Typologie par Topologie

Une étude de la topologie du réseau ferroviaire suisse

Le travail correspondant à ce projet est disponible sur <u>ce dépôt Github</u>. Le produit final sous forme de site web est disponible à <u>cette adresse</u>.

Karim Assi & Abed Alrahman Shabaan

Introduction et motivation

Les CFF sont reconnus pour leur excellence en matière de transport ferroviaire en comparaison avec les pays voisins. D'un point de vue purement topologique, le réseau ferré suisse est maillé et décentralisé, contrairement au réseau français en étoile, polarisé autour de Paris.

Cependant, des disparités en matière d'offre ferroviaire peuvent apparaître dans certaines régions suisses. En effet, les niveaux d'investissement en infrastructure sur le réseau ferroviaire n'ont pas profité équitablement aux différents cantons suisses. Ces inégalités peuvent être perçues en observant les projets de développement entrepris par les CFF. Par exemple, la plupart des projets de Rail 2000 (« Rail 2000 », s. d.) proposent principalement des améliorations en Suisse alémanique (Hennet, 2008; *Rail 2000, un big bang pour la Suisse romande* ?, 2005). Ce n'est que récemment que la priorité a été donnée à la Suisse romande à travers les projets comme Léman 2030 et Léman Express.

La typologie du réseau ferroviaire helvétique traduit-elle des particularités territoriales suisses ?

Il s'agira dans ce travail d'analyser la topologie du réseau ferroviaire suisse d'un point de vue mathématique. Dans un premier temps, nous étudierons les données GTFS (General Transit Feed Specification) mises à disposition par les CFF afin de construire un graphe représentant le réseau ferré. Ensuite, à l'aide d'outils d'analyse de graphes, nous étudierons les propriétés de ce dernier pour détecter des particularités territoriales et créer une typologie.

Une telle modélisation nous permettra donc d'étudier les différentes propriétés du réseau comme la centralité des gares ou encore le poids de certains tronçons au sein du système ferroviaire. La contextualisation de notre analyse dans le cadre de la Suisse nous permettra de déterminer si certaines régions sont mieux desservies, ou même plus favorables au développement des transports publics.

Nous profiterons également de porter un regard critique sur la représentation des données de transport et ses limites ainsi que sur la comparabilité et interprétabilité des résultats de notre étude. Pour cela, nous comparerons d'abord les différents moyens de représenter des données de transport pour tenter de justifier l'utilisation du standard GTFS. Nous verrons ensuite dans quelles mesures des études similaires peuvent être comparées.

Revue de littérature

Avant de plonger dans le vif du sujet, nous avons identifié des travaux existants en lien avec notre étude. De tels travaux peuvent être utiles lors de l'analyse de nos résultats à des fins de comparaison. Mohmand & Wang (2014) se sont intéressés aux chemins de fers pakistanais, et étudient sa structure afin d'identifier les gares importantes et des points de congestion. Cao et al. (2019) ont défini une classification des gares du réseau ferroviaire chinois : ils font la distinction entre gare principale, gare passerelle, et gare périphérique. Enfin, de Regt et al. (2019) ont étudié le réseau ferroviaire national de Grande Bretagne et proposent des indicateurs de performance qui peuvent être utilisés pour des études de développement d'infrastructures. Plusieurs autres études ont réalisé des analyses similaires, mais en se focalisant sur tout un réseau de transports publics (Soh et al., 2010) ou encore sur un seul mode, comme le bus (De Bona et al., 2016). Une étude a été réalisée pour analyser l'évolution du réseau routier suisse (Erath et al., 2009).

1 Construction du graphe

La première étape est donc de construire le graphe qui va nous permettre de modéliser le réseau de transport ferroviaire suisse. Un graphe est un objet mathématique comportant des objets, ou nœuds, mis en relation à l'aide de liens.

