

# **CANAUX DE TRANSMISSION BRUITES**

## **CORRECTION TRAVAUX DIRIGES**

## 1. BRUIT DE FOND

Calculer le niveau absolu de bruit thermique obtenu pour une température ambiante de 25° C, dans le cas :

- d'une voie téléphonique
- d'une transmission de musique
- d'une transmission de télévision

Quelle est la puissance minimale que doit avoir le signal transmis pour assurer un rapport signal à bruit d'au moins 50 dB ?

*Bande passante à considérer :*

- *transmission de voix par téléphone (bande passante : 300 – 3400 Hz)*
- *transmission de musique Hi-Fi (bande passante : 15 KHz)*
- *transmission de télévision (bande passante : 5 MHz)*

*On ne considère ici que le bruit d'origine thermique (on sous estime sa valeur) :  $N = kTB$*   
 $SNR(dB) = S - N \Rightarrow S > SNR_{min} - N = 50 - 10 \times \log(kTB \times 1000) = 20 - 10 \times \log(kTB \times 1000)$   
*On applique cette formule à nos 3 cas :*

*Transmission voix :  $N = 12.75e-18 \text{ W} = -139 \text{ dBm}$ ,  $S > -89 \text{ dBm} = 1.24 \text{ pW}$*

*Musique :  $N = 61.7e-18 \text{ W} = -132 \text{ dBm}$ ,  $S > -82 \text{ dBm} = 6 \text{ pW}$*

*Télévision :  $N = 20.6e-15 \text{ W} = -107 \text{ dBm}$ ,  $S > -57 \text{ dBm} = 2 \text{ nW}$*

## 2. DISTORSION DE SIGNAUX SINUSOÏDAUX PAR UN OPERATEUR QUADRATIQUE

Déterminer les taux de distorsion harmonique, la forme temporelle et le spectre du signal de sortie d'un opérateur quadratique, lorsque le signal d'entrée est :

- purement sinusoïdal
- la somme de 2 termes sinusoïdaux

A quelles applications pourraient servir un opérateur quadratique

## II Opérateur quadratique - Distorsions non linéaires

Rappel: on considère la plupart du temps le fonctionnement des dispositifs électroniques comme linéaire. C'est, il y a de nbs phénos non linéaires à l'intérieur: saturation, mixage...  
 $\Rightarrow$  les signaux d'entrée et de sortie ne sont plus isomorphes, chaque la sortie possède de nouvelles composantes fréq. On parle de distorsions non linéaires.

On distingue:  $\left\{ \begin{array}{l} - \text{distorsion harmonique} \\ - \text{distorsion d'intermodulation} \end{array} \right.$

① Distorsion harmonique: création aux fréq.  $k \times f_0$  de composantes fréq. quand le  $\Sigma$  est excité par un signal  $= \sin f_0$ . On le caractérise par:  $(\text{Taux de distorsion harmonique}) d_k(\%) = \frac{\text{Amplitude harmonique } k}{\text{Amplitude } f_0}$

② Distorsion d'intermodulation: création de nouvelles harmoniques aux fréq.  $= \Sigma$  des 2 fréq. présentes en entrée = produits d'intermodulation. On le caractérise par le taux global de disto harmonique:

$$d = \frac{\text{val. efficace (Pout non fond.)}}{\text{val. eff. (Pout with fond.)}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{+\infty} |Y_k|^2}{\sum_{k=1}^{+\infty} |Y_k|^2}} = \sqrt{1 - \frac{|Y_1|^2}{\sum_{k=1}^{+\infty} |Y_k|^2}}$$

Cependant, les dispositifs non linéaires ont des expressions très compliquées. D'pt limite font apparaître des contributions en  $x^2, x^3, \dots$ . Le + simple est l'opérateur quadratique:

$$\begin{array}{l} \text{TF} \left\{ \begin{array}{l} e(t) \rightarrow \boxed{x^2} \rightarrow s(t) = e(t)^2 \\ E(f) \rightarrow \boxed{X * X} \rightarrow S(f) = E(f) * E(f) \end{array} \right. \end{array}$$

TD1-②

1°) Signal purement sinusoïdal

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

$$\text{TF} \quad X(f) = \frac{A}{2} [e^{+j\varphi_0} \delta(f-f_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(f+f_0)]$$

$$y(t) = x^2(t) \rightarrow Y(f) = X(f) * X(f) \quad \text{comment calculer?}$$

$$Y(f) = \frac{A^2}{4} [e^{+j\varphi_0} \delta(f-f_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(f+f_0)] * [e^{+j\varphi_0} \delta(f-f_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(f+f_0)]$$

$$Y(f) = \frac{A^2}{4} [e^{+j2\varphi_0} \delta(f-2f_0) + \delta(f) + \delta(f) + e^{-j2\varphi_0} \delta(f+2f_0)]$$

$$Y(f) = \frac{A^2}{4} [2 \times \delta(f) + e^{+j2\varphi_0} \delta(f-2f_0) + e^{-j2\varphi_0} \delta(f+2f_0)]$$

TF<sup>-1</sup>  $\Rightarrow$  une composante DC apparaît, une autre à  $2f_0$  et le fondamental disparaît. Le comp DC donne 1 puissance moy. au signal.

$$y(t) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} \cos(2\pi(2f_0)t + 2\varphi_0)$$

distortion harmonique global:  $d = \sqrt{\frac{Y_d^2}{(X_1^2 + Y_d)^2}} = 100\%$

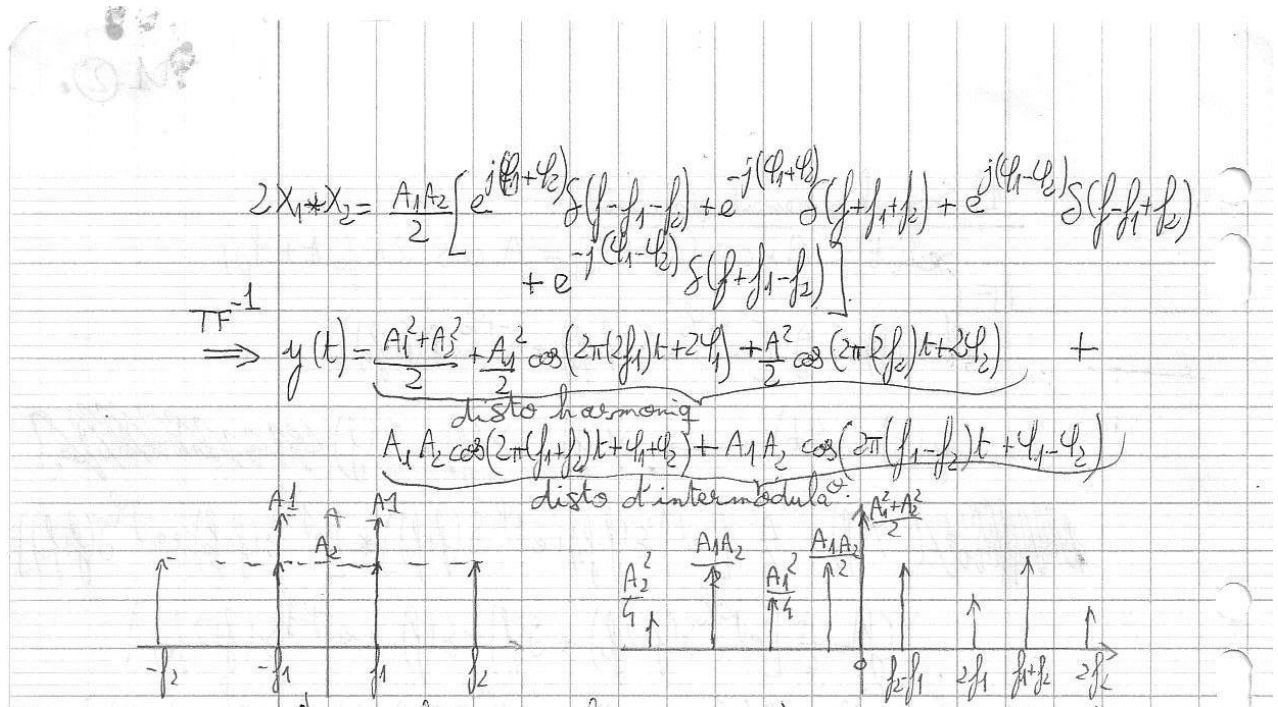
2°) 2 signaux sinusoïdaux  $\rightarrow$  apparition de produit d'intermodulation

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

$$\Rightarrow Y(f) = (X_1(f) + X_2(f)) * (X_1(f) + X_2(f)) = \underbrace{X_1(f) * X_1(f)}_{\text{disto harmo.}} + \underbrace{X_2(f) * X_2(f)}_{\text{disto d'intermod.}} + 2X_1 * X_2$$

$$X_1 * X_1 = \frac{A_1^2}{2} \delta(f) + \frac{A_1^2}{4} (e^{+j2\varphi_1} \delta(f-2f_1) + e^{-j2\varphi_1} \delta(f+2f_1))$$

$$X_2 * X_2 = \dots$$



Un opérateur quadratique est un multiplieur idéal. Il réalise une opération de transposition de fréquence → utile pour la modulation.

