

I – INTRODUCTION

Les notions développées dans ce cours concernent tous les types de réseaux, qu'ils soient à commutation de circuit ou de paquets, qu'ils soient fixes ou mobiles. En pratique, les exemples seront pris dans chacune des catégories, sans idée préconçue.

Elles sont applicables aussi bien pour de grands réseaux publics (réseaux d'opérateurs, typiquement) que dans des réseaux privés (réseaux locaux, interconnexion de réseaux locaux constituant des réseaux privés virtuels).

On peut parler de trafic dans des cas aussi varié que les suivants :

- avions attendant une piste pour atterrir ou décoller,
- clients attendant devant les caisses d'un grand magasin,
- flots de voitures canalisées par la route,
- usagers lançant des appels téléphoniques, etc...

Le système de desserte est alors constitué par :

- les pistes de l'aérodrome,
- les guichets du grand magasin,
- les routes du réseau routier,
- le réseau téléphonique, les organes constituant le central téléphonique.

Cependant pour l'écoulement correct de ces différents courants de trafic, ces systèmes disposent d'un nombre limité de **guichets** ou **organes** qui doivent desservir dans de bonnes conditions les **visiteurs**, **clients** ou **appels téléphoniques**.

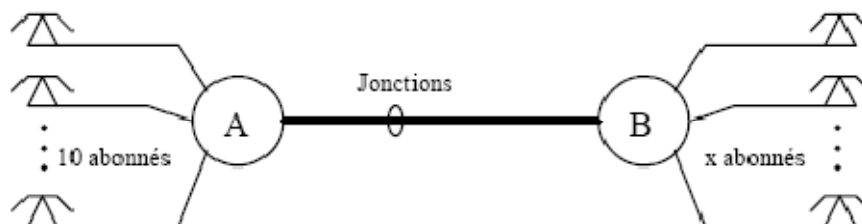
En commutation notamment, les sources de trafic sont les abonnés qui téléphonent lorsqu'ils le désirent et à n'importe quelle heure de la journée, il est donc normal d'installer un nombre d'organes en rapport avec les besoins observés. Mais si l'on n'en prévoit pas suffisamment, tous les appels ne pourront être écoulés au moment où ils sont présentés; les abonnés devront attendre de la même manière que l'on attend aux guichets d'un service lorsque le nombre de ceux-ci est insuffisant.

Au contraire si l'on prévoit un trop grand nombre d'organes ils seront mal utilisés; de la même manière que les employés du guichet attendent le client lorsqu'ils sont trop nombreux.

L'objet de ce module est d'examiner les règles utilisées pour déterminer le nombre d'organes à installer en fonction du trafic à écouler et de la qualité de service retenue.

II - OBSERVATION DE TRAFIC

Afin de dégager les différentes caractéristiques du trafic téléphonique nous allons observer un réseau téléphonique très simple constitué de 5 organes communs traitant les appels de 10 abonnés (fig.I.1).



10 lignes d'abonnés reliées au centre A. Le centre B est supposé plus grand. Pour simplifier, on considère qu'aucune communication n'est établie entre abonnés rattachés à A, par conséquent toutes les communications des abonnés de A transitent par des jonctions AB. Si on observe pendant une heure les dix lignes d'abonnés, on obtient le graphique de la figure I-1a. à partir duquel on peut faire les remarques suivantes :

