

На правах рукописи



*Кар*

Каратач Сергей Александрович

**Разработка и исследование методов анализа данных на  
основе нечетких систем при несинглтонной  
фаззификации**

Специальность 2.3.8 —  
«Информатика и информационные процессы»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Белгород — 2025

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г.Шухова» (БГТУ им.В.Г.Шухова).

Научный руководитель: кандидат технических наук, профессор  
**Синюк Василий Григорьевич**

Официальные оппоненты: **Фамилия Имя Отчество**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Не очень длинное название для места работы,  
старший научный сотрудник  
**Фамилия Имя Отчество**,  
кандидат физико-математических наук,  
Основное место работы с длинным длинным  
длинным длинным названием,  
старший научный сотрудник

Защита состоится **DD mmmmmmmmm YYYYY** г. в **XX** часов на заседании диссертационного совета БелГУ.22.08 при Белгородском государственном национальном исследовательском университете (НИУ «БелГУ») по адресу: 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, корпус 14, каб. 1-1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке **ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет» (НИУ «БелГУ»)**.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85, корпус 14, каб. 1-1, ученому секретарю диссертационного совета БелГУ.22.08.

Автореферат разослан **DD mmmmmmmmm**2025 года.  
Электронная почта совета: BSU.22.08@bsuedu.ru; zhikharev@bsuedu.ru.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
БелГУ.22.08,  
кандидат технических наук



Жихарев Александр Геннадиевич

*Каратач Сергей Александрович*

Разработка и исследование методов анализа данных на основе нечетких систем при несинглотонной фазификации

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук

Подписано в печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_  
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.  
Типография \_\_\_\_\_

0. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Среда для параллельного обобщенного нечеткого вывода на основе нечеткого значения истинности [Текст] / В. Г. Синюк, С. А. Каратач ; федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова». — № 2025661081 ; заявл. 05.05.2025 ; опубл. 28.05.2025, 2025663372 (Рос. Федерация).
0. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Библиотека моделирования временных рядов на основе параллельного нечеткого вывода с использованием нечеткого значения истинности [Текст] / В. Г. Синюк, С. А. Каратач ; федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова». — № 2025660990 ; заявл. 05.05.2025 ; опубл. 28.05.2025, 2025663464 (Рос. Федерация).

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Высокопроизводительный интеллектуальный анализ данных дает возможность принимать обоснованные решения на основе знаний, получаемых посредством обработки данных со скоростью близкой к реальному времени. Семейство методов мягких вычислений с применением техник высокопроизводительного анализа данных открывает возможность находить закономерности и взаимосвязи в данных, содержащих неопределенность. Одним из методов мягких вычислений предназначенным для анализа неопределенных данных являются методы нечеткого моделирования.

В описанной Л. Заде теории нечеткой логики важной проблемой остается задача нечеткого логического вывода. Распространение получили подходы опирающиеся на использование методов нечеткого вывода выработанных Э. Мамдани, П. Ларсенем, Т. Такаги, М. Сугено и Ю. Цукamoto. Эти подходы, а также основанные на них производные методы, как правило, используют четкие значения входов и  $t$ -норму вместо импликации, что позволяет упростить реализацию нечеткого вывода. Однако такое упрощение приводит к несоответствию с теорией Заде, что можно выявить при рассмотрении лингвистических моделей со многими нечеткими входами, то есть когда используется несингтонный метод фаззификации.

В теории нечеткой логики нечеткий логический вывод реализуется с помощью обобщенных нечетких правил *modus ponens* и *modus tollens* на основе *композиционного правила вывода*. При нескольких входах вычисление по данным правилом приводит к экспоненциальной зависимости вычислительной сложности от количества входов. Данное ограничение является основным препятствием для применения нечеткого логического вывода с несколькими посылками, тогда как необходимость анализа многомерных данных является актуальной задачей, например, ....

Разработку нечеткого вывода с использованием несингтонной фаззификации возродил Д. Мендель. Он продемонстрировал прирост качества нечеткого моделирования с использованием фаззификации типа non-singleton, например, в задаче прогнозирования временных рядов. Однако его исследования ограничены проработкой нечеткого вывода типа Мамдани и Такаги-Сугено. Кроме того Мендель строит формальные выкладки процедуры нечеткого вывода при использовании одной и той же  $t$ -нормы, что необоснованно сужает гибкость формул вывода.

Проблемы связанные с нечетким выводом и нечетким моделированием в России изучались и прорабатывались И. А. Ходашинским, Н. Г. Ярушкина, А. И. Аверкин.

**Объектом исследования** являются методы высокопроизводительного анализа данных на основе нечеткой логики.

**Предметом исследования** являются методы и алгоритмы нечеткого логического вывода с несинглтонной фаззификацией, а также методы высокопроизводительного анализа данных на его основе.

**Целью** данной работы является повышение производительности анализа неопределенных данных путем разработки математического и программного обеспечения с применением нечетких систем на основе правил при несинглтонной фаззификации.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Провести обзор проблем и предлагаемых подходов построения и реализации нечетких систем на основе правил для анализа данных.
2. Разработать метод вывода на основе нечеткого значения истинности (НЗИ) для системы MISO-структуры логического типа и типа Мамдани, обеспечивающий полиномиальную вычислительную сложность.
3. Разработать метод классификации объектов с нечетким или качественным описанием атрибутов на основе правил по предложенному методу нечеткого вывода с использованием НЗИ с возможностью комбинирования различных Т-норм.
4. Разработать нечеткую модель регрессии временных рядов с нечеткими оценками значений временной последовательности на основе метода нечеткого вывода с использованием нечеткого значения истинности.
5. Выполнить программную реализацию выработанного метода нечеткого вывода и разработанной модели регрессии временных рядов с использованием технологии параллельных вычислений CUDA, обеспечив эффективность реализации. Реализовать алгоритм построения базы правил на основе данных.
6. Применить разработанный модуль нечеткого логического вывода для высокопроизводительного анализа зашумленных данных в выбранной предметной области.

#### **Научная новизна:**

1. Впервые применено нечеткое значение истинности и принцип обобщения для получения выходного значения при нескольких нечетких входах в соответствии с обобщенным нечетким правилом вывода *modus ponens* для нечетких систем логического типа, в результате чего была получена новая структура базы правил: «Если истинно, то  $B_k$ ».
2. Разработан метод нечеткого вывода логического типа с использованием нечеткого значения истинности, имеющий полиномиальную вычислительную сложность при многих нечетких входах.