### 3. MESURE DE L'INFORMATION - IMAGE TV

Une image TV haute résolution en noir et blanc comporte environ  $2 \cdot 10^6$  pixels et 256 niveaux de gris. La fréquence de renouvellement est de 32 images par seconde. On suppose que les pixels sont indépendants les uns des autres et que les niveaux de gris sont équiprobables.

1. Evaluer le débit d'information de cette émission de télévision.
2. Quelle est la bande passante nécessaire pour transmettre le signal binaire en bande de base ? afin d'assurer une réception de qualité ?

$$1. \text{ Débit d'info : } \overset{\circ}{H} = \overset{\circ}{H} \times \overset{\circ}{M}$$

$$1 \text{ image} = 2 \cdot 10^6 \text{ pixels}$$

$$1 \text{ pixel} = 256 \text{ niveaux possibles, tous équiprobables}$$

$$\text{Fréquence renouvellement} = 32 \text{ Hz}$$

$$\overset{\circ}{M} = nb \text{ pixel} \times F_{\text{renouvellement}} = 64 \text{ MBds} = 64 \text{ Mpixels}$$

$$\overset{\circ}{H} = \sum_{i=1}^{256} P_i \times \log_2(P_i), P_i=256, \text{ donc } \overset{\circ}{H} = -\log_2\left(\frac{1}{256}\right) = 8 \text{ sh}$$

$$\overset{\circ}{H} = \overset{\circ}{H} \times \overset{\circ}{M} = 64 \text{ M} \times 8 = 512 \text{ Msh/s}$$

2. On va transmettre en bande de base un signal binaire  $\rightarrow$  symbole élémentaire = 1 bit. Le débit de symbole = débit binaire :  $D = 64 \text{ MBds} \times 8 \text{ bits} = 512 \text{ Mbits/s}$ . Nous n'avons aucune information sur le canal et sur le bruit présent. On peut évaluer la bande passante nécessaire pour transmettre les bits sans erreur (sans interférence intersymbole). Si on considère un canal passe-bas idéal (les symboles transmis sont les bits du message) :

$$M = D \leq 2B \Rightarrow B \geq \frac{D}{2} = 256 \text{ MHz}$$

Il s'agit de la bande passante minimale, appelée bande passante de Nyquist. Avec le critère élargi, on trouve :  $B \geq \frac{D}{1.25} = 409 \text{ MHz}$

En pratique, le signal binaire serait mis en forme (par exemple avec un filtre à cosinus raidi de facteur de roll-off compris entre 0.2 et 0.5) et la bande passante occupée serait comprise entre 1.2 et 1.5 fois la bande passante de Nyquist (entre 307 et 384 MHz).

A partir d'un modèle de bruit donné (par exemple, bruit blanc gaussien), connaissant le rapport signal à bruit, on peut évaluer la capacité du canal et déterminer si le canal peut supporter ce débit binaire. On peut aussi évaluer la probabilité d'erreur.

## 4. MULTIPLEX PCM

Cinq signaux de télémétrie d'une largeur de bande de 1 kHz doivent être transmis en multiplex PCM. L'erreur maximale tolérée sur la quantification est de 0,5% de leur valeur crête. Ils sont échantillonnés à 20% au-dessus de la fréquence de Nyquist. La synchronisation et le tramage demandent un supplément de bits de 2,5%. Déterminer le débit minimal de la liaison et la bande passante requise pour la transmission du signal multiplexé.

Débit minimal de la liaison :

$$D_{\min} = M_{ECH} \times D_{\min}$$

$$M_{ECH} = F_{ech} = 1.2 \times 2 \text{ KHz} = 2.4 \text{ KHz}$$

$$D_{\min} = n_{\min} = \log_2(N_{\min})$$

$M_{ech}$  est le débit d'échantillons (ou symboles échantillonnés),  $D_{\min}$  est la quantité de décision min, égale à  $n_{\min}$  le nombre de bits minimal pour coder les  $N_{\min}$  symboles formant l'alphabet. Plus le nombre de bits  $n$  est grand, plus l'erreur de quantification est faible.

$$\text{erreur} = \frac{V_{\max}}{2^n} \leq 0.005 \times V_{\max}$$

$$\frac{1}{0.005} \leq 2^n$$

$$n \geq \frac{\ln(200)}{\ln(2)} = 7.64$$

$$n_{\min} = 8 = D_{\min}$$

Puisqu'il faut un supplément de bits de 2.5% pour la synchro et le tramage, on trouve un débit minimal par voie de :

$$D_{\min \text{ voie}} = M_{ECH} \times D_{\min} \times 1.025 = 19.68 \text{ Kbits/s}$$

Le débit minimal de la liaison est donc de :  $D_{\min} = 5 \times D_{\min \text{ voie}} = 98.4 \text{ Kbits/s}$

Bande passante minimale pour la liaison : il faut s'assurer qu'on arrive à transmettre les bits sans interférences inter symboles. On n'a aucune information sur le bruit présent, donc on suppose qu'il n'y a pas de bruit. Pour cela, il faut respecter le critère de Nyquist en temps. Ici, le débit de moment  $M$  correspond au débit des symboles électrique transmis, c'est-à-dire les bits de chaque trame. On prend le critère de Nyquist et le critère élargi.

$$M < 2 \times B \Rightarrow B > \frac{M}{2} = 49.2 \text{ KHz}$$

$$M < 1.25 \times B \Rightarrow B > \frac{M}{1.25} = 78.72 \text{ KHz}$$

## 5. CANAL AVEC BRUIT BLANC ADDITIF GAUSSIEN

Un signal analogique de 4 kHz de largeur de bande est échantillonné à 1,25 fois la fréquence de Nyquist, chaque échantillon étant quantifié sur 256 niveaux équiprobables. On suppose que les échantillons sont statistiquement indépendants.

- Quel est le débit binaire issu de la source ?

La fréquence d'échantillonnage est de 10 KHz. 8 bits sont utilisés pour coder le signal. Le débit binaire est de 80 Kbits/s.

- Peut-on transmettre sans erreur le signal sur un canal à bruit blanc additif gaussien centré de 10 kHz de bande passante et présentant un rapport signal sur bruit de 20 dB ?

La capacité de ce canal est de :  
 $C(\text{bits/s}) = B \times \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) = 10 \text{ KHz} \times \log_2 (1 + 100) = 66 \text{ Kbits/s}$ . Analysons le sens de la capacité du canal :

Avec un rapport signal à bruit de 20 dB, la résolution en amplitude = 10 symboles différents → on peut coder les symboles transmis avec au maximum 3.33 bits (3 bits en fait). Si la bande passante du canal est de 10 KHz, le débit max de symbole = 20 Kbauds. Donc le débit binaire théorique ne peut pas dépasser 66 Kbits/s.

La capacité du canal est donc insuffisante pour faire passer un tel débit binaire. Même en utilisant un codage approprié (transmettre des symboles codés par plusieurs bits), cela ne suffirait pas. En augmentant le nombre de bits par symbole, on pourrait réduire la bande passante nécessaire. Mais du même coup, il faudrait accroître la résolution en amplitude du canal, c'est-à-dire améliorer le rapport signal à bruit.

- Calculer le SNR requis pour assurer une transmission sans erreur dans les conditions précédentes.

Pour assurer une transmission sans erreurs, la capacité du canal doit être d'au moins 80 Kbits/s.

$$\log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) = \frac{C}{B}$$

$$\ln \left( 1 + \frac{S}{N} \right) = \ln 2 \times \frac{C}{B}$$

$$\frac{S}{N} = \exp \left( \ln 2 \times \frac{C}{B} \right) - 1 = 256 = 24 \text{ dB}$$

Que permet l'amélioration du SNR. En améliorant le SNR, on accroit la résolution en amplitude, donc la capacité d'un récepteur à distinguer un grand nombre de symboles différents. On peut donc augmenter la taille du codage symbole – plus de bits pour coder un symbole. Donc sans accroître le débit de symbole transmis, on accroit le débit binaire. Mais il faut améliorer de 4 dB le rapport signal à bruit, c'est-à-dire une augmentation de 150 % (soit on augmente la puissance du signal, soit on réduit le seuil de bruit, soit on diminue la portée du canal)

- Calculer la bande passante requise pour acheminer sans erreur les signaux de la source considérée sur un canal avec bruit blanc additif gaussien centré de SNR 20 dB.

$$B = \frac{C}{\log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)}$$

$$B = \frac{80 \text{ Kbits/s}}{\log_2 (1 + 100)}$$

$$B = 12 \text{ KHz}$$

En augmentant la bande passante, on augmente le débit de symboles transmis. On voit qu'il suffit d'augmenter de 20 % la bande passante. Si on voulait toucher au rapport signal à bruit, il aurait fallu augmenter de 150% le rapport signal à bruit !