1.1 Traitement des données

Le point de départ du projet sont les données de transport GTFS (SBB Personenverkehr, 2021), qui spécifient plusieurs informations relatives au réseau de transport voyageur (tous modes confondus), et notamment les horaires durant une année. Concrètement, les données correspondent à plusieurs fichiers, liés les uns aux autres. Parmi les plus importants, on peut citer celui qui spécifie le nom et la localisation de chaque arrêt, et celui qui spécifie la séquence d'arrêts de chaque ligne et itinéraire.

Comme cette étude se focalise sur le transport ferroviaire, nous avons d'abord filtré les données pour ignorer tous les arrêts et les lignes de trams, bus, métros, crémaillères et remontées mécaniques. Nous avons aussi décidé de ne garder que les informations des lignes en service le jeudi, jour durant lequel la fréquence est la plus élevée.

Pour prendre en compte l'importance d'une gare, nous avons croisé le jeu de données ci-dessus avec les informations de fréquentation moyenne des gares (SBB

Personenverkehr, 2018). Nous avons dû nettoyer ces données pour qu'elles soient compatibles avec le jeu initial.

1.2 Modélisation du réseau de transport

Une fois les données traitées et préparées, nous avons construit le graphe de la manière suivante: un nœud représente une gare, et un lien représente une connexion directe entre deux nœuds. Plus concrètement, si un trajet s'arrête à Lausanne, Morges puis Genève, il y aura un lien entre Lausanne et Morges, et un lien entre Morges et Genève. Si un autre trajet de la même ligne dessert Lausanne, Renens, Morges, Nyon et Genève, il y aura un lien entre chaque paire d'arrêts consécutifs.

De plus, nous avons décidé de pondérer le graphe, c'est-à-dire de donner plus d'importance à certains nœuds ou liens. Plus précisément, le poids d'un nœud correspond à la fréquentation moyenne de la gare associée, et celui d'un lien à la fréquence journalière de passage de trains sur ce tronçon.

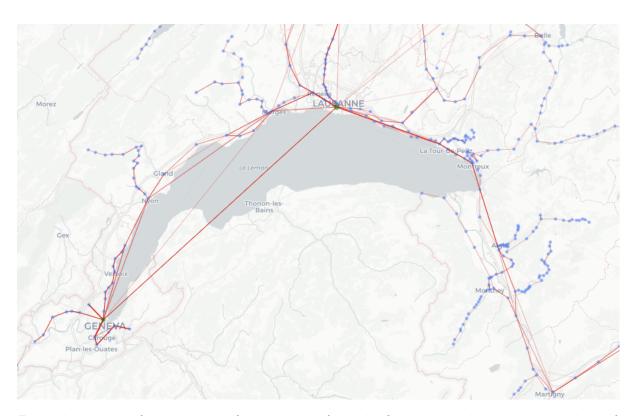


Figure 1: capture d'écran de la représentation du réseau ferré suisse sous forme de graphe, focalisé sur l'arc lémanique. Le résultat obtenu peut être visualisé interactivement sur notre site web.

2 Analyse de la topologie

Une fois le graphe représentant le réseau ferroviaire construit, nous pouvons passer à son analyse. Nous avons trouvé pertinent de travailler avec des statistiques identiques à celles utilisées dans les études similaires à la nôtre. En s'aidant de guides sur les mesures d'un

réseau (Ducruet, 2010; Ducruet & Lugo, 2011), nous avons étudié les caractéristiques locales et globales de notre graphe.

2.1 Mesures réalisées

D'abord, nous avons relevé des mesures purement descriptives du graphe : le nombre de nœuds et de liens, le degré moyen des nœuds (pondéré ou pas), et la longueur moyenne du plus court chemin entre deux nœuds.

Ensuite, nous avons étudié la centralité des nœuds à l'aide de trois mesures différentes: la centralité de proximité, la centralité d'intermédiarité, et la centralité de degré. De telles mesures permettent d'identifier les gares les plus importantes et les plus essentielles du réseau.

D'autres mesures comme la transitivité moyenne ou l'assortativité permettent de déterminer les tendances de liaison entre les nœuds.

De plus, nous avons décidé de combiner les trois mesures de centralité afin d'obtenir une seule mesure globale permettant de distinguer les gares les plus importantes du réseau. En suivant les pas de Cao et al. (2019) et à l'aide de l'algorithme de clustering *k-means*, nous avons identifié quatre types de gares différentes: les principales (core), les secondaires (bridge), les périphériques, et celles ultrapériphériques.