0. Karatach S., Sinuk V. Implementation of a Fuzzy Inference Method with Nonsingleton Fuzzification Based on CUDA and GPGPU Technologies [Текст] // Parallel Computational Technologies: Proceedings of the International Scientific Conference (PCT 2023). Т. 1868 / под ред. L. Sokolinsky, M. Zymbler. — Cham : Springer, 2023. — С. 43—58. — (Communications in Computer and Information Science (CCIS)). — DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-38864-4\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-031-38864-4_4).

#### **В сборниках трудов конференций**

0. Karatach S. A., Sinuk V. G. Parallel implementation of methods for inference systems of computational intelligence MISO-structure with fuzzy inputs [Текст] // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2020): Короткие статьи и описания плакатов (31 марта—2, апр. 2020). — Пермь : Издательский центр ЮУрГУ, 2020. — С. 29—39.
0. Karatach S. A., Sinuk V. G. Parallel implementation of evolutionary learning of a fuzzy system with quality inputs using CUDA technology [Текст] // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2021): Короткие статьи и описания плакатов. XV международная конференция (30 марта—1, апр. 2021). — Волгоград : Издательский центр ЮУрГУ, 2021. — С. 67—80.
0. Синюк В. Г., Каратач С. А. Метод вывода для систем типа Мамдани с несинглтонной фаззификацией [Текст] // Двадцатая Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием, КИИ-2022: Труды конференции. В 2-х томах. Т. 2 (21—23 дек. 2022). — Москва : Национальный исследовательский университет "МЭИ", 2022. — С. 55—64.
0. Каратач С. А., Синюк В. Г. Метод и параллельная реализация нечеткой классификации объектов с несинглтонной фаззификацией [Текст] // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте ИММВ-2022: Сборник научных трудов XI Международной научно-практической конференции. В 2-х томах. Т. 1 (16—19 мая 2022). — Коломна : Общероссийская общественная организация «Российская ассоциация искусственного интеллекта», 2022. — С. 67—73.
0. Синюк В. Г., Каратач С. А. Метод вывода нечетких систем логического типа при несинглтонной фаззификации [Текст] // Двадцать первая Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2023): Труды конференции. В 2-х томах. — Смоленск : Принт-Экспресс, 2023. — С. 118—130.

#### **Зарегистрированные программы для ЭВМ**

0. *Sinuk V. G., Karatach S. A.* Inference Method and Parallel Implementation for MISO Structure Systems for Inputs with Linguistic Values [Текст] // Journal of Information Technologies and Computing Systems. — 2020. — № 3. — С. 85—93. — DOI: 10.14357/20718632200308.
0. *Karatach S. A., Sinuk V. G.* Machine Learning of a Fuzzy System with Linguistic Inputs Using Parallel Technologies [Текст] // Journal of Information Technologies and Computing Systems. — 2021. — № 3. — С. 60—69. — DOI: 10.14357/20718632210306.
0. *Karatach S. A., Sinuk V. G.* Parallel Implementation of Evolutionary Learning of a Fuzzy System with Non-Singleton Fuzzification [Текст] // Journal of Information Technologies and Computing Systems. — 2023. — № 2. — С. 113—122. — DOI: 10.14357/20718632230212.

#### В изданиях, входящих в международную базу цитирования Web of Science

0. *Sinuk V. G., Karatach S. A.* The Inference Method for a Mamdani Type System with Nonsingleton Fuzzification [Текст] // Pattern Recognition and Image Analysis. Advances in Mathematical Theory and Applications. — 2023. — Т. 33, № 3. — С. 506—510. — DOI: 10.1134/S1054661823030422.
0. *Karatach S. A., Sinuk V. G.* Method of Inference of Fuzzy Logical Type Systems with Nonsingleton Fuzzification [Текст] // Pattern Recognition and Image Analysis. — 2024. — Сент. — Т. 34, № 3. — С. 645—651. — DOI: 10.1134/S1054661824700470. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1054661824700470>.

#### В изданиях, входящих в международную базу цитирования Scopus

0. *Sinuk V. G., Karatach S. A.* The Inference Method for a Mamdani Type System with Nonsingleton Fuzzification [Текст] // Pattern Recognition and Image Analysis. Advances in Mathematical Theory and Applications. — 2023. — Т. 33, № 3. — С. 506—510. — DOI: 10.1134/S1054661823030422.
0. *Karatach S. A., Sinuk V. G.* Method of Inference of Fuzzy Logical Type Systems with Nonsingleton Fuzzification [Текст] // Pattern Recognition and Image Analysis. — 2024. — Сент. — Т. 34, № 3. — С. 645—651. — DOI: 10.1134/S1054661824700470. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1054661824700470>.

3. Разработан метод классификации для объектов с нечеткими оценками признаков на основе предложенного метода нечеткого логического вывода с использованием нечеткого значения истинности.
4. Разработан метод регрессии временных рядов с нечеткими оценками измеренных значений на основе предложенного метода нечеткого логического вывода и алгоритм построения базы правил
5. Разработан параллельный алгоритм, реализующий нечеткий вывод на основе нечеткого значения истинности

**Теоретическая значимость** заключается в расширении класса задач анализа данных, эффективно решаемых при помощи нечеткого моделирования, соответствующего теории нечеткого вывода Л. Заде, за счет использования нечеткого значения истинности и разработанного алгоритма параллельной свертки нечетких значений истинности по входам.

**Практическая значимость:** заключается в разработанных на основе предложенного метода нечеткого вывода нечетких логических моделях адаптированных для задач классификации и регрессии при задании измеренных характеристиках моделируемых объектов нечеткими значениями, а также в реализованном на основе разработанных моделей нечеткого вывода программного обеспечения и результатами проведенных вычислительных экспериментов по оценке производительности этой реализации.

**Методология и методы исследования.** В работе использованы методы теории нечетких множеств, нечетких отношений, нечеткого логического вывода и мягких вычислений, а также методы оптимизации и методы анализа данных.

#### Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан метод нечеткого логического вывода при фаззификации типа non-singleton на основе нечеткого значения истинности. Разработанный метод нечеткого вывода имеет новый вид нечетких правил «Если *истинно*, то  $B_k$ » и обеспечивает полиномиальную вычислительную сложность при многих нечетких входах. Выполненная параллельная реализация данного метода продемонстрировала линейный рост времени работы алгоритма с увеличением количества входов.
2. Разработан метод классификации для объектов с нечеткими оценками признаков с использованием нечетких систем логического типа на основе нечеткого значения истинности.
3. Разработан параллельный алгоритм свертки НЗИ, сокращающий вычислительную сложность до  $O(|V| \cdot \log n)$ .
4. Выполнена программная реализация разработанного метода нечеткого вывода с применением разработанного алгоритма свертки НЗИ на основе технологии параллельного программирования CUDA. Высокая производительность реализации обеспечена за

счет эффективного использования аппаратных ресурсов графического ускорителя.

