

Линейные операторы 13.4

Задача 1



Приведите матрицу оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$, заданного своей матрицей в стандартном базисе, к нормальной форме Жордана, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

В качестве ответа ввести матрицу в Жордановой нормальной форме

Для ответа

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.041 & 1.5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1.5 & 2 & 3.136 \end{pmatrix}$$

введите

Пример ввода: [0.2, 1.04, 1.5; 1, 2, 3; 1.5, 2, 3.14]

Ваш ответ: [2, 1; 0, 2]

Задача 2



Дана матрица оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^7, \mathbb{R}^7)$ в некотором базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Найти все собственные значения оператора, а также его полные, геометрические и алгебраические кратности.

Ответ ввести в формате [собственное значение 1, полная кратность 1, геометрическая кратность 1, алгебраическая кратность 1; собственное значение 2, полная кратность 2,

геометрическая кратность 2, алгебраическая кратность 2; собственное значение 3, ... и т.д.].

Для ответа

$$\lambda = 2, \quad full_2 = 4, \quad geom_2 = 3, \quad alg_2 = 2$$

$$\lambda = -3, \quad full_{-3} = 2, \quad geom_{-3} = 1, \quad alg_{-3} = 2$$

Пример ввода:

[2, 4, 3, 2; -3, 2, 1, 2]

Ответ: [-10, 3, 2, 4; -1, 4, 2, 4]

Задача 3



Найти спектр оператора $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$, заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Для спектра $\sigma_A = \{7^{(2)}, -3^{(1)}\}$

Пример ввода: [-3, 7, 7]

Ваш ответ: [0, 1, 1]

Задача 4



Оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ задан в явном виде, как

$$\varphi\left(\begin{pmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \xi^1 + \xi^2 + \xi^3 \\ \xi^1 + 2\xi^2 + 2\xi^3 \\ -\xi^1 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу оператора φ в стандартном базисе.

Ответ вводить с точностью до двух знаков после запятой

Ответу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.041 & 1.5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1.5 & 2 & 3.136 \end{pmatrix}$$

соответствует

Пример ввода: [0.2, 1.04, 1.5; 1, 2, 3; 1.5, 2, 3.14]

Ваш ответ: [1, 1, 1; 1, 2, 2; -1, 0, 0]

Задача 5



Вычислите базис образа оператора, заданного матрицей в стандартном базисе

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Ответу

$$v1 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \end{pmatrix}, \quad v2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3; 4, 5, 6]

Ваш ответ: [1, 1, 1]

Задача 6



Вычислите базис ядра оператора, заданного матрицей в стандартном базисе

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответу

$$v1 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \end{pmatrix}, \quad v2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3; 4, 5, 6]

Ваш ответ: [1, 0, 1]

[На главную](#)

