Выполнила: Гафурова Фарангиз

Поток: 10.2

Вариант: 8

Задание №1. Определители и их свойства

А) Вычислить разложением по второй строке

Решение:

= 6 \* (-1)2+1  + 2 \* (-1)2+2  + 3 \* (-1)2+3  + 3 \* (-1)2+4  = -6( 1 \* – 1 \* + 1 \* ) + 2( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) - 3( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) + 3( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) = -6 (48 – 54 – 40 + 54 + 45 – 54) + 2( 240 – 270 – 64 + 66 + 72 -66) – 3(200 – 270 – 64 + 66 + 72 – 55) + 3(225 – 270 – 72 + 66 + 72 – 55) = 6 – 44 + 153 – 102 = 13.

Б) Вычислить разложением по третьему столбцу

Решение:

= 1 \* (-1)1+3  + 3 \* (-1)2+3  + 6 \* (-1)3+3  + 9 \* (-1)4+3  = ( 6 \* – 2 \* + 3 \* ) -3( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) + 6( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) - 9( 5 \* – 1 \* + 1 \* ) = 240 – 324 – 128 + 132 + 216 – 165 – 3(200 – 270 – 64 + 66 + 72 – 55) + 6(80 – 135 – 48 + 33 + 54 – 22) – 9(60 – 75 – 36 + 24 + 30 – 16) = -29 + 153 – 228 + 117 = 13.

В) Вычислить методом приведения к определителю диагональной матрицы методом Гаусса

Решение:

~ ~ ~ ~ ~ = = 5 \* \* ( \* ( -1) = 13.

Задание №2. Системы Крамера.

1. Решить методом Крамера

Решение:

= = 5 \* – 2 \* – 2 \* = 5(-5 – 12) – 2(15 – 4) – 2(9 + 1) = -127

= = -3 \* – 2 \* – 2 \* = -3(-5 – 12) – 2(65 – 20) – 2(39 + 5) = -127

= = 5 \* + 3 \* – 2 \* = 5(65 – 20) + 3(15 – 4) – 2(15 - 13) = 254

= = 5 \* – 2 \* – 3 \* = 5(-5 – 39) – 2(15 – 13) – 3(9 + 1) = -254

= 1 = -2 = 2

Б) Решить методом Гаусса

Решение:

~ ~ ~ ~

z = => z = 2

-10y – 11z = -2 => -10y = -2 + 11 \* 2 => y = -2

x + 3y + 5z = 5 => x = 5 – 3 \* (-2) – 5 \* 2 => x = 1

Ответ: x = 1; y = -2; z = 2.

Задание №3. Векторная алгебра

Даны четыре точки A, B, C и D. Найти , , где – угол векторами и , направляющий вектор биссектрисы угла , , , .

A(2, 1, −3), B(2, 4, 1), C(3, 3, −5), D(2, −2, −1);

Решение:

= + , = = 5

= + 2 -, = 3

= = =

Векторы 5 и 3 имеют одинаковую длину, поэтому их сумма направлена по биссектрисе угла ϕ, = + 2 -.

= ,

= = -14i + 4j – 3k

= =

= \* =

= =

Задание №4. Аналитическая геометрия на плоскости

Составить уравнения прямых, равноудаленных от трех точек A1(1, 2), A2(3, 0), A3(−4, −5). Сделать рисунок.

Решение:

Середина отрезка A1A2: x = = 2, y = = 1. B1 = (2, 1)

Середина отрезка A1A3: x = = -1.5, y = = -1.5. B2 = (-1.5, -1.5)

Середина отрезка A2A3: x = = -0.5, y = = -2.5. B3 = (-0.5, -2.5)

Прямая, проходящая через середину A1A2 и A1A3

Угловой коэффициент: k = = =

Точка на прямой: (2, 1)

Уравнения прямой: y – 1 = (x - 2)

Прямая, проходящая через середину A1A2 и A2A3

Угловой коэффициент: k = =

Точка на прямой: (-1.5, -1.5)

Уравнения прямой: y + 1.5 = (x + 1.5)

Прямая, проходящая через середину A1A3 и A2A3

Угловой коэффициент: k = = -1

Точка на прямой: (-0.5, -2,5)

Уравнения прямой: y + 2.5 = -(x + 0.5)

Изображение выглядит как линия, текст, рукописный текст, диаграмма

Автоматически созданное описание

Задание №5. Аналитическая геометрия в пространстве

Через прямую перпендикулярные плоскости, одна из которых проходит через точку (1, −1, 1). Написать уравнения этих плоскостей. Сделать рисунок.

Решение:

α1:

α2:

Поскольку линия пересечения плоскостей α1 и α3 лежит в плоскости α2, то плоскость α3 принадлежит множеству плоскостей, проходящих через прямую пересечения плоскостей α1 и α2. Любую плоскость из этого множества мы можем записать в виде:

+ k (x – z + 2) = 0,

или

(1 + k) x – 2y – kz + 1 + 2k.

Для того, чтобы плоскости α1 и α3 были перпендикулярными, скалярное произведение их нормальных векторов = (1, -2, 0) и = (1 + k, -2, −k) должно быть равно нулю. Это приводит к уравнению для определения k:

(1 +k) – 2 \* (-2) – k \* 0 = k + 5 = 0

Получаем k = -5. Подставляя найденное значение в уравнение, получим уравнение искомой плоскости:

α3:

Изображение выглядит как Детское искусство, зарисовка, линия, рисунок

Автоматически созданное описание

Задание №6. Канонические уравнения кривых на плоскости

Найти параметр p параболы y2 = 2px, если известно, что эта парабола проходит через точки пересечения прямой y = x с окружностью x2 + y2 − 6x = 0. Сделать рисунок.