Nous avons aussi réalisé une détection de communauté par modularité, un procédé qui consiste à trouver des groupements de nœuds fortement liés entre eux, mais moins connectés avec les autres. Une telle analyse permet de trouver des sous-réseaux qui peuvent être assimilés aux réseaux régionaux existants (par ex. RER Vaud).

Pour finir, nous avons trouvé pertinent de déterminer si le réseau ferroviaire suisse est un réseau *petit-monde*. Un réseau *petit-monde*, ou small-world en anglais, est un réseau où la plupart des nœuds ne sont pas voisins entre eux, les voisins d'un nœud sont probablement voisins entre eux, et un nœud est atteignable depuis presque n'importe quel nœud en un petit nombre de sauts. Plusieurs réseaux de transport possèdent ces propriétés (Seaton & Hackett, 2004). Ce type de réseau peut être assimilé à l'expérience du petit monde de Travers & Milgram (1969).

2.2 Résultats

Les résultats des mesures relevées sont présentés dans le tableau 1, lorsqu'il est possible de les réduire à une seule valeur. Pour ce qu'il en est des mesures de centralité, le tableau 2 représente le classement des nœuds en fonction de leur centralité de proximité, d'intermédiarité, et de degré respectivement. La figure 2 permet de visualiser la distinction entre chaque catégorie de gare, en fonction de la mesure de centralité combinée. Enfin, la figure 3 montre les groupements qui résultent de la détection de communautés.

Mesure	Résultat	
Nombre de nœuds	1663	
Nombre de liens	2514	
Diamètre	36	
Taille moy. du chemin le plus court	10.319	
Efficacité	0.1068	
Centralité de proximité moy.	0.0917	
Centralité d'intermédiarité moy.	0.0074	
Degré moyen	3.0271	
Degré moyen pondéré	170	
Plage de degrés	De 1 à 29	
Transitivité moyenne	0.2602	
Assortativité	0.2815	
Indice sigma (réseau petit-monde)	30	

Tableau 1: résultats des analyses pouvant être résumées à une seule valeur

Gare	Intermédiarité	Gare	Proximité	Gare	Degré
Olten	0.4795	Olten	0.1629	Zürich HB	0.0175
Brig	0.3930	Zürich HB	0.1621	Bern	0.0169
Zürich HB	0.3384	Bern	0.1615	Olten	0.0169
Zollikofen	0.2799	Basel SBB	0.1588	Luzern	0.0139
Basel SBB	0.2587	Münsingen	0.1511	Lausanne	0.0114
Münsingen	0.2486	Brig	0.1509	Arth-Goldau	0.0102
Bellinzona	0.2277	Aarau	0.1505	Basel SBB	0.0096
Nyon	0.1736	Oensingen	0.1489	Winterthur	0.0090
Sion	0.1692	Brugg AG	0.1489	Biel	0.0090
Lausanne	0.1669	Fribourg	0.1479	St. Gallen	0.0090

Tableau 2: résultats des analyses de centralité. Chaque tableau correspond au classement des dix nœuds les plus importants vis-à-vis de la mesure en question.

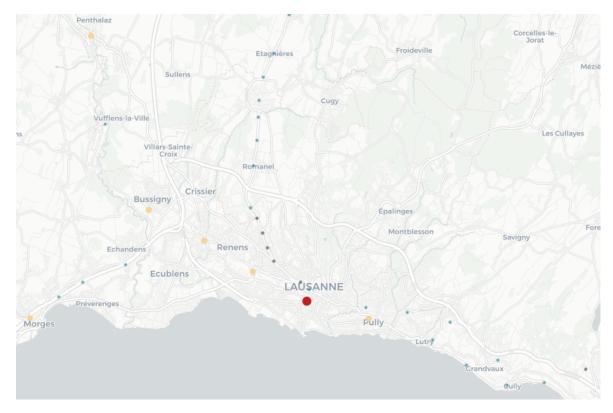


Figure 2: visualisation des différentes catégories de villes en fonction de la centralité combinée. Zoom sur la région lausannoise pour plus de clarté. Légende: gare principale, secondaire, périphérique, ultrapériphérique.

