Семинар по теме “Работа и энергия. Работа силы. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Связь между кинетическими энергиями в различных системах отсчета. Теорема Кѐнига. Потенциальные и консервативные силы. Потенциальная энергия. Связь силы и потенциальной энергии. Одномерное движение в потенциальном поле. Финитное и инфинитное движение. Неупругое и абсолютно упругое столкновения двух тел.”

Теория:

Работа силы $\vec{F}$ при бесконечно малом перемещении $d\vec{r}$ материальной точки, на которую действует сила (точки приложения силы), равна скалярному произведению силы на это перемещение:

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}$$

Работа силы $\vec{F}$ при конечном перемещении материальной точки, на которую действует сила, равна:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Здесь r_1 и r_2– радиус-векторы точки в начальный и конечный мо- менты времени. Заметим, что в общем случае работа силы зависит от выбора системы отсчета, а также от траектории движения материальной точки, на которую действует сила (не только от начального и конечного положения материальной точки).

Мощность силы – физическая величина, численно равная работе, совершаемой силой за единицу времени:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fvcos\alpha$$

Кинетическая энергия материальной точки – физическая величина, равная:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Материальная точка, находящаяся в потенциальном силовом поле, обладает потенциальной энергией, причем связь между силой, действующей на точку, и потенциальной энергией, имеет вид:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p = -gradE_p$$

где

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

оператор набла (Гамильтона), т.е. потенциальные силы определяются как градиент потенциальной энергии взятой со знаком «минус». Таким образом, проекции силы равны:

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x},\ F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y},\ F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z},$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих потенциальных сил:

потенциальная энергия квазиупругой силы:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек:

$$E_p = -\gamma\frac{m_1 m_2}{r}$$

потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью планеты на высоту $h << R$ (R-радиус планеты)

$$E_p = mgh$$

Механическая энергия системы – сумма кинетической и потенциальной энергий механической системы:

$$E = E_k + E_p$$

Замкнутая (изолированная) механическая система – это механическая система, для которой сумма всех внешних сил равна нулю:

Закон сохранения энергии

Для замкнутой системы, в которой отсутствуют диссипативные силы (силы, рассеивающие энергию) сумма кинетической и потенциальной энергии есть величина постоянная:

$$E_k + E_p = const$$

Работа, совершаемая механической системой над внешними телами численно равна убыли механической энергии системы:

$$A = -\Delta E = -(E_2 - E_1) = E_1 - E_2$$

Работа, совершаемая внешними силами над материальной точкой, идет на приращение ее кинетической энергии (теорема о кинетической энергии):

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Изменение полной механической энергии системы численно равно работе внешних сил:

$$\Delta E = A_{\text{внешн}}$$

Теорема Кёнига: кинетическая энергия системы материальных точек равна сумме кинетической энергии движения центра масс системы и кинетической энергии движения точек относительно центра масс.

$$E_{\text{к}} = \widetilde{E_{\text{к}}} + \frac{MV_c^2}{2}$$

где $\widetilde{E_{\text{к}}}$ – кинетическая энергия движения точек относительно центра масс.

Существует большой класс стационарных, т. е. не зависящих от времени сил, обладающих общим свойством: работа которых не зависит от формы пути, по которому перемещается тело, а определяется только начальным или конечным положением тела 1 и 2 .
Такие силы называются **консервативными**.

Силовое поле, в котором действуют только консервативные силы, называется **потенциальным**.

Важным примером консервативных сил являются **центральные силы**. Это силы, в любой точке пространства направленные вдоль прямой, проходящей через одну и ту же точку, называемую силовым центром, и зависящие только от расстояния до этого центра.

К неконсервативным относятся прежде всего **диссипативные** силы, в результате действия которых механическая энергия системы убывает (диссипирует), переходя в немеханические формы, обычно в теплоту.

Примером диссипативных сил являются силы трения. Вне зависимости от того, это силы вязкого трения (зависят от скорости частицы) или сухого трения (не зависят от скорости), они всегда направлены против перемещения. Следовательно, работа диссипативных сил на любой траектории, в том числе и на замкнутой, отрицательна.

Неконсервативные силы могут и не быть связаны с диссипацией энергии. Например, работа силы Лоренца, действующей на движущуюся заряженную частицу в магнитном поле, или центростремительной силы при движении по дуге окружности, равна нулю всегда, а не только при перемещении по замкнутой траектории.

Так как работа консервативных сил зависит только от начального и конечного положений тела, то можно ввести скалярную величину, определяющая положение тел, убыль которой равна работе:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathbf{r}} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

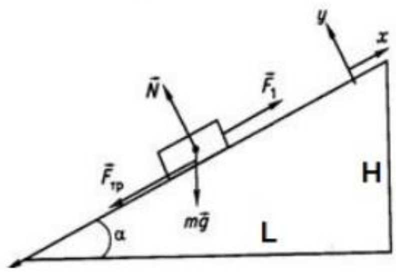
Величина U называется **потенциальной энергией**. Соответственно поле консервативных сил называется потенциальным полем.

Задачи:

1. Тенисный мячик летит от игрока с координатами (8,9,-3) (м) (относительно камеры, снимающей игру) в точку с координатами (1,2,-4) (м). На мячик действует сила $F = 3e_y$ (Н). Найдите работу этой силы.

2. Дрон для аэрофотосъёмки имеет потенциальную энергию $U = 5(x+y+z)$, где x, y, z — координаты дрона относительно оператора. Дрон начинает двигаться из точки с координатами (3; 3; 3) (м), и через время $t = 10$ оказывается в точке с координатами (10; 10; 10) (м) . Найдите его кинетическую энергию в этой точке

3. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы волоком втащить тело массой m на горку с длиной основания L и высотой H и углом $\alpha = 30^0$, если коэффициент трения равен μ.



4. Шарик висит на нити. В нем застревает пуля, летящая горизонтально, в результате чего нить отклоняется на некоторый угол. Как изменятся при увеличении массы шарика следующие величины: импульс, полученный шариком в результате попадания в него пули; скорость, которая будет у шарика тотчас после удара; угол отклонения нити? Пуля застревает очень быстро. Для каждой величины определите соответствующий характер изменения.

5. На гладкой горизонтальной плоскости находятся две небольшие шайбы с массами m1 и m2, которые соединены между собой невесомой пружинкой. Шайбам сообщили начальные скорости v1 и v2, направления которых взаимно перпендикулярны и лежат в горизонтальной плоскости. Найти полную энергию этой системы E в системе центра масс.