

# Теория Рассеяния Носителей На Шероховатой Поверхности В Квантовых Проволоках

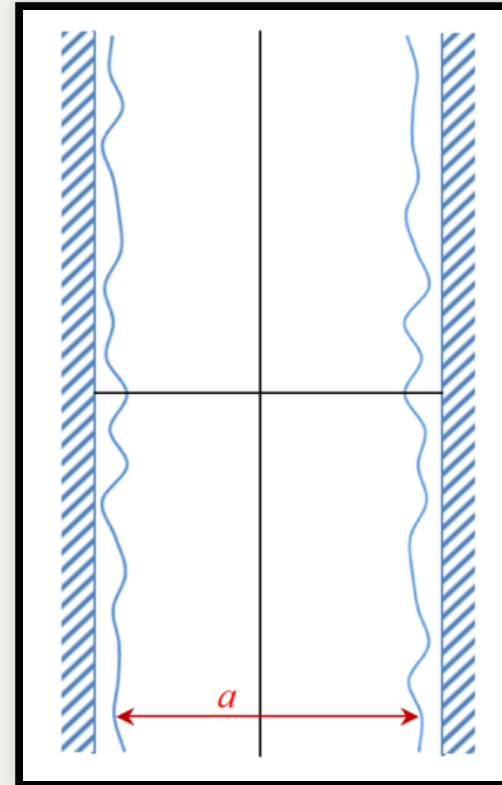
*<sup>1</sup>Синявский Э.П., <sup>2</sup>Карапетян С.А., <sup>2</sup>Костюкевич Н.С.*

1. Институт прикладной физики АН Молдовы
2. Приднестровский Государственный Университет им. Т.Г.Шевченко

# Механизм рассеяния на шероховатой поверхности

$$V(x, y) = \frac{\partial E_\alpha}{\partial a} \Delta(x, y) \equiv V_\alpha \Delta(x, y)$$

$\Delta(x, y)$  — случайная функция



Модель взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью строится следующим образом: из-за неровности поверхности случайным образом меняется ширина  $a$  размерно-ограниченной системы, что приводит к флуктуации энергии размерного квантования  $E_\alpha$  при движении носителя параллельно поверхности исследуемой квантовой системы. Следовательно, энергия взаимодействия электрона (дырки) с шероховатой поверхностью в случае двумерного электронного газа может быть записана в следующем виде

# Флуктуация поверхности для одномерного электронного газа

Гауссова:

$$\{\Delta(x)\Delta(x')\} = \Delta_0^2 \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{\Lambda_0^2}\right] = F_0(x-x')$$

$\delta$ -образная:

$$\{\Delta(x)\Delta(x')\} = \gamma_0 \delta(x-x') = \tilde{F}_0(x-x')$$

Если исследовать случай одномерного электронного газа (примером могут служить квантовые проволоки, квантовые нанотрубки), то для гауссовой флуктуации поверхности автокорреляционная функция для различных точек поверхности может быть записана следующим образом:

Для случая  $\delta$ -образной флуктуации поверхности естественно положить:

# Формула Кубо

$$\sigma_{ij} = \frac{\beta_0 e^2}{2Vm^2} \sum_{\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1} \hat{p}_{\alpha\beta}^{(i)} \hat{p}_{\alpha_1\beta_1}^{(j)} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle a_{\alpha}^{+}(t) a_{\beta}(t) a_{\alpha_1}^{+} a_{\beta_1} \rangle$$

$$K(\Omega) = \frac{2\pi e^2}{Vcn_0\hbar\Omega m_e^2} (1 - e^{-\beta_0\hbar\Omega}) \sum_{\alpha\alpha_1\beta\beta_1} \langle \alpha | (\hat{\mathbf{P}}\boldsymbol{\xi}) | \alpha_1 \rangle \langle \beta | (\hat{\mathbf{P}}\boldsymbol{\xi}) | \beta_1 \rangle \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\Omega t} \langle a_{\alpha}^{+}(t) a_{\alpha_1}(t) a_{\beta}^{+} a_{\beta_1} \rangle$$

здесь:

$$a_{\alpha}^{+}(t) = \exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right) a_{\alpha}^{+} \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right), \quad \hat{H} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{+} a_{\alpha} + \sum_{\alpha, \beta} \langle \alpha | \hat{V} | \beta \rangle a_{\alpha}^{+} a_{\beta}$$

## Speaker notes

Расчет электропроводности и коэффициента можно провести согласно формуле Кубо, которая в представлении вторичного квантования имеет вид:

Данные выражения справедливы для любых квантовых систем в произвольном магнитном поле. Единственное ограничение - это малость тянущего электрического поля в случае электропроводности (т.е. область применимости закона Ома.) и малость амплитуды электромагнитной волны в случае поглощения света):

$\hat{p}_{\alpha\beta}^{(i)}$  - матричный элемент оператора импульса на сглаженных волновых функциях зонного электрона,

$\beta_0 = 1/k_0 T$ ,  $\alpha$  - квантовые числа, описывающие состояние заряженной частицы с эффективной массой  $m_e$ ,

$V$  - объем основной области системы,

$a^\dagger, a$  - операторы рождения уничтожения

$\langle \dots \rangle$  - описывает усреднение по системе равновесных электронов и по реализации случайного процесса.