## 6. FILTRE A COSINUS SURELEVE

Soit un canal de bande passante égal à 36 MHz. On transmet un signal modulé en QPSK.

1. Calculer le débit de symbole maximal (en bande de base et après transposition de fréquence).

Commençons par considérer la transmission de symboles électriques sous la forme d'impulsions rectangulaire de durée  $T$ . Après l'émission d'un symbole, il est possible d'en émettre un second après une durée  $T$  sans induire d'IES. Le débit de symbole max est donc égal à :  $M_{\max}^{\circ} = \frac{1}{T}$ .

En terme d'occupation spectrale, le spectre d'une impulsion rectangulaire est une fonction sinus cardinal qui s'annule tous les  $1/T$  autour de la fréquence centrale (voir figure ci-dessous). Plaçons-nous dans le cas d'une transmission bande de base. Le canal est assimilable à un filtre passe-bas de bande passante  $B$ . Cependant, l'occupation spectrale d'une impulsion rectangulaire est théoriquement infini (fonction sinc). Cependant, par filtrage, il est possible de réduire son occupation spectrale et ne garder que le lobe principal compris entre  $f = -1/T$  et  $f = 1/T$ . Pour pouvoir transmettre une impulsion rectangulaire dans un canal passe-bas de bande passante  $B$ , il faut respecter la condition :

$$\frac{1}{T} \leq B \Rightarrow M_{\max}^{\circ} = B$$

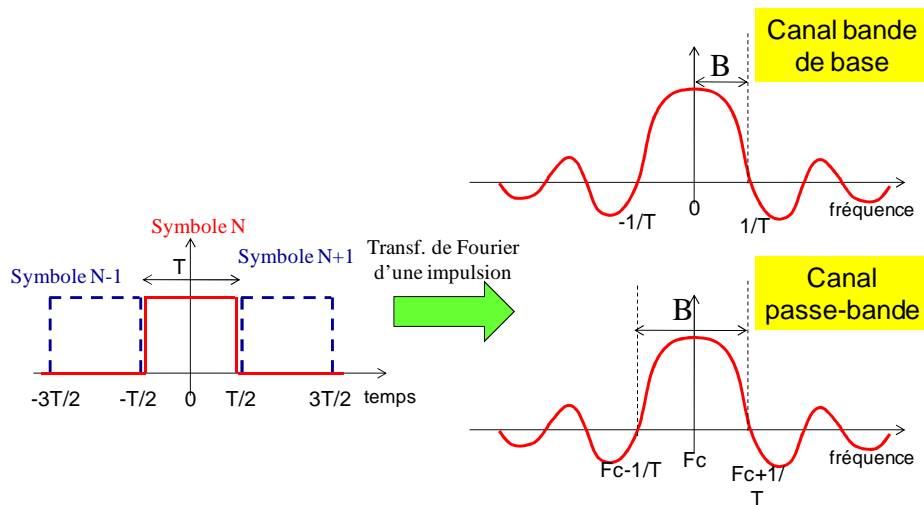
$$M_{\max}^{\circ} = 36 \text{ MBds}$$

Dans le cas d'un canal passe-bande, la définition de la bande passante est différente (ne concerne que des fréq positive). On trouve :



$$\frac{2}{T} \leq B \Rightarrow \overset{\circ}{M}_{\max} = \frac{B}{2}$$

$$\overset{\circ}{M}_{\max} = 18 \text{ MBds}$$



2. Calculer le débit de symbole maximal si le signal de bande de base est mis en forme à l'aide d'un filtre en sinc.

*L'impulsion rectangulaire est maintenant mise en forme pour lui donner une forme en sinc et optimiser son occupation spectrale.*

*Après l'émission d'un symbole, il est possible d'en émettre un second après une durée  $T/2$  sans induire d'IES puisque l'impulsion s'annule tous les  $k \cdot T/2$ . Le débit de symbole max est donc égal à :*

*$\overset{\circ}{M}_{\max} = \frac{2}{T}$ . En terme d'occupation spectrale, le spectre d'une impulsion en sinc est une fonction rectangulaire qui s'étend  $\pm 1/T$  autour de la fréquence centrale (voir figure ci-dessous). Son occupation spectrale est donc à bande limitée (on appelle sa largeur de bande la bande de Nyquist) Plaçons-nous dans le cas d'une transmission bande de base. Le canal est assimilable à un filtre passe-bas de bande passante  $B$ . Pour pouvoir transmettre une impulsion rectangulaire dans un canal passe-bas de bande passante  $B$ , il faut respecter la condition :*

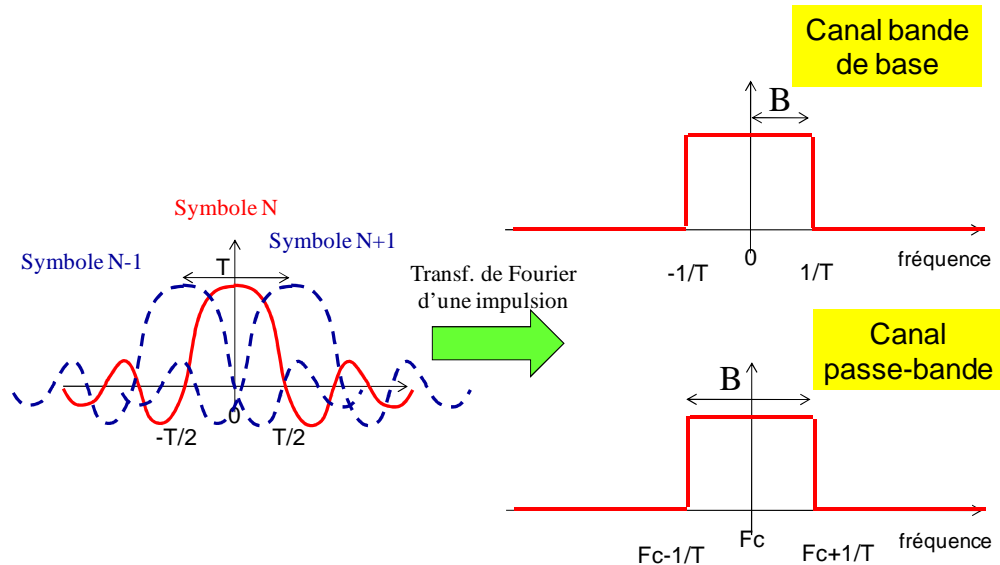
$$\frac{1}{T} \leq B \Rightarrow \overset{\circ}{M}_{\max} = 2B$$

$$\overset{\circ}{M}_{\max} = 72 \text{ MBds}$$

*Dans le cas d'un canal passe-bande, on trouve :*

$$\frac{2}{T} \leq B \Rightarrow \overset{\circ}{M}_{\max} = B$$

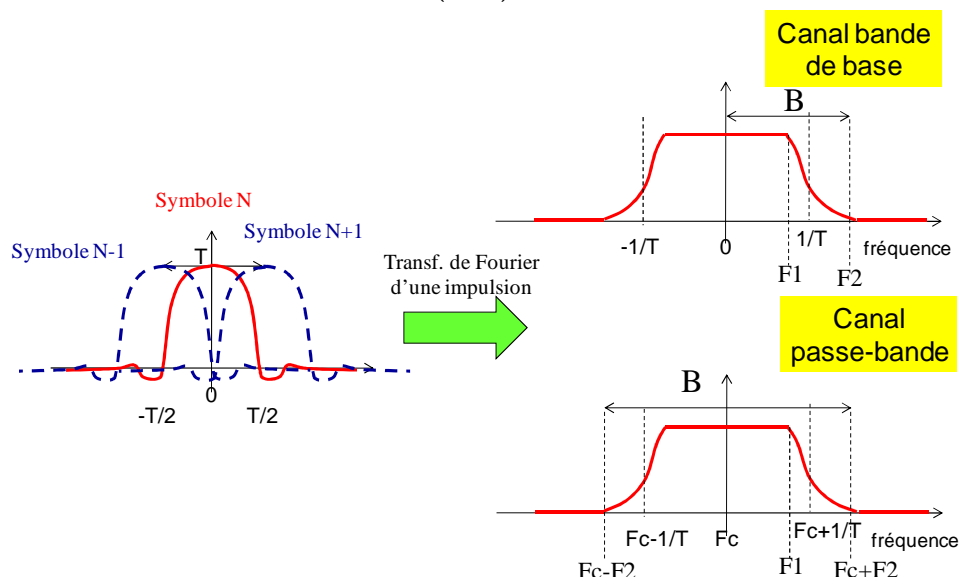
$$\overset{\circ}{M}_{\max} = 36 \text{ MBds}$$



3. Calculer le débit de symbole maximal si le signal de bande de base est mis en forme à l'aide d'un filtre à cosinus surélevé de facteur de raidissement  $r = 0.3$ .