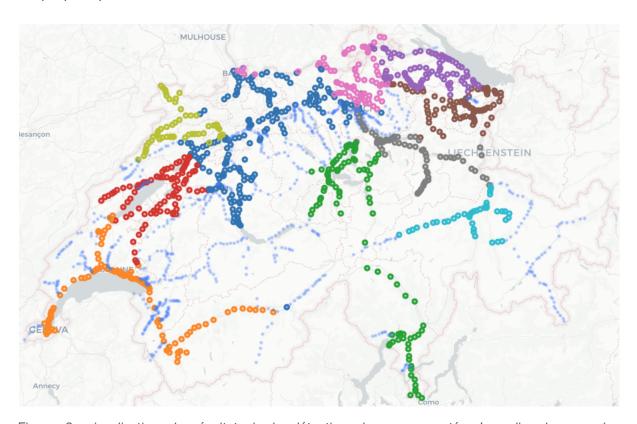


Figure 3: visualisation du résultat de la détection de communautés. Les dix plus grandes communautés sont colorées, le reste est en bleu clair.

2.3 Interprétation et discussion

Le réseau ferré suisse comporte 1663 gares liées par 2514 chemins. Le rapport élevé du nombre de nœuds sur le nombre de liens indique que le réseau comporte beaucoup de gares, mais que seulement quelques-unes sont fortement connectées. De plus, les nœuds ont un degré moyen de 3 : cela veut dire qu'en moyenne, il est possible d'atteindre trois destinations en une seule station. Le diamètre du réseau ferré suisse est de 36. Cette mesure correspond au nombre maximal de gares qui séparent deux nœuds. Le degré pondéré d'un nœud correspond au nombre de trains qui s'arrêtent à ce nœud lors d'une journée: en moyenne 170 trains s'arrêtent à un nœud donné.

La taille moyenne de ces chemins peut être interprétée comme une mesure d'efficacité du réseau. Plus elle est courte, plus l'efficacité à faire faire transiter le flux, ici les trains, est grande. En d'autre termes, cette mesure indique qu'en moyenne, 10 arrêts sont nécessaires pour voyager d'une ville à l'autre.

La transitivité moyenne représente la probabilité que, pour un nœud donné, ses deux voisins soient aussi connectés entre eux. Une transitivité moyenne de 0.26 est caractéristique d'un réseau décentralisé, sans beaucoup de gares centrales. Cela justifie aussi la centralité de proximité moyenne très basse.

Le coefficient d'assortativité quantifie la corrélation des degrés au sein de chaque paire de nœuds. Il indique si les nœuds similaires (vis-à-vis du degré) sont connectés entre eux. Mohmand & Wang (2014) présentent une technique pour visualiser si un réseau est assortatif ou non. Pour cela, ils utilisent le degré moyen des k-voisins les plus proches. Si ce degré croît avec la valeur de k, alors le réseau est assortatif. La figure 3 illustre cette expérience dans le cas du réseau suisse, et confirme l'assortativité de ce dernier. Plus concrètement, cela indique que des gares au degré élevé sont très probablement connectées entre elles. En faisant le lien avec la centralité combinée, on peut s'attendre à ce que les gares principales soient reliées, afin d'assurer les "grandes-lignes" des CFF.

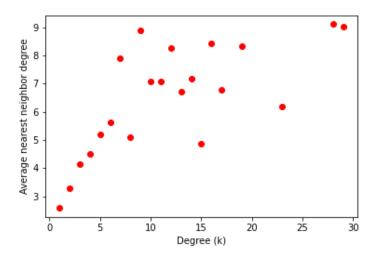


Figure 3: degré moyen des k-voisins en fonction de k

Les trois mesures de centralité permettent de classer les gares en fonction de leur importance. Nous pouvons remarquer que certaines sont hautement classées par chacune des trois mesures. C'est le cas d'Olten et de Zürich HB, qui jouent un rôle de carrefour entre les régions suisses. Notre centralité combinée permet d'obtenir un unique classement général. On y distingue les gares principales suivantes: Zürich HB, Olten, Bâle, Berne, Lausanne, Genève, Lucerne et Winterthur.