5. Разработана нечеткая модель регрессии для временных рядов с нечеткими оценками неопределенности измеренных значений с использованием нечеткого вывода логического типа на основе нечеткого значения истинности. Данная нечеткая модель показала прирост качества прогнозирования временных рядов (8% по метрике sMAPE) на наборе данных Mackey-Glass по сравнению с нечетким моделированием на основе синглотонной фаззификации (с точностью  $\approx 40\%$ ), а также требуемое количество правил при логическом типе вывода (30) оказалось значительно меньше количества правил при выводе типа Мамдани (184) для достижения сопоставимого качества ( $\approx 10\%$ ).

**Область исследования.** Содержание диссертации соответствует следующим пунктам паспорта специальности 2.3.8. Информатика и информационные процессы по следующим направлениям исследований:

- п. 4 паспорта специальности: Разработка методов и технологий цифровой обработки аудиовизуальной информации с целью обнаружения закономерностей в данных, включая обработку текстовых и иных изображений, видео контента. Разработка методов и моделей распознавания, понимания и синтеза речи, принципов и методов извлечения требуемой информации из текстов.
- п. 13 паспорта специальности: Разработка и применение методов распознавания образов, кластерного анализа, нейро-сетевых и нечетких технологий, решающих правил, мягких вычислений при анализе разнородной информации в базах данных.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается корректным применением математических методов, доказанностью выводов, результатами проведенных экспериментов и их сопоставлением с результатами экспериментов других научных групп, апробацией на научно-практических конференциях.

**Внедрение результатов диссертационного исследования.** Разработанная в процессе диссертационного исследования нечеткая модель прогнозирования временных рядов была зарегистрирована как программа ЭВМ в Роспатенте и внедрена в процесс составления прогнозов активности клиентов по одному из банковских продуктов в ПАО «Сбербанк». Предложенные алгоритмы также использованы при выполнении научного проекта при поддержке РФФИ №20-07-00030 «Разработка высокопроизводительных методов интеллектуального анализа данных на основе нечеткого моделирования и создание компьютерной системы поддержки принятия решений для классификации и прогнозирования».ы

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на:

сложность вычисления свертки НЗИ  $O(|V| \cdot n)$  и сложность нечеткого вывода на основе НЗИ  $O(|V| \cdot |Y|)$  полиномиально зависят от числа входов  $n$ .

3. Предложен эффективный параллельный алгоритмы вычисления свертки НЗИ для нечетких систем с несколькими входами, обеспечивающий сложность свертки НЗИ  $O(|V| \times \log(n))$ . Выполнена параллельная реализация нечеткого логического вывода с использованием технологии CUDA. Разработаны оптимизации по организации памяти и вычислений, обеспечивающие масштабируемость и эффективность при обработке больших массивов данных. Дефаззификация по методу среднего максимума (MeOM) реализована на основе метода оптимизации Gradient-aware PSO.
4. Разработанный метод нечеткого вывода на основе НЗИ адаптирован к задаче мультиклассовой классификации, где при использовании метода дефаззификации по **обеспечивается упрощение**.
5. На наборе данных Mackey-Glass для нечеткой модели на основе логического типа вывода и несинглотонной фаззификации достигнута точность прогнозирования временных рядов по метрике sMAPE — 8% при размере базе правил — 30 правил. Это значительно превосходит точность прогнозирования по этой метрике в том же эксперименте при использовании синглотонной фаззификации ( $\approx 40\%$ ) и имеет значительно меньшее количество правил при сопоставимой точности прогнозирования  $\approx 10\%$  для вывода типа Мамдани с несинглотонной фаззификацией (184 правил).
6. Программная реализация разработанной нечеткой модели была применена для решения задачи прогнозирования помесечных объемов транзакций безналичных платежей корпоративных клиентов банка. Достигнут прирост точности прогнозирования в 12%/5% по метрике RMAE при прогнозировании на один/три месяца в сравнении с лучшей моделью — многослойный перцептрон.

#### **Перспективы дальнейших исследований**

Поскольку при нечетком выводе частой является ситуация, когда срабатывает лишь небольшая часть правил, тогда время вывода можно значительно сократить, выполняя дефаззификацию  $\mu_{B'}(y)$  лишь для ограниченного набора самых релевантных входу правил. Это особенно актуально в практических задачах, в т. ч. с большим числом входов, где требуется большое количество правил для покрытия большинства комбинаций термов. Предлагается для отбора релевантных правил использовать расстояние между нечеткими отношениями.

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**В изданиях из списка ВАК РФ**

Второй эксперимент посвящен применению разработанного метода для прогнозирования месячного объема транзакций безналичных платежей корпоративным клиентам банка. Источником неопределенности в этом наборе данных является стохастический характер динамики временной последовательности. Поэтому в этом эксперименте также использовалась процедура адаптивной несингтонной фаззификации. В качестве метрики использовалась  $RMAE$  (relative MAE) — отношение средней абсолютной ошибки к математическому ожиданию средних по рядам клиентов:

$$RMAE = \frac{MAE}{\mathbb{E}[\mathbb{E}[s_t]]}.$$

По итогу эксперимента было получено значение метрики  $RMAE = 0.112/0.147$  при прогнозировании на один/три месяца соответственно. Это превосходит на 12%/5% качество прогнозирования с использованием многослойного перцептрона со значениями  $RMAE = 0.128/0.157$ .

В **заключении** сделаны выводы о полученных в процессе работы результаты.

