



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: Ejemplos de productos arbitrarios

PROFESORA: Karina G. Buendía y José Dosal

MATERIA: Conjuntos y lógica

NOMBRE DEL ALUMNE: _____

- a) El producto cartesiano de la familia de conjuntos $\mathcal{A} = \{A_i\}_{i \in \{1,2,3\}}$ se denota como $\prod_{i=1}^3 A_i$ donde $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{x, y, z\}$ y $A_3 = \{Pepe\}$.

Es fácil ver que el producto es el conjunto:

$$\prod_{i=1}^3 A_i = \{(a, x, Pepe), (a, y, Pepe), (a, z, Pepe), (b, x, Pepe), (b, y, Pepe), (b, z, Pepe)\}$$

Pero cada uno de estos elementos es una función. Dicho de otro modo, el producto calcula todas las funciones cuyo dominio es el conjunto de índices I y cuyo codominio es la unión de los A_i . Por ejemplo, la tupla $(a, x, Pepe)$ representa a la función f_1 tal que $f_1(1) = a$, $f_1(2) = x$ y $f_1(3) = Pepe$. El producto cartesiano es el conjunto que contiene exactamente estas seis funciones, que podemos describir formalmente como conjuntos de pares ordenados:

$$f_1 = \{(1, a), (2, x), (3, Pepe)\}$$

$$f_2 = \{(1, a), (2, y), (3, Pepe)\}$$

$$f_3 = \{(1, a), (2, z), (3, Pepe)\}$$

$$f_4 = \{(1, b), (2, x), (3, Pepe)\}$$

$$f_5 = \{(1, b), (2, y), (3, Pepe)\}$$

$$f_6 = \{(1, b), (2, z), (3, Pepe)\}$$



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXAMEN: Ejemplos de productos arbitrarios

PROFESORA: Karina G. Buendía y José Dosal

MATERIA: Conjuntos y lógica

NOMBRE DEL ALUMNE: _____

b) Sea la familia de conjuntos $\mathcal{F} = \{\{1, 2\}, \{a, b, c\}, \{\text{Pepe}\}\}$. Si la función de indexación es la identidad $I : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ donde $I(A) = A$, tenemos que nuestro dominio es la propia familia \mathcal{F} y el codominio es la $\bigcup_{A \in \mathcal{F}} A$.

Así, los elementos del producto $\prod_{A \in \mathcal{F}} A$ son funciones g que deben cumplir lo siguiente:

- $g(\{1, 2\})$ debe ser 1 o 2.
- $g(\{a, b, c\})$ debe ser a , b o c .
- $g(\{\text{Pepe}\})$ debe ser Pepe.

El producto cartesiano es, por tanto, el siguiente conjunto de $2 \times 3 \times 1 = 6$ funciones:

$$g_1 = \{(\{1, 2\}, 1), (\{a, b, c\}, a), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$

$$g_2 = \{(\{1, 2\}, 1), (\{a, b, c\}, b), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$

$$g_3 = \{(\{1, 2\}, 1), (\{a, b, c\}, c), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$

$$g_4 = \{(\{1, 2\}, 2), (\{a, b, c\}, a), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$

$$g_5 = \{(\{1, 2\}, 2), (\{a, b, c\}, b), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$

$$g_6 = \{(\{1, 2\}, 2), (\{a, b, c\}, c), (\{\text{Pepe}\}, \text{Pepe})\}$$