D'un point de vue global, on peut observer que ces gares, et donc ces villes, constituent deux corridors orthogonaux permettant de desservir le territoire à l'aide de grandes lignes. Elles sont donc essentielles au fonctionnement efficace du transport voyageur; d'où le terme anglais *core city*.

Les gares secondaires, que nous pouvons appeler gares-passerelles, relient les gares principales entre elles. Par exemple, les gares de Nyon, Allaman et Morges relient Genève et Lausanne, deux gares principales. Les gares périphériques et ultrapériphériques peuvent être associées à des lignes de réseaux régionaux et locaux, comme le Lausanne-Echallens-Bercher ou la ligne MBC entre Morges, Apples et Bière.

Une attention particulière mérite d'être portée sur l'agglomération zurichoise. À l'aide de la figure 4, nous pouvons constater qu'il y a une forte concentration de gares secondaires autour de Zürich HB, très différente de la répartition des gares secondaires sur le reste du territoire. Cela veut dire qu'il existe un réseau local très dense et fortement connecté. Cette particularité est justifiée par la forte étendue géographique de l'agglomération.



Figure 4: classification des villes de l'agglomération zurichoise

Enfin, la détection de communautés permet de diviser le réseau en sous-réseaux denses, appelés communautés. Chaque communauté peut être associée à une communauté tarifaire, ou à un réseau régional. Cependant, il faut interpréter ce résultat avec prudence : une ville ne peut appartenir qu'à une seule communauté, ce qui n'est pas forcément valable en réalité.

Un réseau petit-monde est caractérisé par un petit diamètre et une forte transitivité. L'indice sigma (Humphries & Gurney, 2008) calculé en fonction du rapport de ces deux mesures permet donc de savoir si un réseau est petit-monde: c'est le cas s'il est supérieur à 1. Cela est vrai pour le réseau ferré suisse, qui est donc un réseau petit-monde. Concrètement, le réseau présente plusieurs cliques fortement connectées, ce qui rejoint le résultat de la détection de communautés.

Pour conclure, le réseau ferroviaire helvétique est organisé de manière hiérarchique. Au premier niveau, des gares principales sont connectées entre elles pour assurer des liaisons "grandes-lignes" au niveau national. Ces liaisons sont souvent possibles grâce à des gares secondaires, qui assurent la desserte de villes majeures à un niveau régional. Il est important de noter que la plus grande partie des gares principales se trouvent en Suisse alémanique. Aucune gare principale ne se situe en Valais ou au Tessin. En effet, il est difficile de se rendre dans ces régions en train. Il faut aussi noter la forte concentration de villes secondaires dans l'agglomération zurichoise, due à son étendue géographique, et donc à la population croissante que la région connaît. Au niveau le plus bas, on retrouve les gares périphériques et ultrapériphériques qui assurent la desserte des zones moins peuplées et plus difficiles d'accès, et créent des réseaux régionaux.

Une telle hiérarchie est typique des réseaux décentralisés, où le flux est concentré autour de plusieurs nœuds principaux, contrairement à un seul dans les réseaux centralisés. Chaque nœud principal est ensuite "responsable" de redistribuer le flux à des nœuds secondaires et périphériques.

3 Regard critique

Nous allons maintenant porter un regard critique sur la représentation des données de transport, ainsi que sur la comparabilité de notre étude.

3.1 Choix des données

Nous nous sommes demandés si le format GTFS que nous utilisons pour construire le graphe du réseau ferré suisse répond bien à nos demandes, et si d'autres alternatives auraient pu être utilisées. Parmi les autres formats disponibles (*Transport data models comparative review*, 2020), nous pouvons citer NeTEx (Network Timetable Exchange), le Public Transport Version 2 (ptv2) d'OpenStreetMap, et le graphe de connaissances WikiData.