## Заключение

В результате выполнения работы удалось выработать метод нечеткого вывода на основе нечеткого значения истинности, позволяющий использовать тип фаззификации non-singleton при полиномиальной сложности вывода от количества входов, а также показано улучшение качества прогнозирования временных рядов с использованием логического типа вывода в сравнении с сингтонной фаззификацией и выводом типа Мамдани. В работе решены поставленные задачи и получены следующие результаты:

### Основные результаты диссертационного исследования

1. Проведен анализ актуальных проблем методов нечеткого вывода с использованием несингтонной фаззификации. Приведено описание понятия нечеткого значения истинности. Обозначена актуальность оценки качества нечеткого моделирования при использовании нечеткого вывода логического типа с использованием несингтонной фаззификации на задаче прогнозирования временных рядов, описана адаптивная процедура оценки неопределенности и приведен адаптированный алгоритм метода роя частиц для подбора параметров базы правил.
2. Разработан и теоретически обоснован новый способ нечеткого логического вывода на основе нечеткого значения истинности, позволяющий оценить нечеткую степень совместимости входных нечетких множеств и н. м. antecedента правила по каждому входу независимо. Получен новый вид нечетких правил «Если *истинно*, то  $B_k$ ». Теоретически и экспериментально было показано, что

1. Международная конференция «Перспективные компьютерные и цифровые технологии» (ACDT 2021)», г. Белгород, 2021.
2. XV Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ) 2021», г. Волгоград, 2021.
3. XI Международной научно-практической конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте (ИММВ-2022)», г. Коломна, 2022 г.
4. XX Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2022), г. Москва, 2022.
5. XVII Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ) 2021», г. Санкт-Петербург, 2023.
6. XXI Национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2023), г. Смоленск, 2023.
7. X Всероссийская научно-техническая конференция «Информационные технологии в науке, образовании и производстве» (ИТ-НОП-2025), г. Орел, 2025.

**Личный вклад.** Постановка цели и задач научного исследования, планирование экспериментов, подготовка публикаций по выполненной работе проводилась совместно с научным руководителем. Автором самостоятельно разработан алгоритм параллельной свертки нечетких значений истинности, а также выполнена реализация механизма нечеткой вывода с использованием нечеткого значения истинности и модели регрессии временных рядов для систем MISO-структуры при использовании фаззификации типа non-singleton, а также выполнена реализация алгоритма оптимизации для настройки параметров термов в базе правил на основе набора данных. С использованием данной реализации автором выполнены эксперименты, подтверждающие полиномиальную зависимость времени выполнения нечеткого вывода от количества входов, а также проведены эксперименты для оценки качества моделирования нечеткой логической системой с использованием фаззификации типа non-singleton в задаче прогнозирования временных рядов для набора данных TWSE и набора данных из практической задачи прогнозирования транзакционной активности клиентов банка. Проведена апробация разработанных методов нечеткого вывода и нечеткого моделирования.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных изданиях, 3 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 5 — в тезисах докладов. Зарегистрированы 2 программы для ЭВМ.

## Содержание работы

Во введении описана актуальность работы, сформулированы цель и задачи исследования, изложены основные результаты, их теоретическая и практическая значимость, приведена новизна исследования и защищаемые положения.

В первой главе приводится актуальность развития использования нечеткого вывода логического типа, тогда как методы Мамдани и Такаги-Сугено отступают от **законов нечеткой логики**. В главе дано описание проблемы нечеткого логического вывода с использованием фаззификации типа non-singleton, состоящее в анализируются предлагаемые подходы решения этих проблем.

Приведена интерпретация математического смысла от использования несинглотонной фаззификации в системах типа Мамдани и логических системах. Дано описание понятия нечеткого значения истинности (НЗИ), которое отражает совместимость факта с посылкой в нечеткой форме.

Постановка задачи Нечеткая модель представляет собой базу правил вида:

$R_k$  : Если  $x_1$  есть  $A_{k1}$  и  $x_2$  есть  $A_{k2}$  и ... и  $x_n$  есть  $A_{kn}$ , то  $y$  есть  $B_k$ , (1)

где  $N$  — количество нечетких правил,  $A_{ki} \subseteq X_i, i = \overline{1, n}, B_k \subseteq Y$  — нечеткие множества, которые характеризуются функциями принадлежности  $\mu_{A_{ki}}(x_i)$  и  $\mu_{B_k}(y)$  соответственно;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — входные переменные лингвистической модели, причем

$$[x_1, x_2, \dots, x_n]^T = \mathbf{x} \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n.$$

Символами  $X_i, i = \overline{1, n}$  и  $Y$  обозначаются соответственно пространства входных и выходной переменных. Если ввести обозначения  $\mathbf{X} = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  и  $\mathbf{A}_k = A_{k1} \times A_{k2} \times \dots \times A_{kn}$ , причем

$$\mu_{\mathbf{A}_k}(\mathbf{x}) = \bigwedge_{i=\overline{1, n}} \mu_{A_{ki}}(x_i),$$

где  $T_1$  - произвольная  $t$ -норма, то правило ?? представляется в виде нечеткой импликации

$$R_k : \mathbf{A}_k \rightarrow B_k, k = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Правило  $R_k$  можно формализовать как нечеткое отношение, определенное на множестве  $\mathbf{X} \times Y$ , т.е.  $R_k \subseteq \mathbf{X} \times Y$  - нечеткое множество с функцией принадлежности

$$\mu_{R_k}(\mathbf{x}, y) = \mu_{\mathbf{A}_k \rightarrow B_k}(\mathbf{x}, y).$$

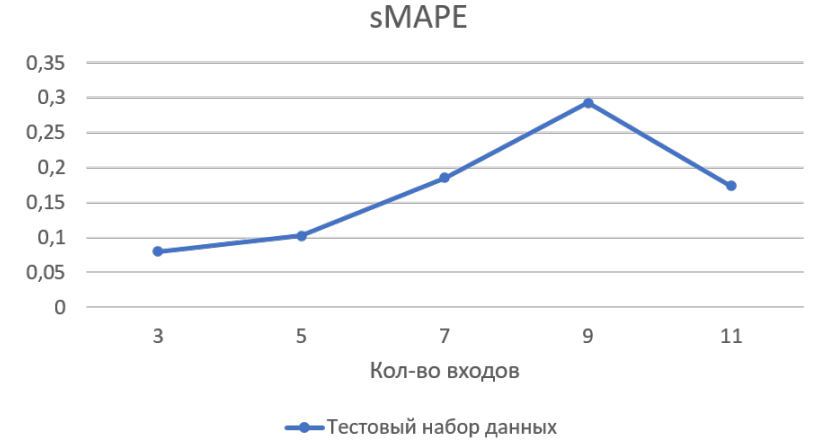


Рисунок 9 — График значений метрики sMAPE на обучающем и тестовом наборах данных при различных размерах окна запаздывания, количестве правил — 30.

