

Entrega 3: Modelo Matemático e Implementación en Sistemas de Prueba

IIND-4115

José Nicolás Cárdenas Trujillo

j.cardenast – 201922006

Karen Dayana Culma Ramírez

kd.culma – 201817546

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de los Andes

Bogotá D.C., Colombia

2023-02

1. CLARIDAD Y COMPLETITUD DEL MODELO MATEMÁTICO

Es importante considerar que un SDEE se configura como una red mallada interconectada. En primer lugar, una malla es una red en la cual cada elemento está conectado con todos los demás. Por lo tanto, una red mallada interconectada consiste en un conjunto de mallas que están interconectadas de tal manera que se forma una red más extensa.[2]

Para plantear una definición formal y rigurosa del problema se usó el artículo de Borges et al (2014).[2]

1.1 Conjuntos.

- $\Gamma \quad \Omega_b$: conjunto de nodos.
- $\Gamma \quad \Omega_l$: conjunto de arcos.
- $\Gamma \quad T$: conjunto de períodos de tiempo.

1.2 Parámetros.

- $\Gamma \quad P_i^D \in \mathbb{R}$: demanda de potencia activa en el nodo i en el período t (kW).
- $\Gamma \quad Q_i^D \in \mathbb{R}$: demanda de potencia reactiva en el nodo i (KVar).
- $\Gamma \quad R_{ij} \in \mathbb{R}$: resistencia del arco ij (Ω).
- $\Gamma \quad X_{ij} \in \mathbb{R}$: reactancia del arco ij (Ω).
- $\Gamma \quad Z_{ij} \in \mathbb{R}$: impedancia del arco ij (Ω).
- $\Gamma \quad \underline{V} \in \mathbb{R}$: voltaje mínimo (kV).
- $\Gamma \quad \overline{V} \in \mathbb{R}$: voltaje máximo (kV).
- $\Gamma \quad \overline{I}_{ij} \in \mathbb{R}$: máxima corriente del arco ij (A).

1.3 Función objetivo.

Se quiere minimizar la pérdida de potencia activa del SDEE:

$$\min \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{t \in T} R_{ij} I_{ij,t}^{sqr}.$$

1.4 Variables de decisión.

- $P_{ij,t} \in \mathbb{R}$: flujo de potencia activa en el arco ij en el período t .
- $\Gamma \quad Q_{ij,t} \in \mathbb{R}$: flujo de potencia reactiva en el arco ij en el período t .
- $\Gamma \quad I_{ij,t}^{sqr} \in \mathbb{R}$: la raíz del flujo de corriente en el arco ij en el período t .
- $\Gamma \quad V_{i,t}^{sqr} \in \mathbb{R} \in \mathbb{R}$: la raíz del voltaje presente en el nodo i en el período t .
- $\Gamma \quad \Delta_{ij,t}^V \in \mathbb{R}$: intervalo de discretización de $V_{i,t}^{sqr}$.
- $\Gamma \quad y_{ij,t} \in \{0,1\}$: define si el interruptor en el arco ij estará activo en el período t .

Note que, de entrada, el problema comenzaría siendo uno de optimización lineal entera mixta debido al uso de variables tanto continuas como binarias.

1.5 Restricciones.

- (1) $\forall i \in \Omega_b, t \in T : \sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,t} + R_{ij} I_{ij,t}^{sqr}) + P_{i,t}^S = P_{i,t}^D.$
- (2) $\forall i \in \Omega_b, t \in T : \sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,t} + X_{ij} I_{ij,t}^{sqr}) + Q_{i,t}^S = Q_{i,t}^D.$
- (3) $\forall ij \in \Omega_l, t \in T : V_{i,t}^{sqr} = V_{j,t}^{sqr} + 2(R_{ij} P_{ij,t} + X_{ij} Q_{ij,t}) - Z_{ij}^2 I_{ij,t}^{sqr} + \Delta_{ij,t}^V.$
- (4) $\forall ij \in \Omega_l, t \in T : -b^V(1 - y_{ij,t}) \leq \Delta_{ij,t}^V \leq b^V(1 - y_{ij,t}).$
- (5) $\forall ij \in \Omega_l, t \in T : V_{i,t}^{sqr} I_{ij,t}^{sqr} = P_{ij,t}^2 + Q_{ij,t}^2.$
- (6) $\forall i \in \Omega_b, t \in T : \underline{V}^2 \leq V_{i,t}^{sqr} \leq \bar{V}^2.$
- (7) $\forall ij \in \Omega_l, t \in T : 0 \leq I_{ij,t}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 y_{ij,t}.$
- (8) $\sum_{ij \in \Omega_l} y_{ij,t} = |N| - 1.$

