An example of unicode-math

Will Robertson
wspr81@gmail.com

October 4, 2014

This is an example of the unicode-math package. It allows you to write maths with Unicode input and to use fonts that contain Unicode mathematical glyphs. Follow along in the source code to see how it works.

After loading the package and selecting a font, you shouldn't need to change much to continue to write maths as always.

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-st} f(t)\,\mathrm{d}t$$

The style of Latin and Greek letters is set up by default to match the output of standard LaTeX: Latin letters and Greek lowercase letters are italic, and Greek uppercase letters are upright. These can be configured with the `math-style` package option.

One very important feature to recognise is that bold maths now works consistently for both Latin and Greek letters. By default, `\mathbf` will turn a Latin letter bold and upright, and a Greek letter will remain italic and also become bold. For example:

$$\mathbf{a} = a\,\mathbf{I} \qquad \boldsymbol{\beta} = \beta\,\mathbf{I}$$

This behaviour can be configured with the `bold-style` package option.

In the examples above, I've used LaTeX commands to input characters like `\beta`, `\infty`, and so on. These may now be typed directly into the source of the document:

$$\text{ð ‰} = \text{‡—ð ‡} \qquad \text{ð} = \frac{1}{4}\text{,€(ð} + \text{ð ‡)}$$

$$\text{«,€}^3 x \text{ ¿ † , ,,}(x) \ldots \text{ †}\, x$$

It does not matter if you use upright or italic characters; they will be normalised according to the setting of the `math-style` and `bold-style` options.

And that's a brief introduction to the package. Please see the documentation for further details. This is a new package; feedback, suggestions, and bug reports are all most welcome. arabic1

$$\stackrel{4}{=} \underbrace{\coprod_{i=0}^{\infty}}_{\mathbf{324}} \xleftarrow{\phi}\!\!\!\!\leftarrow \dot{\rightarrow} \qquad \begin{tikzcd} A \arrow[r, "\phi \quad \psi"] \arrow[d] & B \arrow[d, "\xi"] \\ C \arrow[r, "\eta"] & D \end{tikzcd}$$

$\mathcal{ABCDEFGHIJKLNMOPQRSTUVWXYZ}$
$abcdefghijklnmopqrstuvwxyz$
$\mathfrak{ABCDEFGHIJKLNMOPQRSTUVWXYZ}$
$\mathfrak{abcdefghijklnmopqrstuvwxyz}$
$\mathbf{ABCDEFGHIJKLNMOPQRSTUVWXYZ}$
$\mathbf{abcdefghijklnmopqrstuvwxyz}$
$\rightarrow \rightarrowtail \twoheadrightarrow \prod \coprod$

Part I
Grundlagen

iGruppenaxiome

Unter einer Gruppe verstehen wir eine Struktur vom Typ **Grp** $= \langle \circ, ^{-1}, 1 \rangle$, derart dass folgende Identitäten gelten

- $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ (Assoziativität)
- $a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = 1$ (Inversenabblildung)
- $a \circ 1 = 1 \circ a = a$ (neutrales Element)

Theorem 0.1. *Hallo*

iiDie Sylow'schnen Sätze

Eine natürliche Frage, welche sich aus dem Theorem von Lagrange ergibt, welche Aussagen über die Anzahl und Art der Untergruppen von Ordnung n einer endlichen Gruppe G getroffen werden können. Für $n \nmid |G|$ ist selbige Anzahl nach dem Theorem von Lagrange (TODO: REF) gleich null. Ist G zyklisch, so ist jene Anzahl im Falle $n \mid |G|$ genau eins. Tatsächlich muss es aber für $n \mid |G|$ keine Untergruppen dieser Ordnung geben, was man am leichtesten an der symmetrischen Gruppe $\operatorname{Aut} m$ sieht, denn wählt man nun n als eine Zyklizität erzwingende Zahl, sodass $m < n | m!$, dann gibt es offensichtlich keine Untergruppen von $\operatorname{Aut} m$ dieser Ordnung. ist es ob bei einer endlichen Gruppe G der

Tatsächlich lassen sich aber befriedigende Aussagen treffen, falls $n = p^e$ die Potenz einer Primzahl p ist. Diese werden gemeinhin als Sylow'sche Sätze bezeichnet.

Definition 0.1 (p-Gruppe). Sei G eine Gruppe derart, dass jedes Element $g \in G$ eine Primzahlpotenz p^{e_g} als Ordnung hat (wobei p eine feste Primzahl sei.

Remark 1. Eine triviale Konsequenz der SYLOW'schen Theoreme wird es sein, dass jede endliche p-Gruppe selbst von Primzahlpotenzordnung p^e ist.

Theorem 0.2 (Existenz von p-Untergruppen jeder Ordnung). *Sei G eine endliche Gruppe mit $|G| = p^e n$. Für die Anzahl $N_{p^e} := |\{U \leq G : |U| = p^e\}|$ gilt dann*

$$N_{p^e} = 1 \ mod \ p$$

Proof. Wir betrachten die Aktion von G auf den p^e-elementigen Untermengen von $G_{\mathbf{Set}}$ welche gegeben wird durch elementweise Rechtsmultiplikation. Die Bahnengleichung für diese Aktion wird dann zu

$$\left| \binom{G_{\mathbf{Set}}}{p^e} \right| = \sum_i \left| G/\mathrm{stab} A_i \right|,$$

wobei A_i Repräsentanten der G-Bahnen sind. Für $A_i \rightarrowtail G_{\mathbf{Set}}$, $|A_i| = p^e$ gilt allerdings dann $A_i(\mathrm{stab} A_i)_{\mathbf{Set}} = A_i$, also ist A_i eine disjunkte Vereinigung von Linksnebenklassen von $\mathrm{stab} A_i$ und mithin $|\mathrm{stab} A_i| \, |p^e$. Betrachten wir also obige gleichung modulo pn, so folgt

$$\binom{p^e n}{p^e} = n N_{p^e} \bmod pn,$$

denn alle Terme, in denen $\mathrm{stab} A_i < p^e$ ist in obiger Gleichung entfallen und die übrigen Terme zählen genau für jede p^e-elementige Untergruppe von G ihre Linksnebenklassen (derer gibt es n). Daraus folgt

$$\frac{1}{n} \binom{p^e n}{p^e} = \binom{p^e n - 1}{p^e - 1} = N_{p^e} \bmod p,$$

wobei der Ausdruck auf der Linken Seite gleich 1 ist modulo p. Dies sieht man einerseits daran, dass dies für die zyklische Gruppe mit $p^e n$ Elementen gilt, andererseits lässt sich auch das Theorem von LUCAS (TODO : REF) auf den letzten Binomialkoeffizienten anwenden. Wir erhalten dann

$$N_{p^e} = \binom{p^e n - 1}{p^e - 1} = \binom{p-1}{p-1}^e = 1 \bmod p.$$

Theorem 0.3. *Jede endliche Gruppe G hat p-SYLOW-Gruppen. Für jede p-Untergruppe U und eine p-SYLOW-Gruppe von G gibt es ein Element $g \in G$, sodass $U \rightarrowtail P^g$. Insbesondere sind alle p-SYLOW-Gruppen konjugiert zueinander und ihre Anzahl ist $|G/N_G P|$.*