L'utilisation d'un filtre à cosinus surélevé est un compromis entre l'impulsion rectangulaire (faible risque d'IES) et l'impulsion en sinc (occupation spectrale réduite, égale à la bande de Nyquist). Comme pour une impulsion en sinc, pour une impulsion de largeur  $T$ , il est possible d'émettre un nouveau symbole après une durée  $T/2$  après l'émission du symbole précédent. Le débit de symbole max est donc égal à :  $M_{\max}^{\circ} = \frac{2}{T}$ . En terme d'occupation spectrale, le spectre d'une impulsion filtré en cosinus surélevé s'étend  $\pm F_2$  autour de la fréquence centrale (voir figure ci-dessous). On a :  $F_2 = 0.5(1+r)M_{\max}^{\circ}$  et  $B = F_2 = 0.5(1+r)M_{\max}^{\circ}$ . Le débit max de symbole est donc de :

$$M_{\max}^{\circ} = \frac{B}{0.5(1+r)} = 55.3 \text{ MBds}$$



Dans le cas d'un canal passe-bande, on trouve :

$$2F_2 \leq B \Rightarrow B = (1+r)M_{\max}$$

$$\therefore M_{\max} = \frac{B}{(1+r)} = 27.7 \text{ MBds}$$

4. Dans les 3 cas, calculer le débit binaire.

Le signal émis est modulé en QPSK, donc chaque symbole transmis est codé par 2 bits. Le débit binaire est donc le double du débit de symbole.

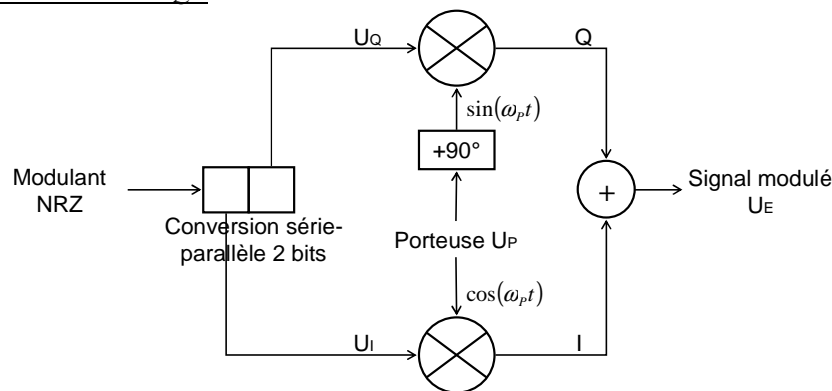
Forme d'impulsion	Canal bande de base	Canal passe bande
Rectangulaire	72 Mbits/s	36 Mbits/s
Sinc	144 Mbits/s	72 Mbits/s
Cosinus raidi	111 Mbits/s	55.4 Mbits/s

## 7. DIAPHONIE DANS UN DEMODULATEUR I/Q

On considère une modulation QPSK. On s'intéresse à l'effet d'une désynchronisation entre le signal modulé reçu et la porteuse reconstituée par le récepteur.

1. En reprenant le modulateur I/Q présenté à la figure 57, proposez le schéma de principe d'un démodulateur I/Q. Calculer les expressions théoriques des signaux modulés et démodulés.

Schéma du modulateur I/Q :



Supposons que l'amplitude du signal binaire soit égale à  $\pm A$  (Signal NRZ, un '0' est représenté par une amplitude  $-A$ , un '1' par une amplitude  $+A$ ). On peut la généraliser par les relations suivantes :

$$U_I(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos\left(k \frac{\pi}{4}\right)$$

$$U_Q(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sin\left(k \frac{\pi}{4}\right)$$

$K = \pm 1$  suivant les bits d'entrée. Le signal en sortie du modulateur peut s'écrire :

$$U_E(t) = U_I \cos(\omega_p t) + U_Q \sin(\omega_p t)$$

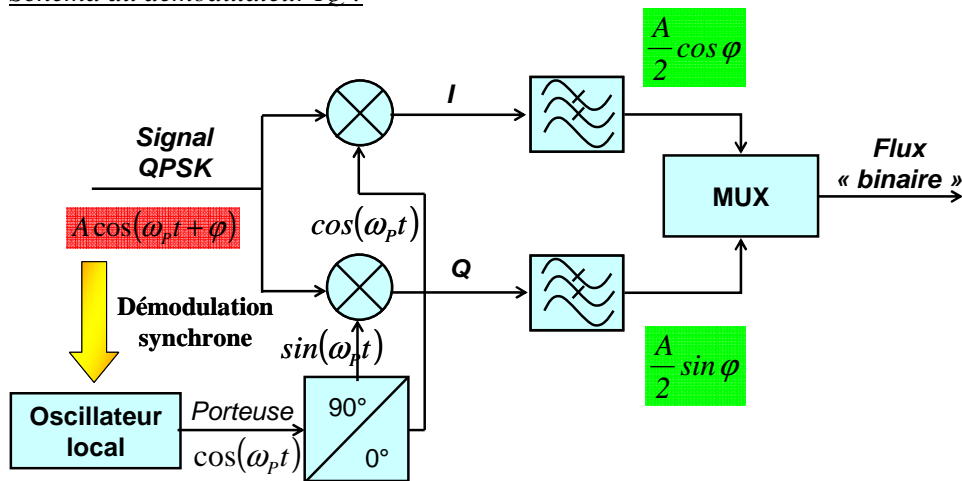
$$U_E(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \left( \cos(\omega_p t) \cos\left(k \frac{\pi}{4}\right) + \sin(\omega_p t) \sin\left(k \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$U_E(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_p t + (2k+1) \frac{\pi}{4}\right), k = 0, 1, 2, 3$$

L'amplitude du signal reste constante, seule la phase varie. Le tableau ci-dessous résume les différents états de phase pris par le signal modulé.

Symboles de 2 bits à transmettre	$U_I$	$U_Q$	Phase
11	$\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi}{4}$
10	$-\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\pi}{4}$
01	$-\frac{A}{\sqrt{2}}$	$-\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{5\pi}{4}$
00	$\frac{A}{\sqrt{2}}$	$-\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{7\pi}{4}$

Schéma du démodulateur IQ :



Sur la voie I, on trouve :

$$I = A \cos(\omega_p t + \varphi) \cos \omega_p t = A \cos \omega_p t \times (\cos \omega_p t \cos \varphi - \sin \omega_p t \sin \varphi)$$

$$I = \frac{A \cos \varphi}{2} (1 + \cos 2\omega_p t) - \frac{A \sin \varphi}{2} \sin 2\omega_p t$$

Le signal contient 2 composantes spectrales à  $2F_p$ , où  $F_p$  est la fréquence de la porteuse, et une composante à 0 Hz. Après filtrage passe bas, on trouve :

$$I = \frac{A \cos \varphi}{2}$$

Suivant la phase  $\varphi$ ,  $I = \pm \frac{A\sqrt{2}}{4}$ . Le signal peut donc prendre 2 valeurs et correspond à un signal.

On refait la même chose pour la voie Q :

$$Q = A \cos(\omega_p t + \varphi) \sin \omega_p t = A \sin \omega_p t \times (\cos \omega_p t \cos \varphi - \sin \omega_p t \sin \varphi)$$

$$Q = \frac{A \cos \varphi}{2} \sin 2\omega_p t - \frac{A \sin \varphi}{2} (1 - \cos 2\omega_p t)$$

Le signal contient 2 composantes spectrales à  $2F_p$ , où  $F_p$  est la fréquence de la porteuse, et une composante à 0 Hz. Après filtrage passe bas, on trouve :

$$Q = \frac{A \sin \varphi}{2}$$

Suivant la phase  $\varphi$ ,  $Q = \pm \frac{A\sqrt{2}}{4}$ . Le signal peut donc prendre 2 valeurs et correspond à un signal.

On reconstruit un tableau de correspondance entre la phase du signal reçu et le signal binaire reconstitué :

Phase	$U_I$	$U_Q$	Symboles de 2 bits transmis
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{A\sqrt{2}}{4}$	$\frac{A\sqrt{2}}{4}$	11
$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{4}$	$\frac{A\sqrt{2}}{4}$	10
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{4}$	01
$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{A\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{4}$	00

On retrouve les symboles transmis par le modulateur.

