конце траектории (терминальные ограничения), т.е. $x(t_f) \in \mathbb{X}_f$, откуда могут вытекать задачи с закрепленным, свободным и подвижным правым концом траектории;
- на левом конце траектории, т.е. $x(t_0) \in \mathbb{X}_0$, откуда также могут вытекать задачи с закрепленным, свободным и подвижным концом траектории;
- в промежуточные моменты времени, т.е. $x(t_i) \in \mathbb{X}_i, \ t_i \in [t_0, t_f], \ i = 1, ..., l$, при этом $t_0 < t_1 < ... < t_l < t_f$.

Существуют и смешанные ограничения на траекторию.

- Критерий качества.
 - Терминальный критерий (критерий качества типа Майера) $J(u) = \varphi(x(t_f)), \ \varphi : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R};$
 - Интегральный критерий (критерий качества типа Лагранжа) $J(u) = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t) dt, \ f_0 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R};$
 - Критерий качества типа Больца $J(u) = \varphi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t) dt;$
 - Критерий быстродействия $J(u)=t_f-t_0 \longrightarrow min.$

1.2.2 Принцип максимума для простейшей задачи оптимального управления

Рассмотрим простейшую задачу оптимального управления на промежутке времени $[t_0, t_f]$ в классе кусочно-непрерывных управлений:

$$J(u) = \varphi(x(t_f)) \longrightarrow min, \tag{1.10}$$

$$\dot{x} = f(x, u, t), \ x(t_0) = x_0,$$
 (1.11)

$$u(t) \in \mathbb{U}, \ t \in [t_0, t_f]. \tag{1.12}$$

В задаче (номер откуда до куда) необходимо минимизировать критерий типа Майера (номер) на траектории нелинейной системы (номер) с ограничениями на управление (номер).

Принцип максимума.

Пусть $u^0(t),\ t\in [t_0,t_f]$ — оптимальное управление, $x^0(t),\ t\in [t_0,t_f]$ — оптимальная траектория, $\psi^0(t),\ t\in [t_0,t_f]$ — сопряженная траектория — решение сопряженного уравнения

$$\psi' = -\frac{\partial H(x^0(t), \psi, u^0(t), t)}{\partial x},\tag{1.13}$$

$$\psi = -\frac{\partial \varphi(x^0(t_f))}{\partial x}.\tag{1.14}$$

Тогда необходимо выполняется условие максимума гамильтониана:

$$H(x^{0}(t), \psi^{0}(t), u^{0}(t), t) = \max_{u \in \mathbb{U}} H(x^{0}(t), \psi^{0}(t), u, t), \ t \in [t_{0}, t_{f}].$$
 (1.15)

1.2.3 Алгоритм решения задач оптимального управления с помощью принципа максимума

Алгоритм решения задачи оптимального управления (номер-номер) из предыдущего пункта состоит из:

• составления гамильтониана

$$H(x, u, \psi, t) = \psi' f(x, u, t), \tag{1.16}$$

где $\psi = \psi(t) \in \mathbb{R}^n$;

• записи сопряженной системы и условия трансверсальности

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H(x, u, \psi, t)}{\partial x},\tag{1.17}$$

$$\psi(t_f) = -\frac{\partial \varphi(x(t_f))}{\partial x}; \qquad (1.18)$$

• условия максимума гамильтониана

$$H(x^{0}(t), \psi^{0}(t), u^{0}(t), t) = \max_{u \in \mathbb{U}} H(x^{0}(t), \psi^{0}(t), u(t), t), \ t \in [t_{0}, t_{f}]; \ (1.19)$$

• рассмотрения задачи максимума гамильтониана

$$H(x, \psi, u, t) \longrightarrow max,$$
 (1.20)

где x, ψ, t предполагаются фиксированными.