Достигнутое в этом случае значение  $sMAPE = 8\%$  при количестве правил 30, заметно превосходит точность моделирования незашумленной последовательности Mackey-Glass (M-G) с использованием синглотонной фаззификации со значением  $sMAPE \approx 40\%$  в [[empty citation](#)]. Также полученное качество прогнозирования сопоставимо со значением этой метрики при аналогичной конфигурации эксперимента прогнозирования временного ряда M-G в той же публикации, где для достижения точности моделирования временной последовательности  $sMAPE \approx 10\%$  используется нечеткая система типа Мамдани, содержащая 184 правила<sup>1</sup> в базе правил для не зашумленного временного ряда M-G и 597, 402, 312 правил для различных конфигураций и амплитуды добавленного шума. Данные наблюдения показывают, что **метод регрессии временных рядов на основе логического нечеткого вывода при несинглотонной фаззификации значительно превосходит качество регрессии с использованием синглотонной фаззификации, а также имеет сопоставимую с методом регрессии Мамдани при несинглотонной фаззификации точность, но при меньшем количестве правил за счет возможности построения более сложной функции аппроксимации.**

<sup>1</sup>Непосредственно в самой статье не указано количество используемых правил. Однако авторами этой статьи опубликован программный код описанного в статье метода, запустив который удалось воспроизвести проводимые авторами эксперименты и восстановить количество правил в их нечетких системах.



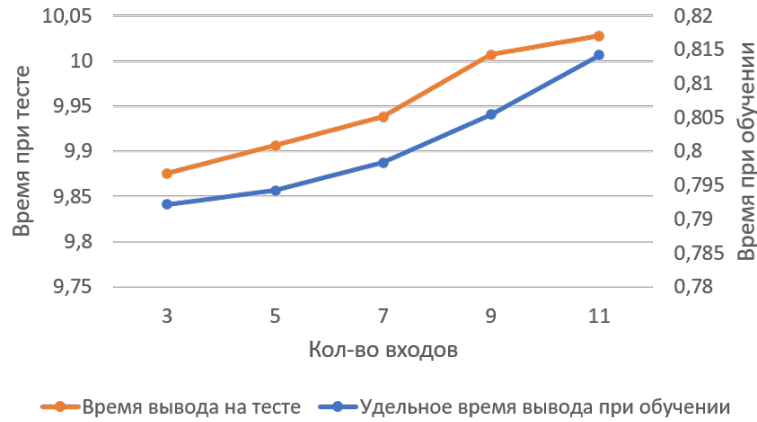


Рисунок 8 — График длительности выполнения параллельной реализации нечеткого вывода для обучающего и тестового набора данных при количестве правил  $N = 30$ .

После проведенного вычислительного эксперимента были получены показатели удельного (на одну точку из набора точек одной итерации алгоритма PSO) времени работы параллельного алгоритма нечеткого вывода на основе НЗИ на обучающем наборе данных и времени работы на тренировочном наборе данных для различного размера окна запаздывания, изображенные на рисунке 8. На этом рисунке наблюдается линейный рост времени выполнения алгоритма с увеличением количества входов нечеткой системы, что **подтверждает утверждение о полиномиальной зависимости временной сложности метода нечеткого вывода на основе НЗИ от количества входов**.

Для сравнения с альтернативными нечеткими моделями условия этого эксперимента были выбраны такими же как в публикации [**<empty citation>**], приводящей результаты прогнозирования временного ряда М-Г для нечетких систем типа Мамдани при сингтонной и несингтонной фаззификации. Качество прогнозирования оценивалось с использованием метрики sMAPE:

$$sMAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{\frac{|y_t| + |\hat{y}_t|}{2}},$$

где  $y_t$  и  $\hat{y}_t$  соответствуют истинному и предсказанному значению в момент времени  $t$ .

По итогу проведенного эксперимента лучший показатель качества прогнозирования по этой метрике на рисунке 9 достигается при размере окна запаздывания — 3 точки.

Модель логического типа определяет задание функции  $\mu_{\mathbf{A}_k \rightarrow B_k}(\mathbf{x}, y)$  на основе известных функций принадлежности  $\mu_{\mathbf{A}_k}(\mathbf{x})$  и  $\mu_{B_k}(y)$  с помощью одной из предложенных в [2] функций импликации:

$$\mu_{\mathbf{A}_k \rightarrow B_k}(\mathbf{x}, y) = I(\mu_{\mathbf{A}_k}(\mathbf{x}), \mu_{B_k}(y)),$$

где  $I$  — некоторая импликация.

Ставится задача определить нечеткий вывод  $B'_k \subseteq Y$  для системы, представленной в виде (??), если на входах — нечеткие множества.  $\mathbf{A}' = A'_1 \times A'_2 \times \dots \times A'_n \subseteq \mathbf{X}$  или  $x_1$  есть  $A'_1$  и  $x_2$  есть  $A'_2$  и ... и  $x_n$  есть  $A'_n$  с соответствующей функцией принадлежности  $\mu_{\mathbf{A}'}(\mathbf{x})$ , которая определяется как

$$\mu_{\mathbf{A}'}(\mathbf{x}) = \bigwedge_{i=1, n} \mu_{A'_i}(x_i). \quad (3)$$

Несингтонный фаззификатор отображает измеренное  $x_i = x'_i, i = \overline{1, n}$  в нечеткое число, для которого  $\mu_{A'_i}(x'_i) = 1$  и  $\mu_{A'_i}(x_i)$  уменьшается от единицы по мере удаления от  $x'_i$ . В соответствии с обобщенным нечетким правилом modus ponens [2], нечеткое множество  $B'_k$  определяется композицией нечеткого множества  $\mathbf{A}'$  и отношения  $\mathbf{R}_k$ , т.е.

$$B'_k = \mathbf{A}' \circ (\mathbf{A}_k \rightarrow B_k),$$

или, на уровне функций принадлежности

$$\mu_{B'_k}(y|\mathbf{x}') = \sup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \left\{ \mu_{\mathbf{A}'}(\mathbf{x}') \overset{T_2}{\star} I(\mu_{\mathbf{A}_k}(\mathbf{x}), \mu_{B_k}(y)) \right\}. \quad (4)$$

В (4) применена условная нотация, так как ввод в нечеткую систему происходит при определенном значении  $\mathbf{x}$ , а именно  $\mathbf{x}'$ . Обозначение  $\mu_{B'_k}(y|\mathbf{x}')$  показывает, что  $\mu_{B'_k}$  изменяется с каждым значением  $\mathbf{x}'$ . **Вычислительная сложность выражения (4) составляет  $O(|X_1| \cdot |X_2| \cdot \dots \cdot |X_n| \cdot |Y|)$  т.е. экспоненциальная.**

**Вторая глава** посвящена построению более эффективного метода нечеткого вывода на основе нечеткого значения истинности (НЗИ) и формальному описанию его приложения к задачам классификации и регрессии временных рядов на основе нечетких систем с фаззификацией типа non-singleton.

