Лабораторная работа №4
Интеграция с языками C/C++
Вариант 2

При выполнении заданий допускается использование стандартных библиотек C/C++, в том числе — комплексной арифметики.

1 [3]. Реализовать mex-функцию [x1 x2 x3 x4] = biquadsolve(A,B,C) на языке C/C++, которая решает биквадратное уравнение $Ax^4 + Bx^2 + C = 0$, возвращает четыре его корня. Все числа комплексные. Выходные аргументы x3, x4 могут быть не указаны. Входные параметры A, B, C могут быть векторами или матрицами одинакового размера, тогда решение ищется поэлементно, а выходные аргументы будут матрицами того же размера. Вставить проверку правильности полученного ответа средствами MatLab.

2 [3]. Реализовать mex-функцию [Q,R] = qr_c(A), рассчитывающую QR-разложение квадратной матрицы A методом Грама–Шмидта. Реализовать аналогичную функцию [Q,R] = qr_m(A) с использованием простейших средств Матлаба (циклы; оператором двоеточия пользоваться нельзя)

3 [1,5]. Сравнить точность функций qr (стандартная матлабовская функция), qr_c, qr_m (из предыдущего задания) для матриц различной размерности, построив соответствующие графики.

4 [1,5]. Сравнить скорости выполнения функций qr (стандартная матлабовская функция), qr_c, qr_m (из задания 2) для матриц различной размерности, построив соответствующие графики.

5 [4]. Реализовать mex-функцию mMat = solveKFP(m_initVec,sigmaVec,T,L1,L2,M,N) на языке C/C++, которая решает уравнение Колмогорова–Фоккера–Планка

$$\frac{\partial m(t,x)}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\left(\sigma^2(x)m(t,x)\right)}{\partial x^2} = 0,$$

$$m(0,x) = m_0(x).$$

где $m = m(t,x)$ — плотность распределения, $t \in [0,T]$, $x \in \mathbb{R}$, $m_0(x)$ — плотность распределения в начальный момент времени. Функция solveKFP принимает на вход плотность распределения в начальный момент времени m_initVec, вектор значений волатильности sigmaVec для каждого временного узла, временной горизонт T, границы фазового пространства L1 и L2, а также число узлов разбиения M фазового пространства и N временного пространства. Выходной аргумент функции — матрица mMat, которая является решением уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка.

Следует численно проверить, что $\int\limits_{\mathbb{R}} m(t,x)dx = 1$, $\forall t \in [0,T]$.

В качестве начального распределения использовать нормальное распределение, а также подобрать примеры с негладкими функциями $m_0(x)$.

Следует использовать явную разностную схему. Предполагается выполнение условия Куранта: $\dfrac{\max\limits_x \sigma^2(x)}{2} \cdot \dfrac{\Delta t}{\Delta x^2} < \dfrac{1}{2}$.

Следует использовать следующие краевые условия: $\dfrac{\partial m}{\partial x} = 0$ на границах фазового пространства.

6 [3]. Реализовать аналогичную заданию 5 функцию в Матлабе и сравнить скорости вычисления решения уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка матлабовской функции и mex-функции в зависимости от размерностей фазовой и временной координат.