• результата решения предыдущего пункта

$$u(x, \psi, t) = \arg\max_{u \in \mathbb{U}} H(x, \psi, u, t); \tag{1.21}$$

• подстановки результата в прямую и сопряженную систему

$$\dot{x} = f(x, u(x, \psi, t), t), \tag{1.22}$$

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H(x, \psi, u(x, \psi, t), t)}{\partial x}, \tag{1.23}$$

$$x(t_0) = x_0, \ \psi(t_f) = -\frac{\partial \varphi(x(t_f))}{\partial x};$$
 (1.24)

• решения краевой задачи принципа максимума (номер - номер)

$$x(t), \psi(t), t \in [t_0, t_f],$$
 (1.25)

$$u(t) = u(x(t), \psi(t), t), \ t \in [t_0, t_f].$$
 (1.26)

1.3 Численные методы решения задач оптимального управления и программные средства

ГЛАВА 2

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МРС-РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

| (Bpes | ка) | |
|----------------------------|--------------------|--|
| 2.1 | Название раздела 1 | |
| ••••• | | |
| 2.2 | Название раздела 2 | |
| •••• | | |
| Не забываем делать выводы. | | |

ГЛАВА 3

ПОСТРОЕНИЕ МРС-РЕГУЛЯТОРА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ

| (Врезка) | | | |
|----------------------------|--------------------|--|--|
| 3.1 | Название раздела 1 | | |
| •••• | | | |
| 3.2 | Название раздела 2 | | |
| •••• | | | |
| Не забываем дедать выводы. | | | |

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дипломной работе/ магистерской диссертации рассмотрена задача... . Для исследуемой задачи сформулировны/доказаны/предложены... Проведен анализ... Результаты проиллюстрированы численными экспериментами для ...

Привести краткие выводы и рекомендации по дальнейшему развитию или использованию результатов.

Объем примерно 0,7-1 стр.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Агаев, Р.П. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) / Р.П. Агаев, П.Ю. Чеботарев // УБС. 2010. Вып. 30.1. С. 470–505.
- 2 Асеев С. М., Кряжимский А. В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста //Труды Математического института имени ВА Стеклова. 2007. Т. 257. №. 0. С. 3-271.
- 3 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2004. Т. 44, N = 2. С. 265-286.
- 4 Балашевич, Н.В. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40, № 6. С. 838-859.
- 5 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. М.:Инностранная литература, 1960. 400 с.
- 6 Данциг, Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. М.: Прогресс, 1966. 600 с.
- 7 Дмитрук Н.М., Габасов Р., Калинин А.И. Децентрализованные стратегии в задачах опти-мального управления и стабилизации взаимосвязанных динамических систем: отчет о НИР (заключительный) / НИИ ППМИ; науч. рук. Дмитрук, Н.М. 71 с.
- 8 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление взаимосвязанными объектами // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. С. 147-154.
- 9 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление мультиагентными динамическими системами в условиях неопределенности / Н.М. Дмитрук // Доклады НАН Беларуси. 2014. Т. 58, № 2. С. 11-15.
- 10 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2015. № 1. С. 121–135.

- 11 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48, № 1. С. 15-18.
- 12 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2011. Т. 51, N 7. С. 1209-1227.
- 13 Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Н.С. Павленок // Докл. Академии наук. 2012. Т. 444, № 4. С. 371-375.
- 14 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление группой динамических объектов / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48, № 4. С. 593-609.
- 15 Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1973.
- 16 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний // Доклад Академии
- 17 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Известия РАН. Техническая кибернетика. 1992. Т. 4. С. 3-19.
- 18 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления // Автоматика и телемеханика, 1996
- 19 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 46.
- 20 Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принципы оптимального управления //Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48. №. 1. С. 15-18.
- 21 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.
- 22 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института матема-тики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.
 - 23 Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы

- коллективного управления в группах роботов $//\mathrm{M}$.: Физматлит. 2009. Т. 280.
- 24 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. С. 208-219
- 25 Кряжимский, А.В. Программный критерий разрешимости задачи позиционного наведения с неполной информацией. Линейные управляемые системы / А.В. Кряжимский, Н.В. Стрелковский// Труды Институт математики и механики УрО РАН. 2014. Т.20, № 3. С. 132–147.
- 26 Куржанский, А.Б. Задача управления групповым движением. Общие соотношения / А.Б. Куржанский // Доклады РАН. 2009. Т. 426, N 1. С. 20–25.
- 27 Куржанский, А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий / А.Б. Куржанский // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург. 2014. Т. 20, № 3. С. 166-179.
 - 28 Малкин И.Г. Теория устойчивости движения М., Наука, 1966
- 29 Петрикевич Я. И. Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе //Управление большими системами: сборник трудов. 2010. №. 30-1.
- 30 Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.
- 31 Сетевые модели в управлении / Сборник статей (под ред. Д.А. Новикова, О.П. Кузнецова, М.В. Губко). М.: Эгвес, 2011. 443 с.
- 32 Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14, № 5. С. 712–728.
- 33 Constrained model predictive control: Stability and optimality / D.Q. Mayne [et. al] // Automatica. 2000. Vol. 36, no. 6. P. 789-814.
- 34 Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions / P.D. Christofides [et. al] // Computers & Chemical Eng. 2013. Vol. 51. P. 21–41.
- 35 Distributed model predictive control / E. Camponogara [et. al] // IEEE Control Systems Magazine. -2002. Vol. 22, no. 1. P. 44-52.