2. Soit  $\varphi(t)$  le déphasage instantané entre le signal modulé reçu et la porteuse reconstituée par le récepteur. Quel est l'impact sur les signaux démodulés ?

Attention de ne pas confondre  $\varphi$  (phase du signal modulé, imposé par le symbole à transmettre) et  $\varphi(t)$  le déphasage entre la porteuse reconstituée et la porteuse du signal modulé. Evaluons l'impact de ce déphasage sur la voie I :

$$I = A \cos(\omega_p t + \varphi) \cos(\omega_p t + \varphi(t))$$

$$I = A (\cos \omega_p t \cos \varphi - \sin \omega_p t \sin \varphi) \times (\cos \omega_p t \cos \varphi(t) - \sin \omega_p t \sin \varphi(t))$$

$$I = A \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_p t}{2} \right) \cos \varphi \cos \varphi(t) - \frac{\sin 2\omega_p t}{2} (\cos \varphi \sin \varphi(t) + \sin \varphi \cos \varphi(t)) + \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega_p t}{2} \right) \sin \varphi \sin \varphi(t) \right]$$

Après filtrage passe bas, on trouve :

$$I = A \left[ \frac{\cos \varphi \cos \varphi(t)}{2} + \frac{\sin \varphi \sin \varphi(t)}{2} \right]$$

On trouve une expression similaire pour la voie Q. On remarque que les signaux des voies I et Q dépendent à la fois du cosinus et du sinus de la phase  $\varphi$ , ainsi que du déphasage parasite  $\varphi(t)$ . La première partie de l'expression correspond à l'expression normale de I (sans déphasage parasite) perturbé par le déphasage parasite. La seconde partie correspond à une interférence de la voie Q (phénomène de diaphonie), qu'il faut éliminer si on veut correctement reconstituer le signal binaire transmis.

Ce résultat montre qu'il est essentiel de synchroniser correctement le démodulateur avec le modulateur (utilisation d'une PLL et d'une extraction de la porteuse à partir du signal modulé reçu).

3. On note distorsion le rapport entre le signal parasite généré par le déphasage sur le signal voulu. Quelle est la tolérance sur le déphasage pour que la distorsion soit inférieure à -40 dB ?

On note ce taux de distorsion D (exprimée en %).

$$D(\%) = 100 \cdot \left| \frac{\frac{\sin \varphi \sin \varphi(t)}{2}}{\frac{\cos \varphi \cos \varphi(t)}{2}} \right| = 100 \cdot \left| \frac{\sin \varphi \sin \varphi(t)}{\cos \varphi \cos \varphi(t)} \right|$$

En dB, l'expression s'écrit :

$$D(\text{dB}) = 20 \log \left( \left| \frac{\sin \varphi \sin \varphi(t)}{\cos \varphi \cos \varphi(t)} \right| \right) = 20 \log(|\tan \varphi| |\tan \varphi(t)|)$$

Quel que soit l'état binaire transmis,  $\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{4}$ ,  $k = 0,1,2,3$ . La distorsion s'écrit donc :

$$D(\text{dB}) = 20 \log(|\tan \varphi(t)|)$$

La contrainte est d'avoir une distorsion inférieure à -40 dB :

$$D(\text{dB}) = 20 \log(|\tan \varphi(t)|) < -40$$

$$\log(|\tan \varphi(t)|) < -2$$

$$|\tan \varphi(t)| < 0.01$$

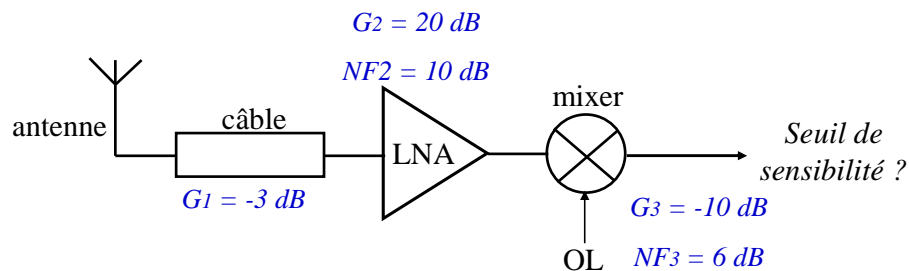
$$-0.57^\circ < \tan \varphi(t) < 0.57^\circ$$

Pour atteindre cet objectif, il faut assurer un déphasage inférieur à 1/2 degré, ce qui est une contrainte très difficile à tenir en pratique.

## 8. SENSIBILITE D'UN RECEPTEUR RADIO

Un récepteur radio pour une application de communication numérique radio vient d'être développé. Cette application transmet un signal binaire de débit binaire = 1 Mbits/s et utilise une bande passante de 2.5 MHz. Pour garantir une qualité de service suffisante, le rapport signal à bruit par bit  $E_b/N_0 > 2$  dB. Pour obtenir une couverture radio suffisante, le récepteur doit pouvoir mesurer des signaux d'au moins -107 dBm (puissance mesurée en sortie de l'antenne). On suppose que le seuil de bruit thermique présente une densité spectrale de -174 dBm/Hz.

La figure ci-dessous décrit l'architecture simplifiée de l'étage « front end » de réception. Les caractéristiques de chaque étage vous sont aussi fournies.



1. Calculer le facteur de bruit du récepteur.
2. Calculer le seuil de sensibilité en sortie du récepteur.

3. Est-ce que ce récepteur répond à la spécification attendue en terme de sensibilité ?
4. Que faudrait-il faire pour respecter la spécification en terme de sensibilité ?

1. Calcul du NF<sub>tot</sub> du récepteur

$$\text{Formule de Friis : } NF = \frac{N_{out}}{N_{in}} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{NF_N - 1}{G_1 G_2 \dots G_{N-1}}.$$

$$NF_{tot} = 1/2 + 9/0.5 + 3/10 = 18.8 \rightarrow 12.7 \text{ dB}$$

2. Seuil de sensibilité du récepteur = puissance minimale en sortie de l'étage de réception. Un signal peut être exploité correctement si il respecte un rapport signal à bruit minimal. Dans notre cas, on connaît le Eb/No, on peut en déduire le rapport SNR<sub>min</sub> :

$$SNR_{min} \text{ (dB)} = Eb/No \text{ (dB)} + 10 \log(Fb/B) = 2 + 10 \log(1/2.5) = -2 \text{ dB}$$

Ici, le SNR est négatif ce qui signifie que la puissance du signal est inférieure à la puissance du bruit ! Alors qu'un signal analogique ne pourrait plus être détecté, un signal numérique le pourrait car, selon la modulation/démodulation et les codages de canaux et sources employés, on peut détecter un signal même avec un SNR < 0 dB. Par exemple, si on a une modulation de phase. On peut ajouter un bruit très fort, l'amplitude sera très affectée mais on pourra interpréter correctement le signal tant qu'on pourra distinguer les sauts de phase.

On doit maintenant calculer le bruit en sortie du récepteur N<sub>out</sub>.

$$N_{out} = N_{in} + NF_{tot}$$

$$N_{in} = NF_0 + 10 \log(B) = -174 + 10 \log(2.5^6) = -110 \text{ dBm}$$

$$N_{out} = 12.7 - 110 = -97.3 \text{ dBm}$$

On en déduit le seuil de sensibilité de récepteur = puissance minimale en sortie S<sub>out</sub> :

$$S_{out} > N_{out} + SNR_{min} = -97.3 - 2 = -99.2 \text{ dBm}$$

3. La spécification donne la sensibilité du récepteur en terme de puissance en entrée du récepteur (puissance recueillie par l'antenne). La puissance minimale S<sub>in</sub> en entrée du récepteur est donc de :

$$S_{in} = S_{out} - G_{tot}$$

$$G_{tot} = -3 + 20 - 10 = 7 \text{ dB}$$

$$\rightarrow S_{in} > -99.2 - 7 = -106.2 \text{ dBm}$$

On ne pourra donc pas détecter un signal avec une puissance de -107 dBm. De plus, même si on parvenait à avoir S<sub>in min</sub> = -107 dBm, il faudrait s'assurer une certaine marge. Il faut donc améliorer les performances du récepteur.

4. Pour améliorer les performances du récepteur en terme de sensibilité, il faudrait soit réduire le bruit, soit augmenter le signal → augmenter le rapport signal à bruit. On peut donc agir soit sur les facteurs de bruit, soit sur les gains des étages. Cependant, on voit d'après la formule de Friis qu'agir sur certains termes est plus efficace que d'autres.

Si on agit sur le noise figure :

étage LNA : on réduit le noise figure de 1 dB → NF<sub>2</sub> = 9 dB = 7.94 → NF<sub>tot</sub> = 14.68 = 11.7 dB. On a diminué de 1 dB le noise figure du récepteur, ce qui réduit de 1 dB le seuil de sensibilité. On passe la spécification.