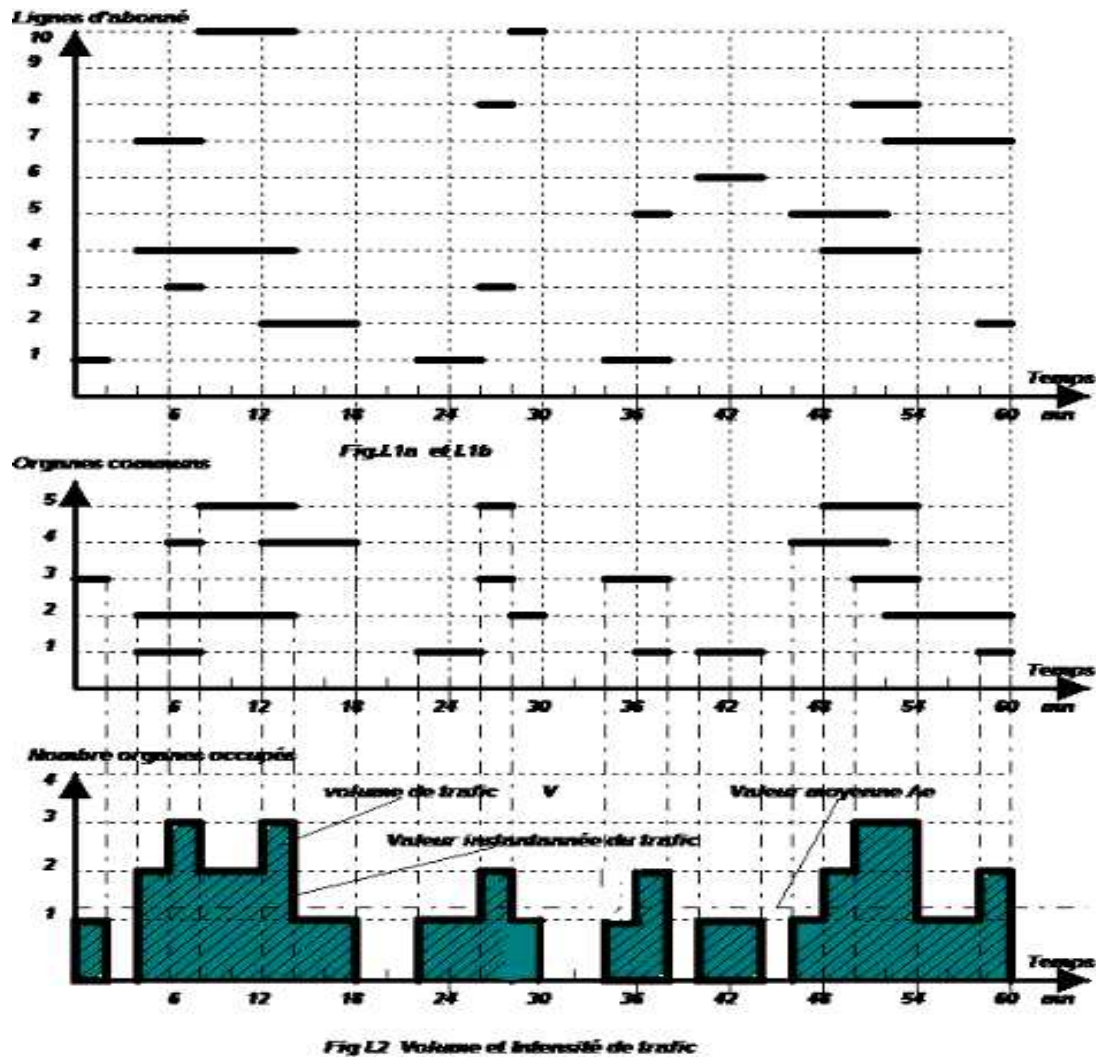
- les instants auxquels les appels apparaissent sont indépendants.
- les communications ont une durée variable, on peut toutefois calculer une durée moyenne si on observe pendant un temps plus long.
- on peut constater que les lignes d'abonnés ne sont jamais occupées simultanément.

Pour l'exemple de la figure Fig. I-1a, trois jonctions ou organes suffiraient pour écouler la totalité des communications.

Il paraît intuitif que la chance de trouver une jonction libre diminue d'autant plus que le nombre d'appels est grand et la durée moyenne de communication est longue. Nous allons essayer de dégager un certain nombre de paramètres qui nous permettront de déterminer le nombre de jonctions avec plus de rigueur.

Si on observe un ensemble de N organes pendant une durée T et on note pour chaque organe le temps t_i pendant lequel cet organe a été occupé.

Les sources d'appels constituées de lignes d'abonnés ont accès à un ensemble de 5 organes. Nous allons observer pendant 1 heure et nous noterons sur un graphe le temps pendant lequel chaque source est en communication (Fig.I.1a). A chaque com. correspond l'occupation d'un organe. Nous allons exprimer le degré d'occupation d'une ligne d'abonné tout d'abord ensuite celui de l'ensemble des 5 organes (Fig.I.1b).