$\hat{H}$  - Гамильтониан для электрона, взаимодействующего с шероховатой поверхностью размерно-ограниченной системы в представлении вторичного квантования записывается в виде:

# Приближение времени релаксации

$$\sigma_{ij} = \frac{\beta_0 e^2}{V m_e^2} \sum_{\alpha} \left| \hat{P}_{\alpha\alpha}^{(i)} \right|^2 n_{\alpha} (1 - n_{\alpha}) \tau_{\alpha\alpha}$$

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{\hbar c V n_0 \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{\alpha\beta} \boldsymbol{\xi}}{m_e} \right|^2 \sum_{\alpha\beta} \frac{\tau_{\alpha\beta} n_{\alpha}}{1 + \frac{\tau_{\alpha\beta}^2}{\hbar^2} (\hbar\Omega + E_{\alpha} - E_{\beta})^2}$$

$$\frac{1}{\tau_{\alpha\beta}} = \frac{\pi}{\hbar} \sum_{\gamma} [W_{\alpha\gamma} \delta(\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\gamma}) + W_{\beta\gamma} \delta(\varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\gamma})]$$

$$W_{\alpha\beta} = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}_1 \Psi_{\alpha}^{*}(\mathbf{r}) \Psi_{\beta}^{*}(\mathbf{r}_1) V_{\alpha} V_{\beta} F \Psi_{\alpha}(\mathbf{r}) \Psi_{\beta}(\mathbf{r}_1)$$



## Speaker notes

Усредняя по реализации случайного процесса (по шероховатой поверхности), получим выражения для электропроводности и коэффициента поглощения в которые входит время релаксации, которое является определяющей характеристикой процессов рассеяния. Время релаксации это фактически вероятность перехода носителя из данного состояния в любое другое состояние

Одномерные квантовые системы с гауссовой флуктуацией поверхности

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_e}{\hbar^3} \cdot \frac{V_n^2}{|k_x|} \cdot \frac{\Delta_0^2 \Lambda_0 \sqrt{\pi}}{2} (1 + \exp[-\Lambda_0^2 k_x^2])$$

Одномерные квантовые системы с  $\delta$ -образной флуктуацией поверхности

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_e}{\hbar^3} \cdot \frac{V_n^2}{|k_x|} \gamma_0$$

## Speaker notes

Для одномерных квантовых систем (например, нанопроволоки, нанотрубки), когда носители свободно движутся вдоль оси  $OX$  исследуемой наноструктуры

в случае гауссовой флуктуацией поверхности

в случае  $\delta$ -образной флуктуации

Время релаксации зависит от номера размерно-квантованной зоны и имеет особенности при  $k_x = 0$ , т.е. на дне зоны проводимости. Это обстоятельство является непосредственным следствием одномерности движения носителей заряда.

# Влияние поперечного электрического поля на процессы рассеяния

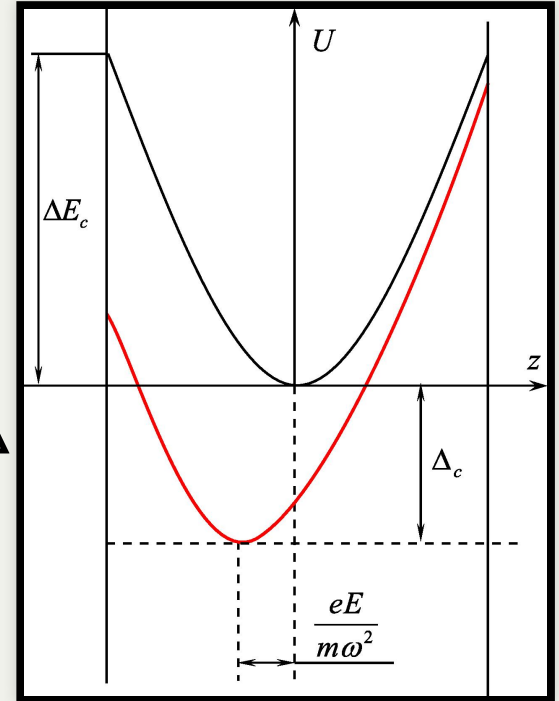
$$U(z) = \frac{m_e \omega^2}{2} z^2 + eEz$$

$$\omega_i = \frac{1}{R} \left[ \frac{2\Delta E_c}{m_i} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$E_{k_x, n, m} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \hbar \Omega_y \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar \omega_z \left( m + \frac{1}{2} \right) - \Delta$$

$$\Omega_y^2 = \frac{m_x}{m_y} (\omega_x^c)^2 + \omega_y^2, \quad \omega_x^c = \frac{eH}{m_x c},$$

$$\Delta_c = \frac{(eER)^2}{4\Delta E_c}, \quad m_x^* = m_x \left( \frac{\Omega_y}{\omega_y} \right)$$



Особый интерес представляют наноструктуры в поперечном электрическом поле, которое существенно влияет на явления переноса в таких структурах. Потенциальная энергия электрона вдоль параболического потенциала определяется соотношением:

Собственные значения уравнения Шредингера для электрона в параболической проволоке с потенциальной энергией  $U(z)$  известна

$k_x$  - волновой вектор электрона в плоскости низкоразмерной системы,

$\Delta_c$  - сдвиг энергии электрона в поперечном электрическом поле.