étage mixer : on réduit le noise figure de 1 dB → NF<sub>3</sub> = 5 dB = 3.16 → NF<sub>tot</sub> = 18.72 = 12.7 dB. On ne modifie pas le noise figure du récepteur, donc cela est inefficace.

Si on agit sur les gains :

On voit que  $G_1$  intervient plus que  $G_2$ , donc il vaut mieux agir sur ce terme. Cependant,  $NF_1 = 1/G_1$ , donc il faut veiller à ce que la réduction des pertes dans les câbles n'augmente pas trop le noise figure.

on réduit les pertes dans les câbles de 1 dB  $\rightarrow G_1 = -2 \text{ dB} = 0.63 \rightarrow NF_{\text{tot}} = 14.96 = 11.7 \text{ dB}$  et  $G_{\text{tot}} = 8 \text{ dB} \rightarrow$  on réduit le seuil de sensibilité de 2 dB, ce qui est particulièrement efficace.

En règle générale, il vaut mieux agir principalement sur les étages en amont. En pratique, on essaie de réduire les pertes inutiles sur les antennes+câbles et sur les amplificateurs d'entrée (Low Noise Amplifier !).

## 9. BILAN DE LIAISON

On reprend le récepteur de l'exercice précédent. On considère une liaison entre un émetteur de puissance égale à 20 dBm. Le gain de l'étage d'émission est de 10 dB. L'ensemble des pertes de l'émetteur est d'environ 2 dB. Le signal transmis est modulé en QPSK.

Déterminer la perte de propagation maximale pour assurer un taux d'erreur binaire supérieur à 1 %.

*On considère une modulation QPSK. Le BER est relié au rapport signal à bruit par :*

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \text{ On trouve } BER < 1\% \text{ si } E_b/N_0 > 4.3 \text{ dB.}$$

*Bilan de liaison :*

Bilan de la liaison			
<b>Emetteur</b>	Puissance entrée de l'émetteur	$P_E$	20 dBm
	Pertes émetteur	$L_E$	2 dB
	Gain émetteur	$G_E$	10 dB
	Puissance émise	$P_E = P_E - L_E + G_E$	28 dBm
<b>Récepteur</b>	$E_b/N_0$ (BER < 1 % en QPSK)	$E_b/N_0$	4.3 dB
	Débit binaire	$F_b$	1 Mbits/s
	Bande passante	$B$	2.5 MHz
	Rapport signal à bruit min.	$SNR = E_b/N_0 + 10\log(F_b) - 10\log(B)$	0.3 dB
	Densité de bruit (300 K)	$N_0 = 10\log(kT)$	-174 dBm/Hz
	Noise figure (cf exo précédent)	NF	12.7 dB
	Seuil de bruit	$N = N_0 + 10\log(B) + NF$	-97.3 dBm
	Gain récepteur	$G_R$	20 dB
	Perte récepteur	$L_R$	13 dB
	Puissance minimum reçue en entrée du récepteur	$P_R = N + SNR + L_R - G_R$	-104 dBm
Marges	Aucune spécification	$M$	0 dB
<b>Pertes de propagation maximale</b>		<b><math>L_{P \text{ max}} = P_E - P_R - M</math></b>	<b>132 dB</b>

*Lors de sa propagation dans le medium de transmission, la puissance signal peut perdre jusqu'à 132 dB. Connaissant le modèle de l'environnement de propagation, il sera possible d'établir la couverture radio du système.*



## 10. CARACTERISATION DU TAUX D'ERREUR BINAIRE D'UNE INTERFACE RADIO

Les ingénieurs d'une compagnie de fabrication de téléphone mobile viennent de développer un prototype de circuit récepteur GPRS (General Packet Radio Service). Ce prototype doit subir une batterie de tests afin de vérifier ces performances, dont un test de sensibilité. Il s'agit de vérifier que le récepteur est capable de recevoir correctement les données en présence jusqu'à une valeur limite de rapport signal sur bruit. Les spécifications de l'étage d'émission réception sont les suivantes :

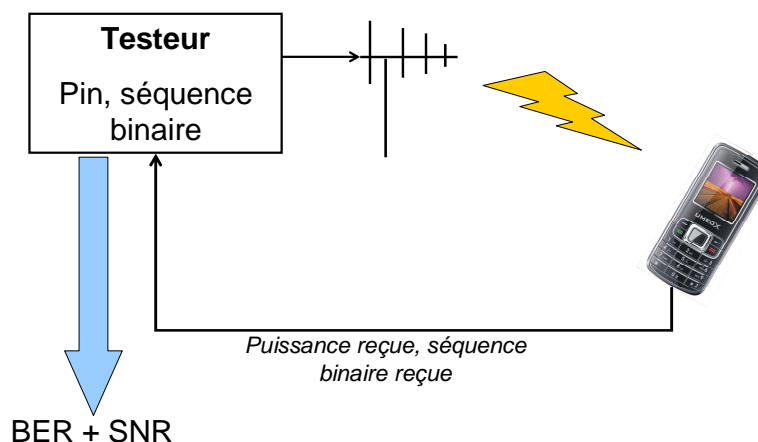
- taux d'erreur :  $BER < 0.1 \%$
- modulation : QPSK
- Fréquence bande descendante : 1805 – 1850 MHz
- largeur d'une sous bande : 200 KHz
- débit binaire maximal : 171 Kbits/s

Le test est effectué en utilisant un testeur de communication radio, capable de générer un signal RF avec un niveau de puissance précis, de récupérer le flux binaire capté et régénérer par le système sous test et de mesurer le nombre d'erreurs binaires. Dans un premier temps, le niveau de bruit est mesuré sur l'ensemble de la bande descendante. Dans un deuxième temps, durant 100 ms, une séquence binaire aléatoire est générée au rythme binaire maximal. Le flux binaire récupéré par le récepteur et la puissance du signal en entrée du récepteur sont envoyés à l'appareil de test, permettant de mesurer le nombre d'erreurs pour un rapport signal sur bruit donné. Ce test est effectué sur chaque sous bande de la bande descendante. L'équipe de test s'est intéressée à 3 sous bandes qu'on appelle A, B et C, sur lesquelles ils obtiennent les résultats suivants :

sous bande	A	B	C
SNR (dB)	6.1	5.2	8
nombre d'erreurs	15	34	45

1. Expliquer sous forme d'un schéma le protocole de mesure. Indiquer quelles sont les grandeurs mesurées.

La figure ci-dessous décrit le test effectué. L'appareil de mesure est capable de fournir le taux d'erreur binaire et le rapport signal sur bruit durant la mesure.



2. Commentez les résultats obtenus.

La modulation GMSK est proche de la modulation QPSK, on suppose que leurs courbes BER vs  $E_b/N_o$  sont identiques. A partir de la figure 50, on peut déduire le rapport signal sur bruit requis pour avoir un taux d'erreur binaire inférieur à 0.1 %. Le rapport  $E_b/N_o$  requis est de 7 dB. Dans le cas de ce test, cela correspond à un rapport signal sur bruit de :

$$\frac{S}{N} = \frac{E_b}{N_o} \times \frac{F_b}{B} \Leftrightarrow \frac{S}{N_{dB}} = \frac{E_b}{N_o_{dB}} + 10\log(F_b) - 10\log(B) = 6.3dB$$

Pour la bande A, on a obtenu 15 erreurs pour un SNR de 6.1 dB. Le taux d'erreur binaire est de :  $BER = \frac{15 \text{ erreurs}}{171 \text{ Kbits/s} \times 0.1 \text{ s}} = 0.08\%$ . Le SNR mesuré est proche du SNR requis et le BER est

légèrement inférieur au BER maximal. On est donc en accord avec le BER prédit par la théorie et la spécification est respectée sur cette bande.

