

Tarea-examen 1

Conjuntos y lógica

FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

Fecha de entrega: 2 de marzo de 2023

Lógica proposicional

Ejercicio 1

Sea $e : Prop \rightarrow 2$, prueba que las siguientes fórmulas son equivalencias lógicas.

- a) $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$
- b) $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$
- c) $(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$
- d) $(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$
- e) $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$
- f) $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$

Ejercicio 2

- a) Define los símbolos \vee , \wedge y \leftrightarrow en términos de \rightarrow y \neg .
- b) Muestra que $P \leftrightarrow (\neg(\neg P))$ es tautología.
- c) Muestra que $(P \wedge Q) \rightarrow P \models P \rightarrow (P \vee Q)$.
- d) $P \models P \vee Q$
- e) $P \wedge Q \models Q$
- f) $P \models (Q \rightarrow P) \vee Q$

Teoría de Conjuntos

Ejercicio 3

Prueba los siguientes enunciados

- a) si $b \in A$ entonces $b \subseteq \bigcup A$ y $\bigcap A \subseteq b$
- b) si $A \subseteq B$ entonces $\bigcup A \subseteq \bigcup B$ y $\bigcap B \subseteq \bigcap A$
- c) $A \subseteq B$ si y solo si $P(A) \subseteq P(B)$
- d) si $a \in B$ entonces $P(a) \in P(\bigcup B)$
- e) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
- f) $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$, mostrar un ejemplo donde no se da la igualdad

Ejercicio 4

Decimos que un conjunto z es transitivo si

$$\forall x \forall y (x \in y \wedge y \in z \rightarrow x \in z)$$

Muestra que los siguientes enunciados son equivalentes

- a) z es transitivo
- b) $\forall y (y \in z \rightarrow y \subseteq z)$
- c) $\bigcup z \subseteq z$
- d) $z \subseteq P(z)$
- e) $\bigcup P(z) \subseteq P(z)$
- f) $\forall x \forall y (x \in y \wedge y \subseteq z \rightarrow x \subseteq z)$
- g) $z \in P(P(z))$

Ejercicio 5

Demuestra los siguientes enunciados, r es una relación en un conjunto A

- a) r es una relación transitiva y antisimétrica sii r está incluida en la relación diagonal o identidad
- b) r es una relación de equivalencia sii r^{-1} es una relación de equivalencia
- c) r es una relación de equivalencia sii r es reflexiva y euclidiana

Sean $F : A \rightarrow B$ y $G : B \rightarrow C$ funciones:

- a) si $G \circ F : A \rightarrow C$ es biyectivo entonces F es inyectiva y G suprayectiva
- b) dar un ejemplo donde $G \circ F : A \rightarrow C$ sea biyectiva pero F no suprayectiva y G no inyectiva
- c) Dar un ejemplo donde F sea inyectiva y G suprayectiva pero $G \circ F$ sea no inyectiva y no suprayectiva