*Альтернативный метод нечеткого вывода с полиномиальной вычислительной сложностью*

Нечеткое значение истинности нечеткого множества  $A$  относительно н. м.  $A'$  представляет собой нечеткое множество с функцией принадлежности совместимости  $CP(A, A')$   $A$  по отношению к  $A'$ , причем  $A'$  рассматривается как достоверное:

$$\tau_{A_k|A'}(v) = \mu_{CP(A_k, A')}(v) = \sup_{\substack{\mu_{A_k}(x)=v \\ x \in X}} \{\mu_{A'}(x)\}. \quad (5)$$

Для нечеткой системы с одним входом истинностное преобразование позволяет выполнить переход к новому виду формулы композиционного правила вывода:

$$\mu_{B'_k}(y|\mathbf{x}') = \sup_{v \in [0,1]} \left\{ \tau_{A_k|A'}(v) \overset{T_2}{\star} I(v, \mu_{B_k}(y)) \right\}. \quad (6)$$

Это соответствует новой структуре правил в базе правил:

$$\text{Если } nzi \text{ есть ИСТИННО, то } y \text{ есть } B'_k \quad (7)$$

Для нечеткой системы с несколькими входами НЗИ вычисляются по каждому входу отдельно, а затем производится их свертка по расширенной по принципу обобщения  $\tilde{T}$ -норме.

$$\tau_{\mathbf{A}_k|\mathbf{A}'}(v) = \tilde{T}_{1,n} \tau_{A_{ki}|A'_i} = \sup_{\substack{i=1,n \\ v_i=v \\ (v_1, \dots, v_n) \in [0,1]^n}} \left\{ \tilde{T}_3 \tau_{A_{ki}|A'_i}(v_i) \right\} \quad (8)$$

$$= \sup_{\substack{i=1,n \\ \mu_{A_{ki}}(x_i)=v \\ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{x}}} \left\{ \tilde{T}_3 \mu_{A'_i}(x_i) \right\}, v \in [0, 1], \quad (9)$$

Рекурсивная схема вычисления свертки НЗИ по формуле (9) иллюстрируется выражением:

$$\begin{aligned} \tau_{A_k, A'}(v) &= \tilde{T}_{1,n} \tau_{A_{ki}|A'_i}(v_i) \\ &= \left( \dots \left( \left( \mu_{CP(A_{k1}, A'_1)}(v_1) \tilde{T}_1 \mu_{CP(A_{k2}, A'_2)}(v_2) \right) \tilde{T}_1 \dots \right) \tilde{T}_1 \mu_{CP(A_{kn}, A'_n)}(v_n) \right). \end{aligned}$$

Тогда для системы с  $n$  входами выражения нечеткого вывода на основе НЗИ (6) примет вид:

$$\mu_{B'_k}(y|\mathbf{x}') = \sup_{v \in [0,1]} \left\{ \tau_{\mathbf{A}_k|\mathbf{A}'}(v) \overset{T_2}{\star} I(v, \mu_{B_k}(y)) \right\} \quad (10)$$

Порядок функции временной сложности вычисления  $B'_k$  на основе выражения (10) составляет  $O(n|V|^2 + |V| \cdot |Y|)$ , где  $V = CP(A_k, A')$ . Сравнение схем нечетких выводов с соответствия с соотношениями (4) и (10) представлены на рис. 1.

Нейро-сетевая структура изображена на рисунке

В [0] ослаблено ограничение на использование одной и той же  $T$ -нормы в работах Менделя на примере вывода типа Мамдани, а также

$$\begin{aligned} d_1 &= d_2, \\ d_t &= \frac{1}{\sqrt{2}}(x_t - x_{t-1}), \quad (12) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \hat{\sigma}_t^2 &= (1 - \alpha)\hat{\sigma}_{t-1}^2 + \alpha(d_t - \hat{d}_t)^2 \\ &= \sum_{p=1}^t \alpha(1 - \alpha)^{t-p}(d_p - \hat{d}_p)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_t &= (1 - \alpha)\hat{d}_{t-1} + \alpha d_t \\ &= \sum_{p=1}^t \alpha(1 - \alpha)^{t-p} d_p. \quad (13) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \hat{\sigma}_t &= \sqrt{\hat{\sigma}_t^2}, \end{aligned} \quad (14) \quad (15)$$

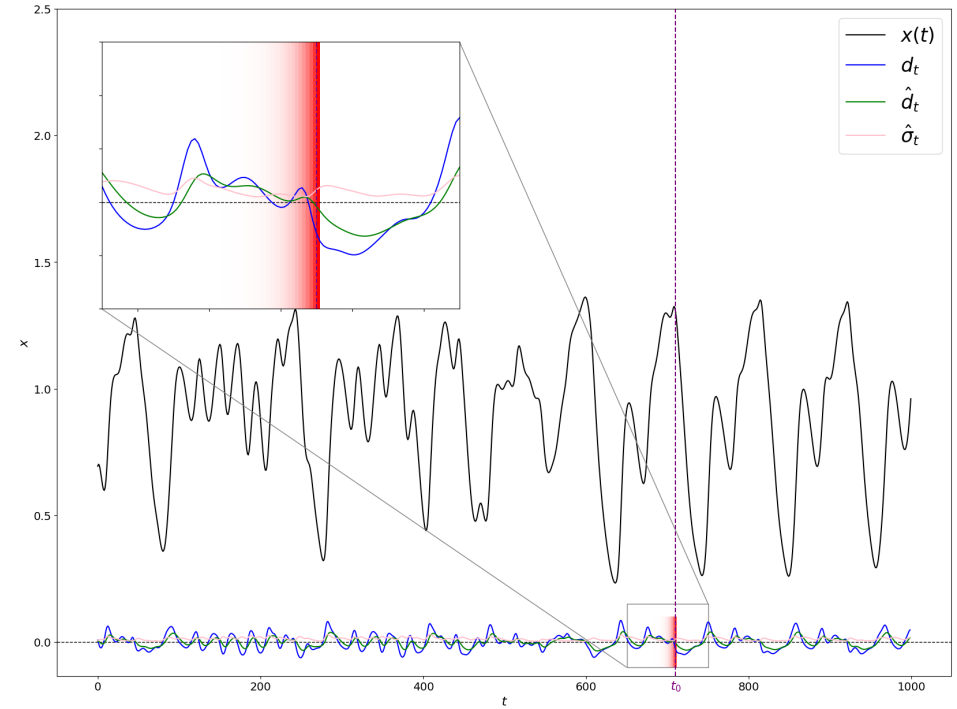


Рисунок 7 — График сгенерированной последовательности Mackey-Glass  $x(t), t \in [0; 999]$ , график разностей соседних точек  $d_t$  последовательности  $x(t)$ , график  $\hat{d}_t$  с наложением экспоненциально взвешенного сглаживания на последовательность разностей и график экспоненциально взвешенного скользящего среднеквадратичного отклонения разностей  $\hat{\sigma}_t$ . На вложенном изображении участка  $t \in [650, 750]$  яркостью красного цвета показано значения весового коэффициента  $\alpha(1 - \alpha)^{t-p}, p = 1, t_0$  при  $\alpha = 0.2$ .