Pour la bande B, on a obtenu 34 erreurs pour un SNR de 5.2 dB. Le BER est de 0.2 % et est donc trop important. Cependant, le SNR mesuré est inférieur au SNR requis. Sur cette bande, le niveau de bruit est trop élevé. En théorie, avec un SNR de 5.5 dB, le  $E_b/N_o$  est de :

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{S}{N} \times \frac{B}{F_b} \Leftrightarrow \frac{E_b}{N_o_{dB}} = \frac{S}{N_{dB}} + 10\log(B) - 10\log(F_b) = 5.88dB$$

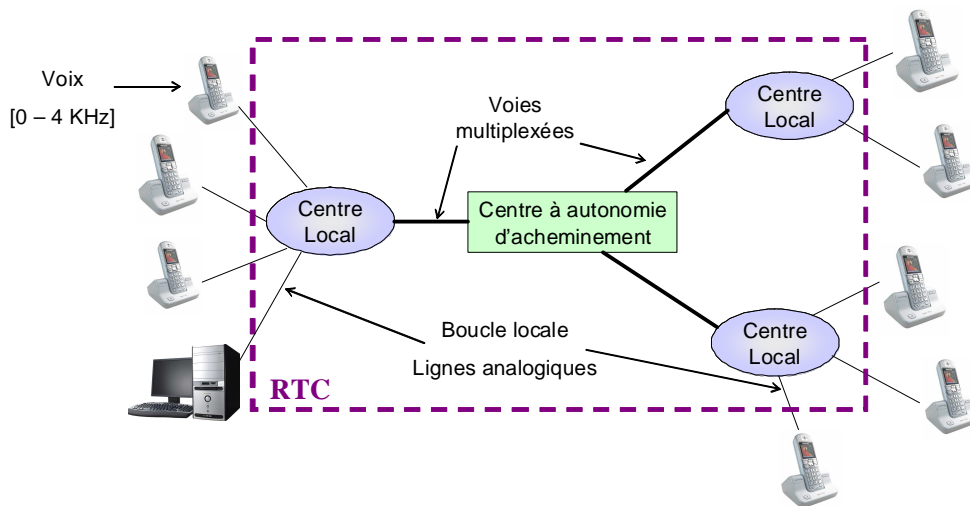
Le BER théorique est aux alentours de 0.2 %. Le résultat obtenu est donc en accord avec la théorie.

Pour la bande C, on a obtenu 45 erreurs pour un SNR de 8 dB. Le BER est de 0.25 %. On est au dessus du BER maximal exigé et pourtant, le SNR est au dessus du SNR minimal. En théorie, avec un SNR de 8 dB ( $E_b/N_o = 8.7 \text{ dB}$ ), on devrait s'attendre à un BER inférieur à 0.01 %. Soit quelque chose d'anormal s'est déroulé durant la mesure, soit les performances du récepteur ne sont pas suffisantes sur cette bande.

## 11. INTERNET HAUT DEBIT PAR LIAISON TELEPHONIQUE

Il y a quelques années, le réseau téléphonique classique appelé Réseau Téléphonique Commuté (RTC) était employé pour accéder à Internet. Cependant, les débits étaient limités dans le meilleur des cas à 56 Kbits/s, interdisant tout accès en haut débit. Cette situation faisait craindre le pire aux opérateurs téléphoniques pour leur avenir puisque, au même moment, des opérateurs concurrents investissaient sur des techniques alternatives (fibres optiques, satellites). Pourtant, les opérateurs téléphoniques ont gagné la bataille de l'Internet haut débit en continuant à transmettre sur les câbles à paires cuivrées, grâce à une famille de techniques appelée xDSL (x Digital Subscriber Line).

Dans cet exercice, nous allons analyser les techniques d'accès à Internet par le réseau RTC et par les techniques de type xDSL.



- Pourquoi un signal numérique à 56 Kbits/s ne peut pas être transmis directement en bande de base sur le réseau RTC ? Pourquoi un modem analogique est-il requis ?

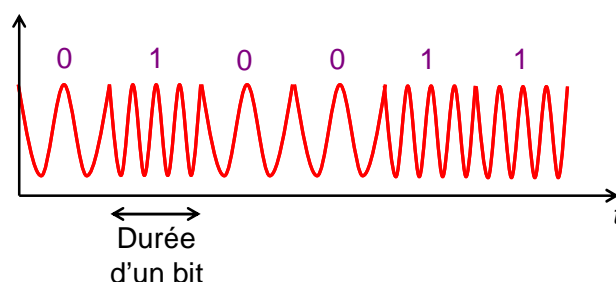
Les signaux analogiques transmis sur les lignes de boucle locale ont une bande passante de 4 KHz, ce qui permet de transmettre correctement de la voix humaine (300 Hz – 3.4 KHz). Un filtre est placé dans le combiné téléphonique pour restreindre le signal sur cette bande. La bande passante est aussi limitée non pas à cause de la bande passante propre du canal (celui-ci est une paire torsadée en cuivre, dont la bande passante va de quelques centaines de KHz jusqu'à quelques MHz), mais à la nécessité de limiter cette bande en vue du multiplexage des signaux entre centraux téléphoniques. (Les lignes sont analogiques, cela n'a rien à voir avec la nature des lignes, mais avec la nature des signaux qui transitent).

Le signal numérique émis par un ordinateur est un flux binaire de type NRZ unipolaire. Si le débit binaire est de 56 Kbits/s, alors le spectre de ce signal s'étend bien au delà de 56 KHz. La bande 0-4 KHz ne suffit pas pour transmettre le signal binaire en bande de base.

Le seul moyen pour transmettre ce flux binaire sur ce type de canal est de le moduler. Un modem analogique est nécessaire pour rester compatible avec la nature du réseau RTC.

- Quel est le débit binaire maximal qu'on peut atteindre si on emploie une modulation de type FSK, pour laquelle un '0' est transmis par une fréquence  $F$  et un '1' par une fréquence  $2F$  ? Si on emploie une modulation de type QAM64 ?

Le principe de la modulation FSK est de modifier la fréquence de la porteuse en fonction de l'état binaire à transmettre. Il faut que le spectre du signal passe dans la bande 0 – 4 KHz. Il faut au moins une période de la porteuse pour faire passer un bit. Plus la fréquence de la porteuse sera grande et plus on augmentera le débit binaire. On choisit donc comme fréquence maximale (pour l'état '1') 4 KHz. Le '0' sera donc codé par une fréquence de 2 KHz. Le débit maximal théorique sera donc de 2 KHz.



*L'utilisation d'une modulation FSK ne permet pas d'atteindre un fort débit car, en plus de la limitation en bande passante, cette modulation ne permet pas de faire passer un grand nombre de bits.*

*Une modulation M-QAM permet de faire passer beaucoup plus de bits pour une même bande passante, en raison de sa grande efficacité spectrale. En effet, si on fait passer un symbole par période de la porteuse, on peut faire passer M bits par période de porteuse. Une modulation 64-QAM est une modulation en amplitude et en phase dont la constellation comprend 64 symboles différents, codés sur 6 bits. Avec une modulation M-aire, le débit binaire est de M bits/s/Hz (c'est-à-dire M bits/s pour une porteuse de 1 Hz). En prenant une porteuse à 4 KHz, on optimise le débit binaire. Le débit binaire maximal théorique est de :  $4\text{KHz} \times 6 \text{ bits/s/Hz} = 24 \text{ Kbits/s}$ .*

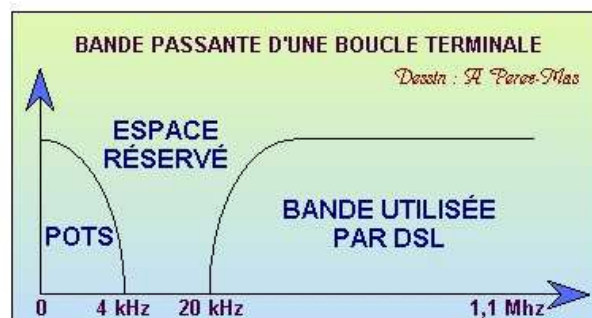
*On pourrait augmenter le nombre de bits par symbole pour augmenter le débit binaire. Avec 15 bits/s/Hz, le débit atteindrait 60 Kbits/s. Cependant, augmenter le nombre de symboles dans la constellation rend la transmission moins robuste aux perturbations. On peut conclure que même en utilisant une modulation complexe, on n'atteindra jamais le haut débit.*

*En outre, l'utilisation de la bande dédiée à la voix pour la transmission de signaux numériques ne permet de faire une utilisation simultanée pour le téléphone.*

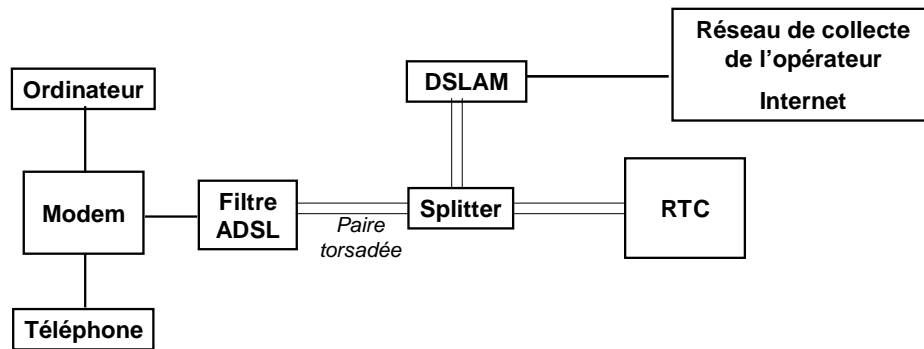
- Proposer une solution permettant d'augmenter le débit binaire en continuant à utiliser le réseau téléphonique. Quel problème apparaît pour une utilisation de type échange de données ?