1. Cas d'une ligne d'abonné :

Observons par exemple la ligne N°1 pendant une période d'une heure et notons le temps total V pendant lequel cette ligne est en conversation. On a :

$$V = 2 + 4 + 4 = 10 \text{ mn.}$$

A partir de ce résultat on peut calculer **le taux d'occupation** de cette ligne, c'est à dire :

$$A_e = \frac{\text{Temps total d'occupation}}{\text{Temps d'observation}} = \frac{10}{60} = 0,16$$

Ce résultat $A_e = 0.16$ exprime **l'intensité de trafic écoulee** par la ligne N°1 pendant une période d'une heure. Ce nombre, sans dimension, est exprimé en **Erlang**. Il représente un taux d'occupation, car dire que cette ligne écoule un trafic de 0.16 **E** revient à dire que cette ligne est occupée pendant 16% du temps d'observation. On peut dire aussi que si l'on observe cette ligne pendant 1 heure, il y a 16 chances sur 100 de la trouver occupée.

L'expression $V = 10 \text{ mn}$ (temps total d'occupation) représente, par définition, **le volume de trafic écoulé** pendant la même période d'une heure.

2. Cas de groupe de 5 organes communs :

Exprimons de la même façon que précédemment le degré d'occupation de cet ensemble, pour cela calculons le temps total d'occupation de ces 5 organes pendant la période d'une heure par exemple, on obtient le résultat suivant :

N° de l'organe occupé	Durée d'occupation en mn
1	$t_1 = 4+4+2+4+2 = 16mn$
2	$t_2 = 10 + 2 + 8 = 20mn$
3	$t_3 = 2+2+4+4 = 12mn$
4	$t_4 = 2+6+6 = 14mn$
5	$t_5 = 6+2+6 = 14mn$
Total	$V = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 76mn$

Le taux d'occupation pendant une période de 60mn d'observation est : $A_e = 76/60 = 1.26$

Ce résultat représente l'**intensité de trafic** (ou le **trafic** tout simplement) **écoulé** par les 5 organes communs pendant une période d'observation d'une heure, il est exprimé en E.

L'Erlang : correspond au trafic écoulé pendant une heure par organe qui reste occupé pendant une heure.

L'unité de trafic est l'erlang (E) [du nom du mathématicien danois A.K. Erlang].

Trafic en Erlang : $A(E) = n\theta/T$ (n appels de durée moyenne θ pendant une durée T)

Une liaison spécialisée occupée en permanence écoule un trafic de 1 E

Le trafic maximum est évidemment = 1E pour une ligne.

Permet de prévoir

- la prob. de perte d'un appel
- le temps d'attente moyen pour accéder au réseau
- le dimensionnement du réseau

Activité d'un circuit : pourcentage du temps réellement utilisé par l'échange de signaux (voix ou données)

Par exemple, un circuit occupé pendant une heure connaît un trafic de 1E, ou encore, 1 faisceau de 3 lignes occupées chacune 1/3 d'heure a un trafic de 1E.

3. Le Volume de trafic :

Le volume de trafic écoulé par cet ensemble d'organe pendant la durée T est alors :

$$V_e = \sum_{i=1}^5 t_i = 76 \text{ mn}$$

Le Volume de trafic : V_e écoulé par un ensemble de n organes au cours d'une période d'observation T est égal à la somme des temps d'occupation des i organes :

$$V_e = \sum_{i=1}^n t_i = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n \text{ Erlang.Heures} \quad [1]$$

Plus généralement, étant donné un ensemble de n organes désigné chacun par un indice i ($1 \leq i \leq n$) que l'on observe pendant une durée T.

Si $n(t)$ est le nombre d'organes occupés à l'instant t, et si on prend comme origine des temps le début de la période d'observation, le volume de trafic écoulé peut s'exprimer ainsi :

$$V_e = \int_0^T n(t) dt \quad [2]$$

4. Intensité de trafic :

L'Intensité de trafic : désignée couramment par **trafic** écoulé (A_e) est égal au volume de trafic écoulé divisé par la durée d'observation T .