**Четвёртая глава** содержит описание нескольких проведенных экспериментов для оценки характеристик разработанной нечеткой модели прогнозирования временных рядов. Первый эксперимент направлен на подтверждение полиномиальной зависимости времени нечеткого вывода от количества входов нечеткой системы, а также на прирост качества прогнозирования при использовании нечеткого вывода логического типа с несинглтонной фаззификацией. Второй эксперимент был проведен для оценки качества в прикладной задаче прогнозирования временных рядов.

Первый эксперимент проводился с использованием синтетического набора данных Maskey-Glass (M-G). В данной работе этот набора данных был сгенерирован в результате решения дифференциального уравнения:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \beta \frac{x(t-\tau)}{1+x(t-\tau)^n} - \gamma x(t), \quad (11)$$

со значениями параметров  $\tau = 30, \beta = 0.2, \gamma = 0.1$ .

В эксперименте использовался участок временного ряда  $t = \overline{1,1000}$ , а также применялся адаптивный метод оценки зашумленности временной последовательности в каждой точке  $t$  на основе экспоненциально взвешенного скользящего среднего.

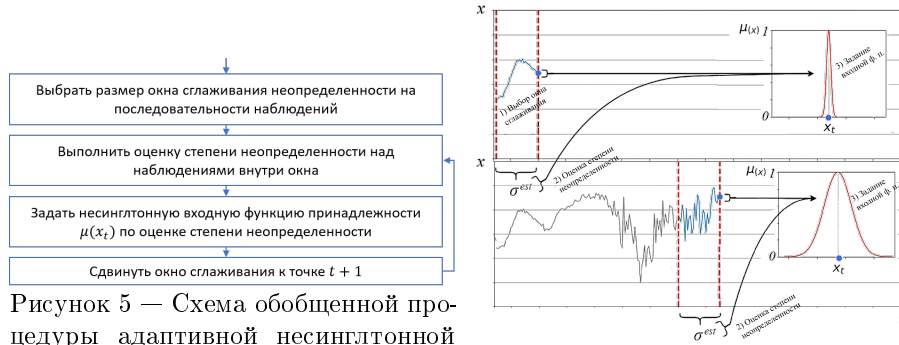


Рисунок 5 — Схема обобщенной процедуры адаптивной несинглтонной фаззификации временной последовательности.

Нечеткие множества для значений временного ряда были получены с использованием этой процедуры фаззификации временных рядов (5) для обеспечения адаптивности оценки неопределенности в конкретной точке. Формулы для вычисления степени неопределенности показаны ниже

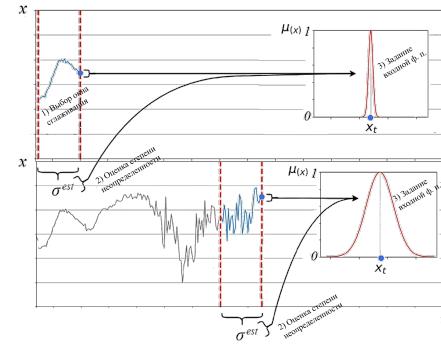


Рисунок 6 — Иллюстрация процедуры несинглтонной фаззификации временного ряда с низким (вверху) и высоким (внизу) уровнем шума.

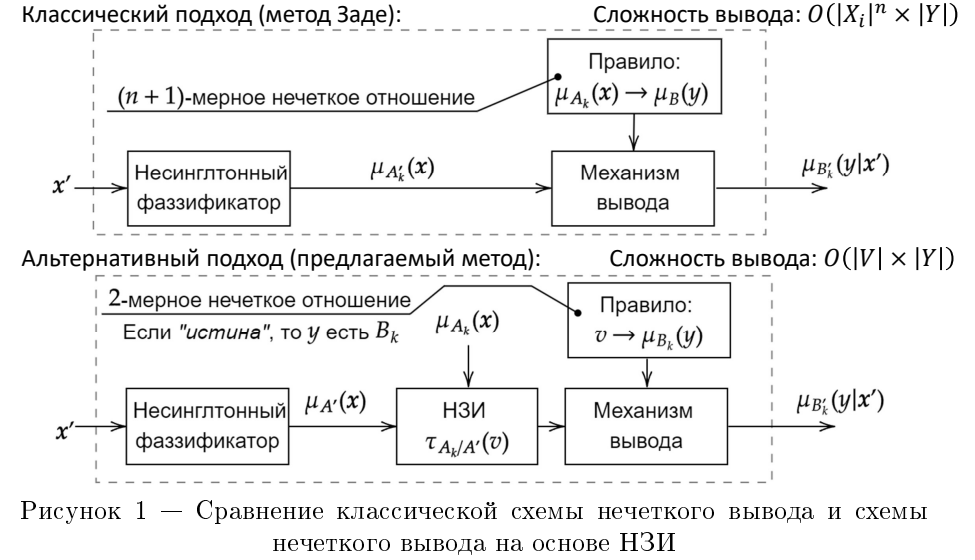


Рисунок 1 — Сравнение классической схемы нечеткого вывода и схемы нечеткого вывода на основе НЗИ

показано, что вывод по отдельному правилу при  $T_2 = T_4 = T$  может быть записан через *меру возможности*:

$$\mu_{B'_k}(y) = \sup_{v \in [0;1]} \left\{ \tau_{A_k|A'} \overset{T_2}{\star} (v \overset{T_4}{\star} \mu_{B_k}(y)) \right\} = \Pi_{A_k|A'} \overset{T}{\star} \mu_{B_k}(y),$$

где  $\Pi_{A_k|A'} = \sup_{v \in [0;1]} \left\{ \tau_{A_k|A'} \overset{T}{\star} v \right\}$ . Также в этой статье показана зависимость результата дефаззификации от ширины гауссовой функции принадлежности при использовании  $T$ -нормы Ларсена и дефаззификации *по центру суммы*, в отличие от дефаззификации *по среднему центру*.

