

Chapitre 9 : Exemple de complexité en $O(\log n)$

- **Recherche dichotomique (ou binaire)**

- **Objectif:** recherche de la position d'un élément de clé x donnée, dans un vecteur à n éléments indicés $0..n-1$ et **triés en ordre non décroissant**

$$\forall i, j. 0 \leq i < j < n \Rightarrow V[i] \leq V[j]$$

- **Méthode:** Appeler *Recherche*(0, $n-1$) avec

Recherche (bi, BS):=

$m = (bi+BS)/2$ //indice du milieu

soit $V[m]$ est l'élément cherché \Rightarrow **trouvé**

soit $V[m]$ est trop grand \Rightarrow *Recherche*($bi, m-1$)

soit $V[m]$ est trop petit \Rightarrow *Recherche*($m+1, BS$)

Recherche dichotomique (ou binaire)

- **Méthode raffinée:**

Appeler *Recherche*(0, *n*-1) avec

Recherche (*bi*, *BS*):=

if (*[bi..BS*] $\neq \emptyset$) // *si intervalle non vide*

m = (*bi*+*BS*)/2 // *indice du milieu*

soit *V*[*m*] == *x* \Rightarrow *trouvé*

soit *V*[*m*] > *x* \Rightarrow *Recherche*(*bi*,*m*-1)

soit *V*[*m*] < *x* \Rightarrow *Recherche*(*m*+1,*BS*)

else // *intervalle vide*

x not in V

Programme C++

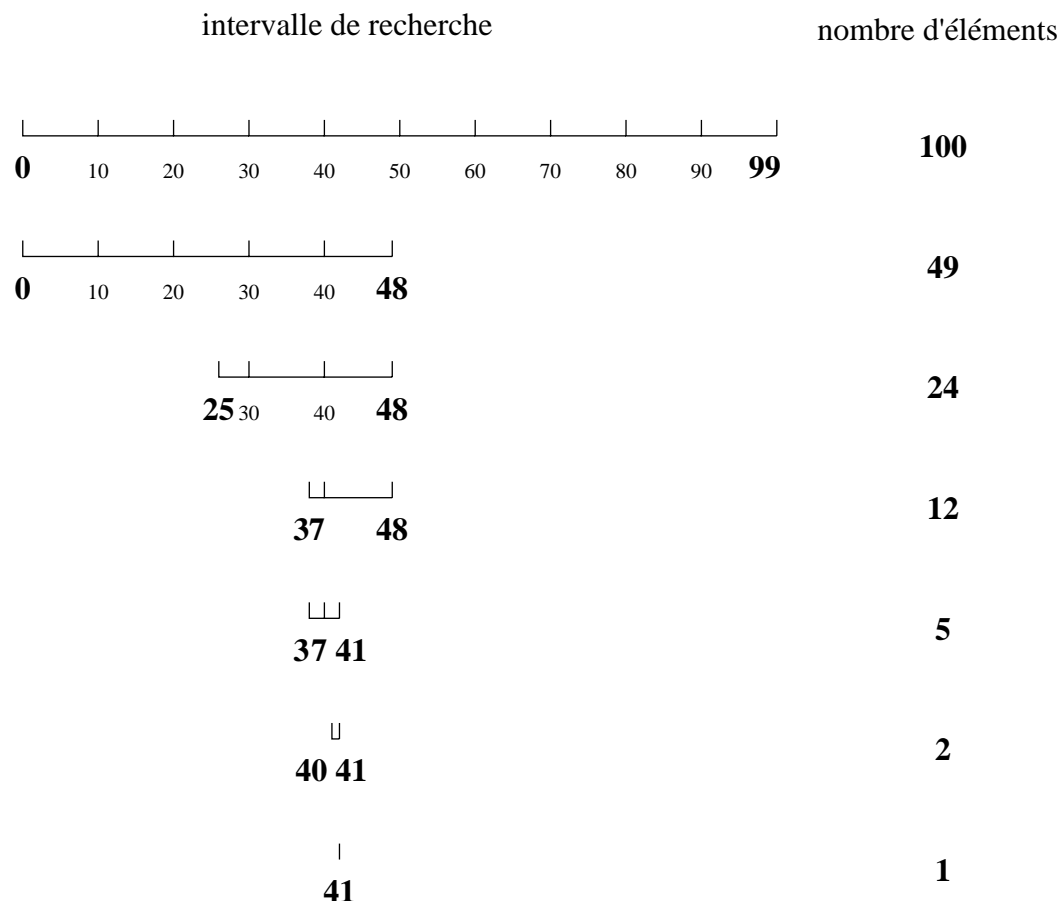
```
const int NOT_FOUND = -1;
typedef int elem; // on pourrait avoir un autre type elem
typedef elem Vect[MAX];

int RechercheDichotomique(Vect V, int n, elem x)
{
    int bi = 0;
    int Bs = n-1;
    int m;
    do
        // Recherche (bi,Bs)
        {
            m = (bi+Bs)/2;
            if (V[m] < x)
                bi = m+1;
            else
                Bs = m-1;
        }
    while(x != V[m] && bi <= Bs);
    if (x != V[m])
        m = NOT_FOUND;
    return m;
}
```

Complexité max de la recherche dichotomique

$O(\log(n))$

- Exemple de recherche : $V[41] < x < V[42]$



Chaque tour de la boucle *do* est en $O(1)$.

La complexité de l'algorithme vaut $m =$ **le nombre max de tours de boucle.**

Au pire, $[bi, BS]$ divisé par 2 à chaque étape.

Donc: $2^{m-1} \leq n \leq 2^m$

Donc: $m \leq \log_2(n) + 1$