2020.1.14 Kitada pp. 141.（公理的集合論の初歩）.

ラッセルのパラドクスの克服：Zelmelo, Fraenkel.

1908年 Zelmelo, Fraenkel による公理的集合論 ZF（選択公理加えて ZFC となる）.

Axiom (Axiom of class)

$$\exists X \forall x (x \in X \Leftrightarrow A(x)).$$

X : A(x) をみたす x すべての集まり（class だが set ではない）

Axiom（外延性公理）.

$$\forall x \forall y \forall z \ (z \in x \Leftrightarrow z \in y) \Rightarrow x = y$$

要素が同一であれば集合として同一.

Axiom（空集合の公理）

$$\exists x \forall y \neg (y \in x)$$

一切の要素を持たない集合が存在する.

Axiom（対の公理）.

$$\forall x \forall y \exists z \forall w. \quad w \in z \Leftrightarrow ((x = w) \vee (y = w)).$$

x, y のどちらかのみ要素に持つ集合 z が存在.

Axiom（和集合）.

$$\forall x \exists y \forall z \quad y \in z \Leftrightarrow \exists t ((z \in t) \wedge (t \in x)).$$

Axiom（置換公理）.

$$(\forall x \exists! y \, Fn(x,y)) \Rightarrow \forall u \exists v \forall r \ \overset{\forall}{r} \in \overset{\exists}{v} \Leftrightarrow \exists s (\overset{\exists}{s} \in \overset{\forall}{u} \wedge Fn(\overset{\exists}{s}, \overset{\forall}{r})).$$

実際には、n に具体的な値が入ってはじめて公理となるので、これは公理図式

この辺り、まだよくわからん