A continuación, se explicarán cada una de las restricciones de manera individual:

- (1) Ecuación de balance de potencia activa. Esta restricción y la siguiente dicen, de manera coloquial, "todo lo que entra debe salir". Además, están fuertemente relacionadas con la primera ley de Kirchhoff.
- (2) Ecuación de balance de potencia reactiva.
- (3) Ecuación que representa la disminución del voltaje en un arco particular. Está fuertemente ligada a la ley de Ohm.
- (4) Esta desigualdad permite restringir los valores entre los cuales los intervalos de discretización deberán encontrarse, y se activará solo cuando se decida prender el interruptor de un arco particular.
- (5) Ecuación que permite calcular la magnitud del flujo de corriente de un arco particular. También está fuertemente ligada a la ley de Ohm.
- (6) Definir los límites del voltaje.
- (7) Definir los límites del flujo de corriente.
- (8) Debe haber una cantidad suficiente de circuitos para satisfacer una de las dos condiciones para que la solución defina una topología radial.

Debido a que hay restricciones con varias variables de decisión al cuadrado, así como otras en las que se multiplican entre sí, este problema de optimización no es lineal. Específicamente, es un problema de programación no lineal entera mixta. Por ende, si se planea resolverlo con programación lineal, es necesario llevar a cabo varias linealizaciones. Además, este problema requiere un gran conocimiento de teoría de grafos y flujo en redes, ya que los SDEE se pueden representar mediante redes. Por ejemplo, se necesita conocimiento sobre conceptos como grafos conexos y árboles de recubrimiento.

2. Validación y Robustez del Modelo

La robustez en este modelo de optimización se medirá por su habilidad para operar eficazmente y generar soluciones sólidas en contextos inciertos o cuando los datos se ven afectados por perturbaciones. Un modelo robusto destaca al desempeñarse bien en diversas circunstancias, sin ser vulnerable a pequeñas variaciones en los parámetros o las condiciones del problema.

Para reforzar la robustez de este modelo, se consideran las siguientes estrategias:

1. **Análisis de Sensibilidad:** Se realiza un análisis para evaluar cómo las soluciones óptimas cambian ante pequeñas alteraciones en los parámetros. Esto permite identificar los parámetros críticos y los menos influyentes.
2. **Tolerancia en Restricciones:** En lugar de imponer restricciones estrictas, es viable introducir tolerancias. Esto implica permitir un margen de error en lugar de exigir que las restricciones se cumplan de manera precisa.
3. **Validación de Resultados:** Se realiza pruebas y validación para verificar la calidad de las soluciones en diferentes situaciones y así asegurarse de que cumplen con los requisitos y restricciones.

3. Implementación en Sistemas de Prueba

En el contexto de este proyecto, se cuentan con 5 sistemas de prueba que han sido proporcionados por el curso. El enfoque inicial consiste en la implementación del código utilizando la instancia de menor tamaño, la cual se compone de 14 nodos en la red eléctrica. Esta instancia más pequeña sirve como punto de partida y permite establecer una base sólida para el desarrollo y optimización del modelo.

Una vez que se haya logrado una solución satisfactoria para la instancia de 14 nodos, se procederá a abordar las demás instancias disponibles. La estrategia es seguir un proceso escalonado, abordando cada instancia en orden ascendente de tamaño o complejidad.