Решение:

Найдем координаты точек пересечения прямой с окружностью.

y = x, x2 + y2 − 6x = 0

x2 + x2 − 6x = 0

2x2 − 6x = 0

2x (x - 3) = 0

M(0, 0); N(3, 3)

Изображение выглядит как рукописный текст, текст, линия

Автоматически созданное описание

Поставим эти точки в уравнение параболы y2 = 2px

02 = 2p \* 0 32 = 2p \* 3

p = 0 p = =

Задание №7. Каноническая форма кривых второго порядка

Выполнив последовательно преобразования координат: поворот, а затем параллельный перенос координатных осей, преобразовать к каноническому виду уравнение кривой второго порядка и построить ее в канонической и исходной системе координат, а также найти параметры кривой.

Решение:

Выполняем поворот осей по формулам

x = x1 cos α – y1 sin α, y = x1 sin α + y1 cos α

Подставим эти выражения для x и y в исходное уравнение и выделим коэффициент при x1y1:

x1 y1 cos α sin α + ) + x1 y1 sin α cos α + ) – 6 (() - + (x1 cos α – y1 sin α) - (x1 sin α + y1 cos α) =0

Приравняв нулю коэффициент при x1 y1, получаем:

-10 cos α sin α + 10 sin α cos α – 6 + 6 = 0,

откуда = 1, = -1. Зная , можно найти sin α и cos α по формулам тригонометрии:

sin α = , cos α =

= 1, cos α = sin α =

Поставим полученные значения в уравнения кривой в новых координатах. После вычисления коэффициентов получим уравнение:

+ 4 – 8 y1 =0

В полученном уравнении выделим полные квадраты двучленов x1 + x0 и y1 + y0:

+ (2y1 – 2)2 - 4 =0

Выполнив параллельный перенос по формулам

X = x1, Y = 2y1 – 2,

получим в системе XO’Y уравнение кривой

X2 + Y2 = 4

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, Параллельный, текст

Автоматически созданное описание

Задание №8. Поверхности второго порядка

Приведенные поверхности ограничивают в пространстве некоторые тела вращения конечных размеров. Назвать типы этих поверхностей и нарисовать тело в данной системе координат.

a) z = x2 + y2 – 4, z = ;

b) x2 + z2 = 4, z = 6 – y, y =0;

c) z = 1 +, z = , z = - , z = -1 - +

Решение:

1. z = x2 + y2 – 4, z =
2. Первое уравнение запишем в виде: x2 + y2 = z + 4

Это эллиптической параболоидом. Это поверхность, которая имеет параболическую форму вдоль осей x и y, с вершиной в точке (0, 0, -4) и открывается вверх. Она ограничена вращением параболы вокруг оси z.

1. Второе уравнение после возведения в квадрат и простейшей перестановки членов приобретает вид: x2 + y2 + z2 = 4

Это поверхность, которая имеет полусферическую форму, заключенную в положительном полупространстве z. Она ограничена вращением полуокружности вокруг оси z.

Изображение выглядит как свеча, дизайн

Автоматически созданное описание

1. x2 + z2 = 4, z = 6 – y, y = 0
2. Первое уравнение x2 + z2 = 4 представляет собой цилиндр радиусом 2, вытянутый вдоль оси y.
3. Вторая поверхность z = 6 – y представляет собой плоскость, параллельную плоскости xz.

Изображение выглядит как снимок экрана, дизайн

Автоматически созданное описание

1. z = 1 +, z = , z = - , z = -1 - +
2. Первое уравнение после возведения в квадрат и простейшей перестановки членов приобретает вид: x2 + y2 + z2 – 2z =1.

Эта поверхность представляет верхнюю полусферу с радиусом = и центром в точке (0,0,1) и является эллиптическим параболоидом

1. Второе уравнение так же возводим в квадрат и запишем в виде: x2 + y2 – z2 = 1.

Эта поверхность представляет часть верхней полусферы радиусом 1 и центрированную в начале координат, имеющую ограничение по x и y от -1 до 1. Это поверхность, состоящая из сечений в форме окружностей, параллельных плоскости xy, и ограниченная внизу плоскостью z = 0 и является гиперболическим параболоидом.

1. Третье уравнение после возведения в квадрат и простейшей перестановки членов приобретает вид: x2 + y2 + z2 = 1.

Эта поверхность представляет часть нижней полусферы радиусом 1 и центрированную в начале координат, имеющую ограничение по x и y от -1 до 1. Это поверхность, состоящая из сечений в форме окружностей, параллельных плоскости xy и ограниченная вверху плоскостью z = 0 и так же является гиперболическим параболоидом, но с отрицательными значениями z.

1. z = -1 - +

Эта поверхность представляет конус с вершиной в точке (0, 0, -1 - ) и осью, проходящей через начало координат. Это поверхность, которая расширяется от вершины к бесконечности по оси z, формируя конусообразную структуру.

Изображение выглядит как фиолетовый, Сирень, Фиолетовый, шляпа

Автоматически созданное описание