- 36 Dmitruk, N.M. Optimal Measurement Feedback Control of Finite-time Continuous Linear Systems / N.M. Dmitruk, R. Findeisen, F. Allgöwer // 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008.
- 37 Dmitruk, N. Robust Optimal Control of Dynamically Decoupled Systems via Distributed Feedbacks / N. Dmitruk // Optimization in the Natural Sciences. Communications in Computer and Information Science. Springer, 2015. Vol. 499. P. 95-106.
- 38 Farina, M. Distributed predictive control: A non-cooperative algorithm with neighbor-to-neighbor communication for linear systems / M. Farina, R. Scattolini // Automatica. 2012. Vol. 48, no. 6. P. 1088-1096.
- 39 Grune L., Pannek J. Nonlinear model predictive control. Springer London, 2011.
- 40 Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. Springer, 1995.
- 41 Hopkin A.M. A phase plan approach to the compensation of saturating servomechanisms // Trans. AIEE. 1951. Pt. 1, Vol. 70. P. 631–639.
- 42 Jia, D. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication / D. Jia, B. Krogh // Proc. American Control Conference, 2002. P. 4507-4512.
- 43 Karmarkar, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming / N. Karmarkar // Combinatorica. 1984. Vol. 4, no. 4. P. 373-395.
- 44 Keerthi, S.S. Optimal, ininite horizon feedback laws for a general class of constrained discrete time systems: Stability and moving-horizon approximations / S.S. Keerthi, E.G. Gilbert // Journal of Optimization Theory and Application. 1988. Vol. 57, no. 2. P. 265-293.
- 45 Keviczky, T. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems / T. Keviczky, F. Borrelli, G.J. Balas // Automatica. 2006. Vol. 42. P. 2105-2115.
- 46 Kostina E., Kostyukova O. Worst-case control policies for (terminal) linear-quadratic control problems under disturbances // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2009
- 47 Magni, L. Stabilizing decentralized model predictive control of nonlinear systems / L. Magni, R. Scattolini // Automatica. 2006. Vol. 43, no. 7. P. 1231–1236.
- 48 Mehrotra, S. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method / S. Mehrotra // SIAM Journal on Optimization. 1992. Vol. 2. P. 575–601.

- 49 Müller, M.A. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control / M.A. Müller, M. Reble, F. Allgöwer // Internat. Journal of Robust and Nonlinear Control. 2012. Vol. 22, no. 12. P. 1376-1397.
- 50 Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 2006.
- 51 Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne. Madison: Nob Hill Publishing, 2009. 576 p.
- 52 Richards, A. Robust distributed model predictive control / A. Richards, J.P. How // Internat. Journal of Control. 2007. Vol. 80, no. 9. P. 1517-1531.
- 53 Scattolini, R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control a review / R. Scattolini // Journal of Process Control. 2009. Vol. 19, no. 5. P. 723-731.
- 54 Siljak, D.D. Decentralized control of complex systems / D.D. Siljak. London: Academic Press, 1991. 525 p.
- 55 Trodden, P. Cooperative distributed MPC of linear systems with coupled constraints / P. Trodden, A. Richards // Automatica. Vol. 49, no. 2. P. 479–487.
- 56 Trodden, P. Distributed model predictive control of linear systems with persistent disturbances / P. Trodden, A. Richards // Internat. Journal of Control. 2010. Vol. 83, no. 8. P. 1653-1663.