

# Операторы

## Задача 1



Найти все собственные числа, собственные вектора и присоединённые вектора оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^5)$ , заданного своей матрицей в стандартном базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Каждой строке в ответе должен соответствовать набор собственных векторов, составляющих ровно одну цепочку присоединённых векторов.

В начале строки введите собственное число, а затем в квадратных скобках введите: сначала собственный вектор, а затем, через точку с запятой цепочку присоединённых к нему.

Если матрица оператора в нормальной форме Жордана имеет вид

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

И при этом собственные и присоединённые вектора имеют вид

$$v_{\lambda=2}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1.12 \\ 2.103 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, u_{\lambda=2}^{(1,1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, v_{\lambda=2}^{(2)} = \begin{pmatrix} -7.988 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, v_{\lambda=-3}^{(1)} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 6.389 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**То в качестве ответа введите:**

2 [1.12, 2.10, -3, 2; 3, 8, 2, 4]

2 [-7.99, 5, 6, 2]

-3 [7, 5, 6.39, 2]

**Ваш ответ:** -2 [-1, 0, 0, -1, 0; 1, -1, 0, 0, 1; 1, 0, -1, 1, 0; 1, 0, 0, 0, 0] -3 [0, 0, 1, 0, 1]

## Задача 2



Найти спектр и собственные вектора оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ , заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 24 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

Для каждого собственного числа на отдельной строке введите это собственное число, и набор соответствующих ему собственных векторов.

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой.

Для ответа

$$v_{\lambda=3}^{(1)} = \begin{pmatrix} -2.98736 \\ 2.023 \\ 1.111 \end{pmatrix}, v_{\lambda=3}^{(2)} = \begin{pmatrix} 2.23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} v_{\lambda=-2}^{(1)} = \begin{pmatrix} -4.32002 \\ 1.0042 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Пример ввода:**  $-2$   $[-4.32, 1.004, -3]$

$3$   $[-2.987, 2.023, 1.111; 2.23, 2, 3]$

**Ваш ответ:**  $-9$   $[-2, 0, 2, 1]$   $3$   $[1, 0, 0, 0; 0, 1, 0, 0; 0, 0, 1, 0]$

## Задача 3



Оператор  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$  задан своей матрицей  $A_\varphi$  в паре базисов  $\{e_i\}_{i=1}^2$  и  $\{h_i\}_{i=1}^2$ , являющихся базисами пространств области определения области значения оператора соответственно.

Найти матрицу этого оператора  $\tilde{A}_\varphi$  в паре базисов  $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^2$  и  $\{\tilde{h}_i\}_{i=1}^2$ , если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{h}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tilde{h}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Для ответа  $\tilde{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

**Пример ввода:** [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

**Ваш ответ:** [5, 7; 2, 3]

---

[На главную](#)