Problématique du nombre de lignes	2
Définition des termes utilisés	3
Ligne	3
Circuits	
Notion de perte et de trafic	
Notion d'Erlang	3
Le dimensionnement	
Cas particulier des appels avec attente (ACD,)	
Le calcul du trafic	7
Quelques chiffres repères	7
Exercices de calculs	7
1 calcul du temps moyen d'une communication	7
2 Dimensionnement de lignes externes d'un PABX	
3 Centre d'appel 1	
4 Centre d'appel 2	

# Problématique du nombre de lignes

Un PABX est constitué d'un certains nombre de lignes usagers (on parle de PS ou postes) et de lignes externes (vers le RTC, le RNIS, un autre PABX,...).

Des lignes externes arrivent les **appels entrants**, et des lignes internes partent les **appels sortants**.

Il n'y a pas autant de lignes externes que de lignes usagers, d'une part parce que les usagers peuvent s'appeler entre eux (il n'y a donc pas besoin dans ce cas de ligne externe) et d'autre part parce que les lignes externes coûtent cher en abonnement et en facturation de communication.

Par exemple on trouve couramment des micro PABX avec 2 lignes externes et 8 lignes internes.

Le risque existe bien sur que les 8 postes veuillent simultanément appeler l'extérieur. Cela se traduira par l'impossibilité pour 6 d'entre eux de communiquer. Cette situation est extrêmement peu probable mais il y a cependant des probabilités non négligeables que parfois des communications ne puissent s'établir.

Le problème est évidemment le même sur les réseaux publics qui peut saturer quand toutes les ressources sont utilisées; chacun a pu parfois le constater.

Il est donc admis qu'un équipement de télécommunication (et particulièrement le PABX) n'offre pas à certains moments le service à tous les usagers.

La difficulté consiste à définir les bons critères pour dimensionner un équipement de télécommunication en nombre de lignes

## Définition des termes utilisés

## Ligne

Une ligne est le lien physique qui relie 2 équipements. Sur une ligne peuvent passer plusieurs communications s'il y a multiplexage.

Dans le cas d'un liaison analogique classique entre un PABX et le RTC, sur une ligne passe une communication à un moment donné.

### **Circuits**

La notion de circuit est plutôt liée à la notion de communication en numérique. Sur un circuit passe une communication (bien qu'il possible de grouper plusieurs circuits pour faire passer une communication, dans ce cas on augmente la bande passante de cette communication). Les réseaux de téléphonie sont des réseaux à commutation de circuits. Typiquement en téléphonie numérique, un circuit correspond à une voie de communication logique fournissant un débit de 64 kbps. Des termes à peu près synonymes de circuits sont IT (Intervalle de temps), canal.

Sur un ligne physique on peut avoir plusieurs circuits (cas de RNIS, de MIC,...). Dans le choix de dimensionnement d'un PABX, il vaut mieux utiliser le circuit qui correspond bien à la notion de communication.

# Notion de perte et de trafic

Supposons que nous ayons 5 circuits pour relier 2 sites. L'observation du trafic dans le temps nous indique le nombre de communications demandées fluctue et varie de 0 à 8 suivant la période de temps.

Il y aura donc des pertes à certains moments (dès que la demande dépasse 5).

Définissons les notions de trafic

- trafic offert = trafic écoulé + trafic rejeté (par manque de circuits)
- trafic écoulé = trafic répondu + trafic sans réponse (de l'appelé)
- **trafic répondu** = trafic efficace
- **efficacité** = trafic répondu/trafic écoulé

On peut calculer le pourcentage de perte maximum à un instant donné par la formule :

% perte = (trafic offert - trafic écoulé)°trafic offert

dans l'exemple ci dessus, cela donne (8-5)/8 = 0.37

# Notion d'Erlang

La mesure de trafic est assez complexe puisqu' interviennent les notions de **temps** d'une communication (on est obligé de prendre un temps moyen), de **circuits** occupés, de **trafic** offert et **d'intensité** de trafic (nombre d'appels).