*Une première solution serait d'augmenter la bande passante de la bande du réseau RTC, mais cette solution ne peut pas être envisagée puisqu'il y a nécessité de multiplexer le signal entre les centraux téléphoniques.*

*La solution qui a été proposée pour les techniques xDSL est d'utiliser toute la bande passante restante de la boucle locale, c'est-à-dire toutes les fréquences supra vocales. La bande 20 KHz – 1.1 MHz sera donc utilisée. L'utilisation de la bande dépendra de la nature de la ligne, de sa longueur et des perturbations. Par l'intermédiaire d'un multiplexage fréquentiel, on peut transmettre simultanément sans interférences la voix et les signaux numériques DSL.*

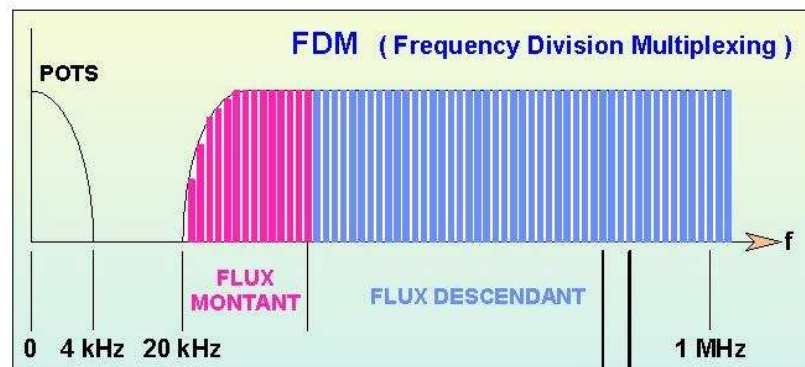


*Ci-dessous, la structure simplifiée du réseau ADSL. Le filtre ADSL permet de séparer le signal analogique en basse fréquence (voix) du signal numérique haute fréquence (données). Le filtre ADSL est constitué d'un filtre passe bas avec une fréquence de coupure de 4 KHz, et d'un filtre passe-haut avec une fréquence de coupure de 20 KHz. Le DSLAM (Digital Subscriber Line Access Multiplexer) est installé à l'autre extrémité physique de la paire de cuivre ou boucle locale. Le DSLAM se situe à la frontière entre la boucle locale et le réseau de collecte de l'opérateur.*



L'utilisation du réseau RTC avec internet est dédiée à un échange simultané de voix et de données. De plus, l'ADSL fonctionne en full duplex : il y a 2 voies pour l'échange de données, transmises simultanément : une voie montante (PC → réseau) et une voie descendante (réseau → PC).

La bande 20 KHz-1.12 MHz est donc divisée en 2 sous-bandes : une dédiée pour la voie montante, l'autre pour la voie descendante. Comme la voie descendante nécessite plus de débit que la voie montante, ces 2 sous-bandes n'ont pas la même largeur. Cette dissymétrie est à l'origine de l'appellation ADSL, A pour Asymétrie.



La bande 20 KHz – 200 KHz est attribuée à la voie montante, la bande 200 KHz – 1.12 MHz à la voie descendante.

- Une première modulation imaginée pour l'ADSL est la modulation CAP (Carrierless Amplitude Phase modulation). Celle-ci est proche d'une modulation m-QAM, mais elle est entièrement numérique. Si on utilise une modulation de type 512-CAP, quel est le débit binaire maximal théorique ?

La modulation CAP est similaire à la modulation QAM, hormis le fait qu'on soustrait la porteuse à l'émission. Celle-ci ne transporte aucune information et réduit l'efficacité énergétique du signal. Calculons le débit maximal obtenu sur la voie descendante. Supposons qu'on utilise une fréquence porteuse à 1 MHz. Une modulation 512-CAP transmet 9 bits par symbole. Avec un débit de symboles de 1 Mbauds, le débit maximum théorique est donc de 9 Mbits/s. On atteint donc du haut débit.

- Quelles sont les conséquences de l'ajout de bruit sur le signal ? Comment maintenir une qualité de service constante ?

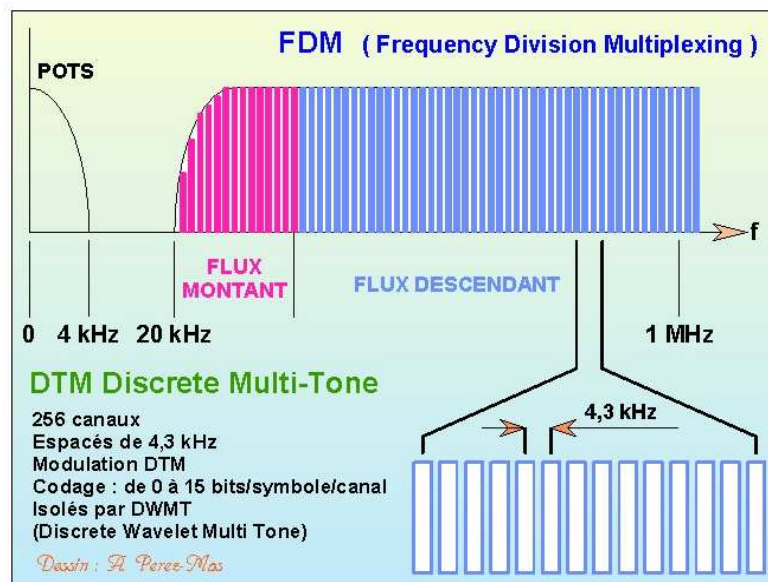
Si des perturbations sont ajoutées au signal, le rapport S/B est dégradé. La conséquence est une réduction de la capacité du canal et une augmentation du taux d'erreur binaire. L'échange de données exige une très bonne qualité de service, qui doit être maintenue même au prix d'un ralentissement. En réduisant le débit binaire, on peut réduire le taux d'erreur binaire. La modulation

*CAP propose de modifier dynamiquement la taille de la constellation, c'est-à-dire le nombre de bits par symbole, pour réduire le débit binaire.*

- Pour surmonter les problèmes de la modulation CAP, une autre modulation appelée Discrete Multi-Tone a été proposée. Elle est aussi basée sur une modulation m-QAM, mais la bande allouée est subdivisée en canaux de 4.3 KHz de largeur, 250 sous-canaux sont réservés au signal ADSL. Si une modulation de type QAM sur 15 bits est employée, quel est le débit maximal théorique ? Quel est l'avantage de cette technique de modulation par rapport à la modulation CAP en terme de robustesse au bruit ?

*Alors que la modulation CAP utilise tout le canal disponible avec une seule porteuse, la modulation DMT divise la bande passante en de multiples sous canaux de 4 kHz. Chaque sous canal transporte une partie du signal à transmettre.*

*La bande allouée à l'ADSL est subdivisée en sous canaux de 4 KHz de largeur séparés de 300 Hz. 256 canaux de 4 KHz sont donc disponibles, 42 pour la voie montante, 214 pour la voie descendante. Pour réaliser la modulation DMT, on module en bande de base en 15-QAM (on obtient une constellation de 32768 symboles !) puis on multiplexe en fréquence. On obtient donc un débit maximal sur la voie descendante de :  $214 \times 15 \text{ bits/s/Hz} \times 4 \text{ KHz} = 12.84 \text{ Mbits/s}$ .*



*La modulation CAP présente l'inconvénient de ne transmettre que sur une seule bande. Si celle-ci est perturbée, alors tout le signal est perturbé et il sera nécessaire de réduire considérablement le débit pour maintenir une qualité de service suffisante. On peut aussi faire l'analyse dans le domaine temporel. Si une porteuse de 1 MHz est employée, la durée d'un symbole sera de 1  $\mu$ s. Or, le réseau ADSL est principalement soumis à des perturbations de type impulsionnelles provenant du réseau téléphonique ou à l'activité humaine et pouvant durer jusqu'à plusieurs centaines de  $\mu$ s. Ces perturbations dégraderont donc un grand nombre de symboles.*

*En séparant la bande en sous-canaux, l'information à transmettre est répartie sur un grand nombre de sous-canaux. On ajoute ainsi de la diversité fréquentielle ce qui améliore la robustesse au bruit. Même si certaines bandes de fréquences sont perturbées, seule une partie du signal sera perturbée. La DMT ressemble à une modulation OFDM (cf cours) qui ajoute de la diversité fréquentielle. Avant de transmettre les données, la qualité de chaque sous-canaux est testée en envoyant de séquences de tests. Cela permet de savoir quels sous-canaux seront utilisés et fixer la taille de la constellation. Le débit binaire variera dynamiquement en fonction du bruit présent, de la qualité de la ligne et de sa longueur.*