Для предложенного метода вывода на основе нечеткого значения истинности в [**<empty citation>**] показано, что для достаточно удаленных и непересекающихся выходных ф. п. нечетких множеств, т. е. когда  $\mu_{B_k}(\bar{y}_r) = 0$  для  $k \neq r$  (как изображено на рисунке 3), **сложность вычисления дефаззификации по центру тяжести сокращается за счет упрощения выражений импликаций**.

Тогда для модели классификации

Тогда для модели регрессии.

**Третья глава** посвящена выработке эффективной параллельной реализации разработанного метода нечеткого вывода на основе нечеткого значения истинности с использованием технологии CUDA. В главе описаны ключевые особенности организации вычисления нечеткого вывода при использовании технологии CUDA, параллельный алгоритм свертки НЗИ,

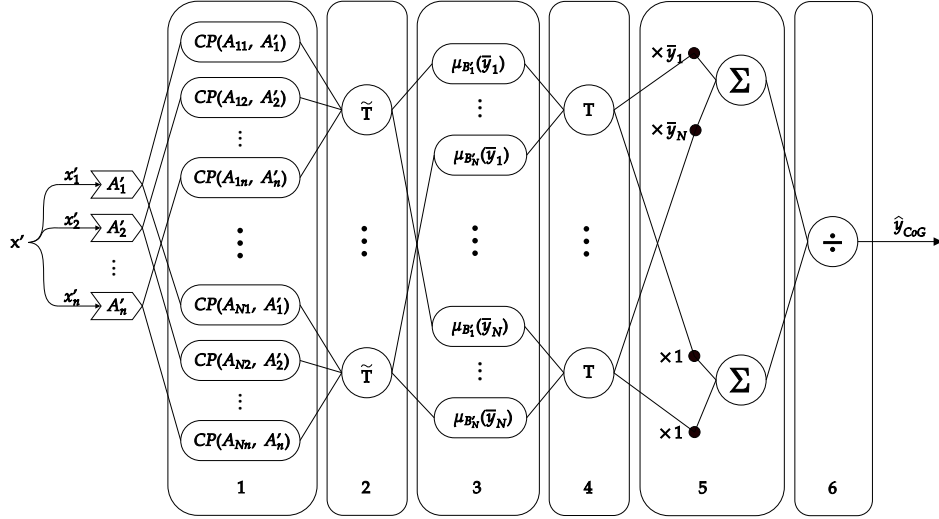


Рисунок 2 — Схема нейро-нечеткой системы с использованием дефаззификации по методу центра тяжести

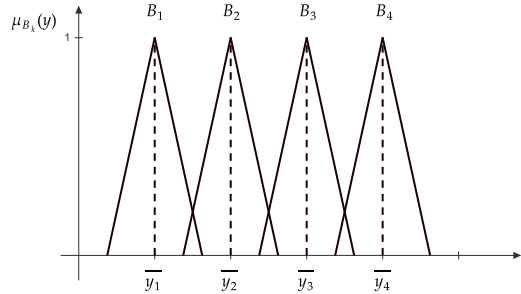


Рисунок 3 — Пример нечетких множеств, удовлетворяющих условию  $\mu_{B_k}(y_r) = 0$  для  $y \neq r$ .

особенности реализации методов дефаззификации в нечеткой модели регрессии и схема ускоренного вывода регрессионной нечеткой системы за счет предварительного отбора правил с ближайшими антецедентами.

**ДОПИШУ:**

Составлена конфигурация

При дискретизированном вычислении ф. п. свертки НЗИ в некоторой точке расчетной сетки  $v_j \in [0,1]$  потребуется просматривать значения НЗИ в отрезке  $[v_j, 1]$ , то есть имеет вычислительную сложность  $O(D_{ftv})$ ,

где  $D_{ftv}$  — число точек расчетной сетки ф. п. НЗИ. Таким образом вычисление свертки НЗИ по формуле (??) может быть распараллелено по точкам расчетной сетки, а нахождение  $\tau_{A_k|A'}(v_j)$  использует операцию свертки, которая в имеет ограниченную возможность распараллеливания, но в целом требует большого количества повторных вычислений значений  $\tau_{A_{ki}|A'_i}(v_k), v_k \in [v_j, 1]$ . В 1 [**empty citation**] предложен алгоритм вычисления свертки НЗИ сразу по всем входам с использованием техники динамического программирования, имеющий линейную зависимость от размера расчетной сетки  $D_{ftv}$ . Алгоритм приведен на алг. 1.

**Algorithm 1** Алгоритм свертки НЗИ при  $T_1 = \min$  и  $T_3(a, b) \geq T_3(c, d)$  если  $a > c$  или  $b > d$

**Require:**  $ftv_i, i = \overline{1, n}$   
 $max\_ftv[i] = 0;$   
**for**  $v_j = 1 \dots 0$  **do**  
 $s \leftarrow \{ftv_i[v_j] \mid ftv_i[v_j] \geq max\_ftv[i]\};$   
 $max\_ftv[i] \leftarrow \max(max\_ftv[i], ftv_i[v_j]);$   
 $v\_max\_index \leftarrow \arg \max_i \{ftv_i[v_j]\};$   
**if**  $s = \emptyset$  &  $i = v\_max\_index$  **then**  
 $r[i] \leftarrow ftv_i[v_j];$   
**else**  
 $r[i] \leftarrow max\_ftv[i];$   
**end if**  
 $ftv'[v_j] \leftarrow T_3 \{r[i]\};$   
**end for**  
**return**  $ftv'$

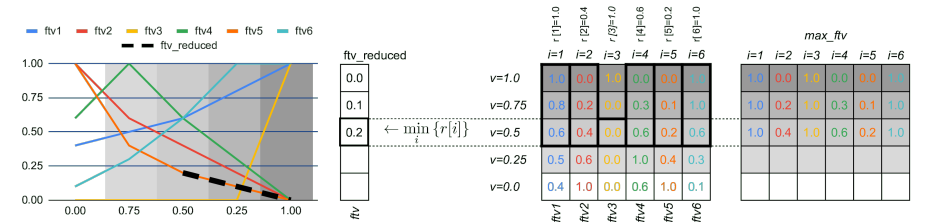


Рисунок 4 — Пример работы параллельного алгоритма свертки НЗИ при расчетной сетке состоящей из 5 точек.

Для точного вычисления значения дефаззификации выхода нечеткой системы используется метод оптимизации *Gradient-aware Particle Swarm Optimization*.