Nous voulons pouvoir représenter les lignes ferroviaires et leurs arrêts, en prenant en compte la fréquence de passage des trains, ainsi que la fréquentation des gares. La limitation principale est dans la distinction entre lignes et itinéraires: une ligne peut avoir plusieurs itinéraires, chacun s'arrêtant ou non à un arrêt donné. Le tableau 3 permet de visualiser les principales différences entre les différents formats.

Format	GTFS	NeTEx	ptv2	WikiData
Distinction lignes/itinéraires	Oui	Oui	Non	Non
Localisation	Oui	Optionnelle	Oui	Oui
Relation arrêts-lignes	Implicite	Explicite	Explicite	Parfois

Tableau 3: comparaison des différents formats de données de transport

Le choix que nous avons fait vis-à-vis du format des données semble être le bon. Non seulement remplit-il nos besoins, mais il correspond aussi au choix officiel du secrétariat des tâches systémiques relatives aux données d'informations voyageurs (SKI). Comme les données WikiData et OpenStreetMap sont open source, des informations peuvent manquer ou être erronées. Des données open-source peuvent potentiellement constituer une source unique dans le cadre d'un projet à échelle plus large (européenne ou mondiale), pour éviter d'agréger les sources de plusieurs pays.

3.2 Comparabilité des résultats

Comme mentionné précédemment, nous avons identifié plusieurs études similaires à la nôtre. Pour pouvoir valider nos résultats, il serait intéressant de pouvoir les comparer. Cependant, lors de la construction du graphe, nous avons dû faire des choix quant au nettoyage et au traitement des données. Dès lors, notre analyse devient subjective et nous sommes limités en matière de comparaison et d'interprétation. La façon dont nous représentons le réseau ferré suisse est biaisée par un filtre subjectif et par la manière dont les données sont traitées et nettoyées (Bollier, 2010).

De plus, pour pouvoir comparer des analyses, il faut que ces dernières soient effectuées dans des conditions similaires. Rien ne garantit que notre graphe a été construit de la même manière que celui d'une étude connexe. Prenons l'exemple de Mohmand & Wang (2014); les auteurs incluent les métros dans une partie de leur étude, alors que nous ne nous intéressons qu'aux trains. Il est donc essentiel de connaître le contexte de chaque étude avant de pouvoir interpréter ses résultats et les comparer (Boyd & Crawford, 2011). Il est aussi important de prendre en compte les situations politiques, démographiques, économiques ou encore géographiques de chaque pays.

Il n'est donc pas trivial de comparer notre étude aux études mentionnées durant notre analyse. Il y a plusieurs facteurs à prendre en compte, notamment le contexte de l'étude et la situation géopolitique du pays ou de la ville.

Conclusion

À partir des données de transport mises à disposition par les CFF, nous avons construit un modèle mathématique du réseau ferroviaire suisse. Ce réseau permet d'avoir une vue globale de la situation du réseau national, en prenant en compte le nombre de circulations et les fréquentations de passagers. À l'aide d'outils d'analyse des graphes, nous avons relevé plusieurs mesures, et effectué plusieurs expériences permettant de caractériser la structure du réseau ferré helvétique. Nous avons notamment pu montrer que ce dernier est organisé de manière hiérarchique autour de gares principales, secondaires et périphériques. Nous avons aussi pu remarquer que le réseau possède des propriétés petit-monde et peut être divisé en plusieurs communautés très denses, mais plus faiblement liées entre elles.

Bien que notre approche fournisse de bons résultats, ces derniers doivent être interprétés avec un peu de recul. En effet, nous aurions pu construire notre réseau de manière identique aux autres études, afin de donner plus de valeur à la comparaison de nos résultats.

Il faut aussi noter que la topographie suisse ne permet pas de desservir le territoire entier par le mode ferroviaire. Les cars postaux, les bus ainsi que les trains à crémaillère et les remontées mécaniques jouent un rôle important dans le transport de personnes en Suisse. Nous aurions donc pu inclure ces derniers dans notre étude, pour avoir une vue plus élargie de la couverture nationale des transports publics.