Este enfoque gradual y secuencial permite una implementación más controlada y efectiva del código, ya que se pueden aplicar las lecciones aprendidas en instancias anteriores a las posteriores. Además, facilita la detección temprana de posibles desafíos o problemas en las instancias más pequeñas, lo que contribuye a una implementación más robusta y eficiente en las instancias más grandes.

4. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- [1] Baran, M.E., & Wu, F.F. (1989). Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing. *IEEE Power Engineering Review*, 9, 101-102.
- [2] Borges, M. C. O., Franco, J. F., & Rider, M. J. (2014). Optimal Reconfiguration of Electrical Distribution Systems Using Mathematical Programming. Fecha de publicación: 28 de agosto de 2013. URL: <https://github.com/tabarespozos/Flujo en redes 202302/blob/main/Proyecto/2-Optimal%20Reconfiguration>
- [3] Carvajal, S. X., López, J. M., & Lemoine, C. A. (2009). Reconfiguración de sistemas de distribución de energía eléctrica usando un algoritmo de optimización basado en colonia de hormigas. *Tecnura*, 12(24), 14-22.
- [4] Gebru, Y., Aeggegn, D., Kefale, H., & Gizaw, K. (2021). Performance enhancement of radial distribution system using simultaneous network reconfiguration and switched capacitor bank placement. *Cogent Engineering*, 8, 1897929. <https://doi.org/10.1080/23311916.2021.1897929>
- [5] Hernández Figueroa, J. (2013). Reconfiguración de redes eléctricas en sistemas de distribución de energía eléctrica utilizando Teoría de Grafos.

- [6] Jabr, Rabih. (2013). Polyhedral Formulations and Loop Elimination Constraints for Distribution Network Expansion Planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*. 28. 1888-1897. 10.1109/TPWRS.2012.2230652.
- [7] Lavorato, M., Franco, J.F., Rider, M.J., & Romero, R.A. (2012). Imposing Radiality Constraints in Distribution System Optimization Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27, 172-180.
- [8] Mirjalili, S. M., & Yang, X.-S. (2014). Binary bat algorithm. *Neural Computing and Applications*, 25(3-4), 663-681. <https://doi.org/10.1007/s00521-013-1525-5>
- [9] Mon, M.Y. (2014). Design and Calculation of 5 MVAR Shunt Capacitor Bank at 33 kV Bus in Distribution Substation.
- [10] Quintero Durán, M, Candelo Becerra, J y Cabana Jiménez, K. (2019). Distribution network reconfiguration with large number of switches solved by a modified binary bat algorithm and improved seed population. *Tehnicki vjesnik*.
- [11] Salau, A.O., Gebru, Y.W., & Bitew, D. (2020). Optimal network reconfiguration for power loss minimization and voltage profile enhancement in distribution systems. *Heliyon*, 6.
- [12] Shafik, M., Rashed, G., Chen, H., Elkadeem, M. R., & Wang, S. (2019). Reconfiguration Strategy for Active Distribution Networks with Soft Open Points. En *Proceedings of the 2019 6th International Conference on Industrial Engineering and Applications* (pp. 330-334). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2019.8833865>
- [13] Short, T. A. (2003). *Electric Power Distribution Handbook*. Power Publishing. 9 Flujo en Redes Universidad de los Andes
- [14] Verma, E. P. (2016). Mesh Interconnection Network Definition, Advantages, Disadvantages. YuvaYana. <https://er.yuvayana.org/mesh-interconnection-network-definition-advantages-disadvantages/>
- [15] Wen-jie, G., Litao, Y., Aoyang, H., & Zhengjie, L. (2021). Optimal Dispatch Model of Active Distribution Network Based on Particle Swarm optimization Algorithm with Random Weight. 2021 IEEE 2nd International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Internet of Things Engineering (ICBAIE), 482-485.10 Flujo en Redes Universidad de los Andes
- [16] Zheng, W., Huang, W., Hill, D. J., & Hou, Y. (2021). An Adaptive Distributionally Robust Model for Three-Phase Distribution Network Reconfiguration. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 12(2), 1224-1237. <https://doi.org/10.1109/TSG.2020.3030299>