L'intensité du trafic d'un organe de télécommunications [ligne d'abonné, jonctions, récepteur de signalisation, ...] est définie comme le rapport entre la durée d'occupation et la durée d'observation.

Si les temps d'occupation et la durée d'observation sont exprimés dans la même unité, l'unité de trafic est alors l'**erlang**.

Dire qu'un abonné a un trafic de 0.1 Erlang signifie tout simplement que sa ligne est coupée 10% du temps.

$$A_e = \frac{V_e}{T} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n t_i \text{ Erlang} \quad [3]$$

De la formule [2], il en résulte que le trafic écoulé est : $A_e = \frac{1}{T} \int_0^T n(t) dt$ [4]

5. **Remarque :**

L'intensité du trafic (A_e) est le nombre moyen d'équipements occupés simultanément dans le groupe pendant la durée d'observation.

$A_e = 1.26 E$ exprime qu'en moyenne 1.26 organes sont occupés simultanément.

- Pour un groupe de n organes, on a toujours $A_e \leq n E$

- Pour un organe on a toujours $A_e \leq 1 E$

Pour marquer la différence entre le volume et l'intensité de trafic, nous nous référons aux figures I.1.b et I.2 qui représente l'évolution du volume de trafic, de son intensité instantanée et de sa valeur moyenne au cours de l'observation. On constate :

- que le volume de trafic croît au fur et à mesure que le temps s'écoule;
- que l'intensité instantanée varie tantôt en croissant, tantôt en décroissant par rapport à la valeur moyenne qui elle, est constante.

Note : durée d'occupation d'un appel = durée de communication (conversation) (éventuellement !) + durée de signalisation (établissement + sonnerie + libération).

La durée de communication est la durée efficace (au sens de la taxation).

6. **Ordres de grandeur des trafics offerts pour différents types de demande.**

La plupart des trafics sont exprimés en **bidirectionnel** : il s'agit dans ce cas de la somme des trafics départ et arrivée. C'est ce qu'on observe pratiquement sur une ligne d'abonné, bidirectionnelle par nature, l'abonné étant tantôt la partie appelante (trafic de départ) tantôt la partie appelée (trafic à l'arrivée).

- ligne d'abonné résidentiel : 0,04 à 0,06 E (bid.)
- ligne professionnelle (PME, Taxiphone ...) : 0,1 à 0,2 E (bid.)
- jonction vers PABX : 0,7 E (trafic unidirectionnel à l'arrivée sur le PABX).
- □ abonné affaire (lignes groupées, grandes entreprises) $A > 0.7 E$
- poste mobile (GSM) = 0,03 E (bidirectionnel).
- circuits interurbains = 0.6 à 0.8 E

Exercice : Calculer le trafic écoulé par les 5 organes pendant une durée de 30 mn en utilisant l'expression [3].

7. **Variation du trafic. Heure Chargée :**

L'observation régulière du trafic téléphonique montre que ce dernier dépend:

- du temps : les figures I.3a, b, c et d montrent que le trafic n'est pas identique selon l'heure de la journée, le jour de la semaine et le mois de l'année (variabilité quotidienne : e.g. trafic national # trafic intercontinental ; et variabilité saisonnière).
- du lieu et des activités de ces lieux : le trafic est plus important dans une zone urbaine que dans une zone rurale par exemple.
- des circonstances imprévisibles ou accidentelles : tels que événements sociaux, politiques, sportifs, etc., variations qui entraînent de très fortes augmentations du trafic.
- enfin il faut aussi tenir compte que le trafic croît de manière permanente au cours des années.

