

**Семинар по теме “Кинематика. Способы описания движения. Радиус-вектор, скорость и ускорение. Прямая и обратная задача кинематики.**

**Тангенциальное и центростремительное ускорения. Вращательное движение. Радиус кривизны траектории. Связь линейных и угловых кинематических величин. Связь скоростей и ускорений в различных системах отсчета. Принцип относительности и преобразования Галилея.”**

*Теория:*

Средние векторы скорости и ускорения точки:

$$\langle \vec{v} \rangle = \Delta \vec{r} / \Delta t$$

$$\langle \vec{a} \rangle = \Delta \vec{v} / \Delta t$$

где  $\Delta \vec{r}$  – перемещение (приращение радиуса-вектора)

Скорость и ускорение точки:

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt$$

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt$$

Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории:

$$a_\tau = dv_\tau/dt$$

$$a_n = v^2/R$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории в данной точке

Полное ускорение при криволинейном движении

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Путь пройденный точкой

$$s = \int v dt$$

где  $v$  – модуль скорости

Угловые скорость и ускорение твердого тела

$$\vec{\omega} = d\vec{\varphi}/dt$$

$$\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$$

В случае равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Связь между линейными и угловыми величинами

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}]$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$\vec{a}_\tau = \varepsilon R$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор рассматриваемой точки относительно произвольной точки оси вращения,  $R$  – расстояние от точки до оси вращения.

*Задачи:*

1. Автомобиль “Тесла” в режиме автопилота проехал треть пути со скоростью 90 км/ч. Оставшуюся часть пути он половину времени двигался со скоростью 80 км/ч, а последний участок — со скоростью 60 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля за всё время.
2. В видеоигре снаряды от двух различных типов противников движутся с постоянными скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ . Их радиус-векторы в начальный момент относительно игрока равны  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ . При каком условии может произойти столкновение снарядов (каково должно быть соотношение между этими четырьмя векторами) ?
3. За время  $\tau = 10$  мин дрон для аэрофотосъёмки наполовину облетел вокруг круглого участка радиусом  $R = 160$  м. Вычислить за это время:
  - а) среднюю скорость дрона  $\langle v \rangle$ ;
  - б) модуль среднего вектора скорости дрона  $|\langle v \rangle|$ ;
  - в) модуль среднего вектора полного ускорения дрона  $|\langle a \rangle|$ , если дрон двигалась с постоянным тангенциальным ускорением.
4. Радиус-вектор радиоуправляемой машины относительно оператора меняется со временем  $t$  по закону  $\vec{r} = \vec{b}t(1 - \frac{\alpha t}{2})$ , где  $\vec{b}$  — постоянный вектор,  $\alpha$  — положительная постоянная. Найти:

- а) скорость  $\vec{v}$  и ускорение  $\vec{a}$  машины в зависимости от времени;
- б) промежуток времени  $\Delta t$ , по истечении которого машина вернётся в исходную точку, а также путь  $s$ , который она при этом пройдёт

5. Рассмотрим, как работает колесо. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота  $\varphi$  зависит от времени как  $\varphi = \beta t^2$ , где  $\beta = 0,30 \text{ рад/с}^2$ . Найдём полное ускорение  $\vec{a}$  точки А на ободе колеса в момент  $t = 3 \text{ с}$ , если линейная скорость точки А в этот момент  $\vec{v} = 0,7 \text{ м/с}$ .