K. Erlang, mathématicien danois du début du siècle, proposa un modèle probabiliste pour calculer la probabilité qu'un abonné au téléphone ne puisse pas trouver une ligne disponible. Ce modèle fut utilisé pour le dimensionnement des centraux téléphoniques. On suppose que la durée d'une communication téléphonique suit une loi de probabilité arbitraire (difficile de

faire plus général!) et que les appels ont des durées indépendantes les unes des autres (ce qui se passe 99,99% du temps).

Il a laissé son nom au Erlang, qui est l'unité de mesure de **trafic** (1 Erlang de trafic = 1 appel d'une durée d'une heure) ou de **capacité** (1 Erlang de capacité = 1 canal de transmission ou 1 serveur).

Le trafic offert en erlangs est calculé par la formule

A (erlangs) = 
$$\lambda T / 3600$$

λ est le nombre d'appels (ou sessions) par heure (c'est l'intensité de trafic) T est la durée moyenne d'une communication La valeur, qui est un nombre sans dimension, varie entre 0 et 1.

## Le dimensionnement

On a vu que pour effectuer le dimensionnement, on prenait en compte la notion de perte d'une partie du trafic (c'est le trafic rejeté).

Pour faire le calcul de dimensionnement, 3 paramètres interviennent

- A trafic en Erlang
- P probabilité de perte
- N nombre de circuits nécessaires

Le dimensionnement consiste donc à calculer le nombre de circuits N nécessaires pour écouler le trafic offert (A) avec une probabilité de perte inférieure à P.

A noter que N est supérieur à A

Pour faire ces calculs on se sert d'une formule complexe dite formule d'Erlang-B (qui date de 1917) qui donne la probabilité de blocage d'un appel.

La formule d'Erlang est la suivante (qu'il ne s'agit pas de chercher à comprendre à notre niveau) :

$$P_{B} = \frac{\frac{A^{N}}{M}}{\sum\limits_{n=0}^{N} \frac{A^{n}}{n!}}$$

Cette formule définit la probabilité de blocage  $P_B$  d'une tentative d'appel ou de transmission dans le cas d'un réseau ayant N circuits de transmission (ou serveurs) supportant un trafic de A Erlangs.

Le trafic écoulé sera le suivant :

### Trafic écoulé = A x (1-Pb)

Le calcul du nombre de circuits se fait à l'aide d'abaques (tables qui donnent les différents résultats possibles de la formule). On peut également consulter le site <a href="www.erlang.com">www.erlang.com</a> qui fournit une partie des résultats

# Cas particulier des appels avec attente (ACD,..)

Une bonne compréhension de tous ces mécanismes impliquent la connaissance de la théorie des files d'attentes qui dépasse les objectifs de la séquence.

Dans un réseau classique avec un PABX, il y a des appels entrants et des appels sortants. Dans le cas des ACD, les appels sont des appels entrants (appels vers des opératrices ; des serveurs,...). De plus il n'y a en principe pas de perte mais plutôt de l'attente.

- Les appels sont servis dans l'ordre d'arrivée (file FIFO)
- La file est en théorie infinie
- Un appel attend T secondes
- N>A pour que la file ne se remplisse pas indéfiniment.

Erlang a encore défini une formule dite Erlang C qui donne la probabilité de mise en attente d'un appel pour un trafic offert A avec N circuits.

$$P(>0) = \frac{\frac{A^N}{M!} \cdot \frac{N}{N-A}}{\sum_{n=0}^{M-1} \frac{A^n}{n!} + \frac{A^N}{M!} \cdot \frac{N}{N-A}}$$

La probabilité qu'un appel attende plus de T secondes est (D est la durée moyenne d'une communication)

$$P(\ge t) = P(\ge 0) \cdot e^{-(N-A)T}$$

Exemple de calcul à effectuer :

dans un centre d'appel, pour un trafic offert A, combien faut 'il d'opératrices pour que 98% des appels soient traités en moins de 15 secondes ?