Из энергетического спектра следует что с ростом напряженности электрического поля, минимум зоны проводимости опускается в область запрещенной зоны на величину  $\Delta_c$  (см. рисунок).

Будем рассматривать такие значения напряженности поперечного электрического поля, при которых параболическая форма потенциальной энергии сохраняется, и в ней остается много размерно-квантованных эквидистантных уровней, т.е. решения уравнения Шредингера с потенциальной энергией  $U(z)$  остаются справедливыми. Для параметров ПКЯ приведенных выше  $E \leq 3 \cdot 10^4$  V/cm.

# Взаимодействие с шероховатой поверхностью

$$V_{\alpha} = -\frac{1}{R} \left[ \left( \frac{\omega_y \omega_x^c}{\Omega_y^2} \right)^2 \frac{m_y}{m_x} \frac{\hbar^2 k_x^2}{m_x} + \hbar \omega_y \left( \frac{\omega_y}{\Omega_y} \right) \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar \omega_z \left( m + \frac{1}{2} \right) + 2\Delta_c \right]$$

$$\frac{1}{\tau_{\alpha}} = \Gamma_{\alpha} \frac{1}{|k_x|},$$

$$\Gamma_{\alpha} = \frac{2\gamma_0 m_x^*}{\hbar^3} V_{\alpha}^2.$$

потенциал взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью в поперечном электрическом поле имеет вид:

В дальнейшем исследуются кинетические явления при низких температурах, когда процессы рассеяния носителей на шероховатой поверхности являются наиболее активными. Но при низких температурах в процессах переноса принимают участие электроны с малыми значениями волнового вектора, поэтому зависимостью  $V_\alpha$  от волнового вектора можно пренебречь, если  $\hbar\omega_e \gg k_0 T$ . Последнее неравенство хорошо выполняется в области низких температур, когда размерно-квантованные уровни проявляются наиболее ярко. В рассматриваемых приближениях время релаксации с учетом (???), (???) для случая  $\delta$ -образной флуктуации

Заметим, что для случая гауссовой флуктуации поверхности при  $\Lambda_0 k_x < 1$  нужно  $\gamma_0$  заменить на  $\Delta_0^2 \Lambda_0 \sqrt{\pi}$

*Откуда непосредственно следует, что с уменьшением размеров наноструктуры время релаксации существенно уменьшается  $\left(\tau_\alpha \sim R^4\right)$ . Это обстоятельство позволяет экспериментально выделять рассматриваемый механизм рассеяния от других конкурирующих механизмов рассеяния при исследовании явлений переноса. С ростом напряженности магнитного поля время релаксации уменьшается, что связано с увеличением локализации зонных носителей. Поперечное электрическое поле прижимает электроны к поверхности исследуемой наноструктуры, поэтому вероятность рассеяния носителей на шероховатой поверхности увеличивается. Именно по этой причине время релаксации уменьшается, что, естественно, должно влиять на кинетические коэффициенты (электропроводность, термоэдс) исследуемой наноструктуры.*

# Изотропный случай

при  $\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_e \Omega_e^2 \gamma_0}{\hbar R^2 |k_x|} \left[ \left( \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right) \left( n + \frac{1}{2} \right) + \left( m + \frac{1}{2} \right) + \frac{2\Delta_c}{\hbar \Omega_e} \left( \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right)^3 \right]^2.$$

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_c \omega_e^2 \gamma}{\hbar R^2 |k_x|} (n + m + 1 + N_c)^2$$

при  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{E}$

$$\frac{1}{\tau_{00}} = \frac{2m_e \Omega_e^2 \gamma_0}{\hbar R^2 |k_x|} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right) + \frac{2\Delta_c}{\hbar \Omega_e} \left( \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right)^3 \right]^2.$$



## Speaker notes

В частном случае при  $\omega_{\text{св}} = 0$  получается выражение для времени релаксации только в поперечном электрическом поле

В случае  $\perp$ , заметная зависимость  $\tau_{\alpha}$

от напряженности поперечного электрического поля проявляется при больших значениях  $E$ , чем в случае  $\vec{B} \parallel \vec{E}$ . Заметим, что только процессы рассеяния носителей на шероховатой поверхности (как для одномерного, так и для квазидвумерного электронного газа) зависят от напряженности постоянного поперечного электрического поля.

Исследованы модели описания взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью для квантовых проволок. Получены выражения для времен релаксации носителей в квантовых проволоках в присутствии внешних магнитного и электрического полей.

Спасибо за внимание