

$$2.) \quad f(x) = x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad h(x) = x^{\frac{1}{n}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad \text{Konditionszahl}$$

Potenzieren:

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

$$K = \frac{|f'(x)| \cdot |x|}{|f(x)|}$$

$$K_P(x) = \frac{|nx^{n-1}| \cdot |x|}{x^n} = \frac{nx^n}{x^n} = n$$

Beim Potenzieren steigt die Konditionszahl linear mit dem Exponenten. Das heisst, dass sich der relative Fehler ziemlich schnell vergrössert, wenn der Exponent gross wird.

Wurzelziehen:

$$h(x) = x^{\frac{1}{n}}$$

$$h'(x) = \frac{1}{n} x^{\frac{1-n}{n}}$$

$$K_n(x) = \frac{\left| \frac{1}{n} x^{\frac{1-n}{n}} \right| \cdot |x|}{|x^{\frac{1}{n}}|} = \frac{\frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}}}{x^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{n}$$

Beim Wurzelziehen sinkt die Konditionszahl. Das heisst, dass sich der relative Fehler verkleinert, wenn sich der Wurzel-Grad erhöht.