Des abaques permettent aussi dans ce cas de déterminer les besoins en circuits (voir également le site <a href="http://persoweb.francenet.fr/~hilleret/erlangc.html">http://persoweb.francenet.fr/~hilleret/erlangc.html</a>)

## Le calcul du trafic

Le calcul du trafic en Erlangs est un élément clé pour obtenir le nombre de circuits. Comment se détermine le trafic ? Deux approches existent :

Tout d'abord bien souvent la mesure se fait à l'heure de la journée la plus chargée C'est le trafic à heure chargée. L'inconvénient de ce choix est le risque de sur-dimensionner le réseau.

- Une *première détermination* consiste à mesurer le trafic sur une semaine (il existe des appareils pour cela). Il calcule le trafic moyen pour chaque heure de la semaine (jours ouvrés). On obtient 24x5 valeurs. Le trafic à heure chargée  $A_{hc}$  retenu est la  $2^{\text{ème}}$  valeur la plus forte.
- Une *seconde méthode* consiste à faire des estimations. On détermine le nombre d'appels par jours Na
  - la durée moyenne des appels : D secondes
  - le trafic total est  $A_{tot} = Na D/3600$
  - le trafic à heure chargé est  $A_{hc} = A_{tot}/5$  (on estime que l'heure chargée représente 20% du trafic total de la journée).

# Quelques chiffres repères

- On considère qu'en général le trafic à heure chargée pour un poste utilisateur est de 0,04 E dans le monde de l'industrie et de 0,15 à 0,30 dans le domaine des services et de l'administration.
- Un trafic de 0.15 E correspond à environ des communications moyennes de 10 minutes par heure chargée.
- Une liaison MIC (30 circuits) correspond environ à un PABX de 200 postes

#### Exercices de calculs

## 1 calcul du temps moyen d'une communication

### exercice:

Soit une entreprise pour laquelle on a les données suivantes :

• pour un poste à l'heure chargée, le trafic se décompose comme suit :

trafic départ : 0.035 E
trafic arrivée : 0,045 E
trafic interne : 0,06 E

#### solution:

Le trafic total pour un poste est donc  $0,14~\rm E$  . S'il y a 10 postes, le trafic total à heure chargée  $A_{hc}$  sera  $1,4~\rm E$ 

Le temps moyen d'une communication sera :

T=A x  $3600/\lambda$  soit  $0.15 \times 3600 / 1 = 540$  secondes

# 2 Dimensionnement de lignes externes d'un PABX

#### exercice:

Une entreprise de 200 postes. Trafic par poste de 0;035 E en trafic départ et 0,045 E en arrivée

Le trafic global est respectivement de 7 E et 9 E soit 16 E au total La probabilité de perte est 1 %

### Solution:

1 Si les circuits départ et arrivée sont séparés

Les abaques donnent 14 circuits en départ et 16 en arrivée, ce qui cumulé nous donne un MIC de 30 circuits.

2 Si les circuits sont à la fois départ et arrivée (circuits mixtes), le besoin est de 25 circuits. On peut bloquer 5 circuits pour les appels départ et 5 pour les appels arrivée, les reste étant mixte. Cette méthode est plus optimale que la première.

## 3 Centre d'appel 1

### exercice:

- 3000 appels par jour
- durée moyenne des appels : 45 secondes
- repos entre appels : 5 secondes
- qualité de service souhaitée : 98% des appels traités en moins de 15 secondes

Combien faut 'il d'opérateurs ?

### solution

La durée d'appel à prendre en compte est 50s.

Le trafic à l'heure chargée est égal au trafic total/5.

Ahc =  $3000x 50/5 \times 3600 = 8,33 E$ 

T/D = 15/50 = 0.3

Les abaques pour P<2 et A=8,33 donnent 14 opérateurs.

# 4 Centre d'appel 2

Si un centre d'appel reçoit 250 appels à l'heure, que la durée moyenne de communication est de 100s et que l'objectif de qualité est que 97 % des clients attendent moins de 10 secondes :  $Ahc=250 \times 100/3600 = 6.9 E$ 

T/D = 10/100 = 0.1

P=3

Résultat 15 opérateurs