Pour finir, en Europe, le voyage en train est très répandu. Beaucoup de compagnies proposent des liaisons internationales avec les pays voisins, que ce soit des liaisons grande vitesse, ou encore des trains de nuit. Il existe plusieurs trajets effectués depuis la Suisse vers les pays limitrophes que nous n'avons pas inclus dans notre analyse. Comment est organisé le réseau ferroviaire à l'échelle européenne ? Est-ce qu'il possède des propriétés complexes, ou est-il plutôt une simple agrégation des réseaux de chaque pays ?

Bibliographie

Bollier, D. (2010). The promise and peril of big data. Aspen Inst.

Boyd, D., & Crawford, K. (2011). Six Provocations for Big Data. *SSRN Electronic Journal*. https://doi.org/10.2139/ssrn.1926431

Cao, W., Feng, X., Jia, J., & Zhang, H. (2019). Characterizing the Structure of the Railway Network in China: A Complex Weighted Network Approach. *Journal of Advanced Transportation*, 2019, 1-10. https://doi.org/10.1155/2019/3928260

De Bona, A. A., Fonseca, K. V. O., Rosa, M. O., Lüders, R., & Delgado, M. R. B. S. (2016). Analysis of Public Bus Transportation of a Brazilian City Based on the Theory of Complex Networks Using the P-Space. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 1-12. https://doi.org/10.1155/2016/3898762

de Regt, R., von Ferber, C., Holovatch, Y., & Lebovka, M. (2019). Public transportation in UK viewed as a complex network. *Transportmetrica A: Transport Science*, *15*(2), 722-748. https://doi.org/10.1080/23249935.2018.1529837

Ducruet, C. (2010a). Les mesures globales d'un réseau.

Ducruet, C. (2010b). Les mesures locales d'un réseau.

Ducruet, C., & Lugo, I. (2011). Structure and dynamics of transportation networks: Models, methods and applications.

Erath, A., Löchl, M., & Axhausen, K. W. (2009). Graph-Theoretical Analysis of the Swiss Road and Railway Networks Over Time. *Networks and Spatial Economics*, 9(3), 379-400. https://doi.org/10.1007/s11067-008-9074-7

Hennet, J.-C. (2008, mai 14). Rail 2000 : Décisions cruciales pour la Suisse romande et Berne. Le Temps. Disponible ici.

Humphries, M. D., & Gurney, K. (2008). Network 'Small-World-Ness': A Quantitative Method for Determining Canonical Network Equivalence. *PLoS ONE*, *3*(4), e0002051. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0002051

Mohmand, Y. T., & Wang, A. (2014). Complex Network Analysis of Pakistan Railways. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2014, 1-5. https://doi.org/10.1155/2014/126261

Rail 2000. (s. d.). Portail Alptransit, Archives fédérales suisses. Disponible ici.

Rail 2000, un big bang pour la Suisse romande ? (2005, février 8). RTS. Disponible ici.

SBB Personenverkehr. (2018). *Passengers boarding and alighting* [Data set]. Open data platform mobility Switzerland. https://opentransportdata.swiss/en/dataset/einundaus

SBB Personenverkehr. (2021). *Timetable 2021* [Data set]. Open data platform mobility Switzerland. https://opentransportdata.swiss/en/dataset/timetable-2021-gtfs2020

Seaton, K. A., & Hackett, L. M. (2004). Stations, trains and small-world networks. *Physica A:* Statistical Mechanics and its Applications, 339(3-4), 635-644. https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.03.019

Soh, H., Lim, S., Zhang, T., Fu, X., Lee, G. K. K., Hung, T. G. G., Di, P., Prakasam, S., & Wong, L. (2010). Weighted complex network analysis of travel routes on the Singapore public transportation system. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *389*(24), 5852-5863. https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.08.015

Transport data models comparative review. (2020, avril 20). Jungle Bus. Disponible ici.

Travers, J., & Milgram, S. (1969). An Experimental Study of the Small World Problem. *Sociometry*, 32(4), 425. https://doi.org/10.2307/2786545