Fig.I.3a: Variation du trafic selon l'heure de la journée

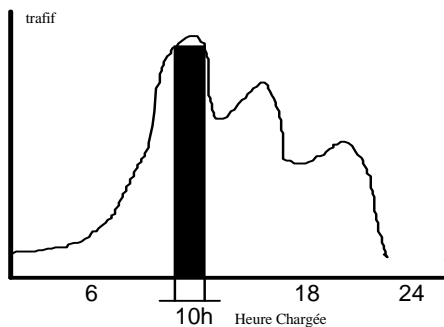


Fig.I.3b: Variation du trafic à l'H.C selon le jour de la semaine

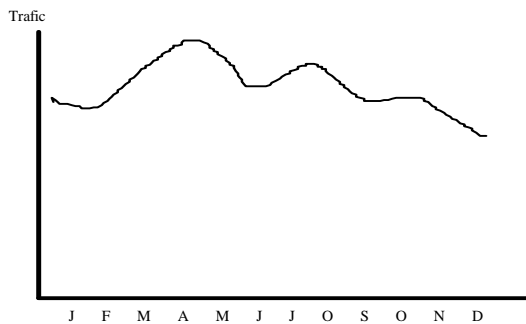
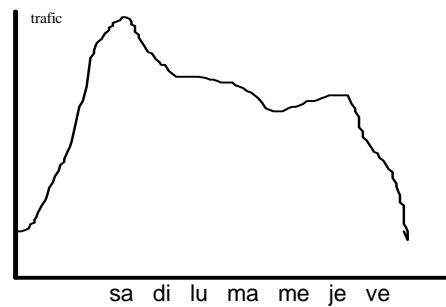


Fig.I.3c : Variation du trafic en fonction des mois de l'année

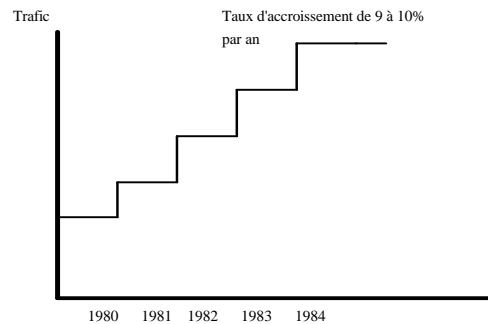


Fig.I.3d: Accroissement annuel du trafic

8. L'Heure Chargée :

Pour convenir à une base d'évaluation et de calcul, on définit l'Heure Chargée en fonction de laquelle tout réseau sera dimensionné.

Si on observe à intervalle régulier, au cours d'une journée normale le nombre de communications en cours, au niveau d'un ensemble d'organes, on obtient généralement la courbe de la figure Fig. I.3a

On désigne par heure chargée l'heure pendant laquelle le volume de trafic est le plus important. C'est la mesure de trafic pendant cette heure qui permettra de déterminer le nombre d'organes nécessaire pour acheminer l'ensemble des communications avec un taux de qualité fixé. En général on observe pendant les cinq premiers jours du mois et on prend la deuxième plus forte valeur du trafic, on compare avec les douze mois précédents et on obtient ce qu'on appelle la VRM : Valeur Représentative Mensuelle.

L'Heure Chargée: est la période des quatre quart d'heure consécutifs pendant laquelle l'intensité moyenne du trafic est la plus élevée, calcul fait sur plusieurs courbes journalières.

9. Trafic offert - écoulé - perdu :

Dans notre réseau précédent constitué de 10 sources d'appels ayant accès à 5 organes; si 5 abonnés sont déjà en conversation, tout nouvel appel qui arrive ne pourra être desservi. Par conséquent, la demande de communication excède les possibilités du système. C'est pour cela que l'on est amené à introduire les notions de trafic offert, écoulé et perdu.

Les concepts ci-dessus s'appliquent au trafic écoulé A_e .

Le trafic offert A_o serait le trafic écoulé mesuré si le nombre de serveurs était infini. On définit aussi le trafic offert = nombre moyen de tentatives d'appels pendant une période égale à la durée moyenne d'occupation d'un appel (sous-entendu réussi).

Une tentative d'appel peut être réussie ["successful"] (au plan technique) c'est-à-dire que le réseau a réussi à mettre l'appelant en liaison avec l'appelé (la connexion de bout en bout est techniquement établie); elle est considérée comme efficace ("effective") si elle donne lieu à la taxation (taxation de la durée de conversation !).

On a ainsi la répartition globale suivante :

- tentative d'appel - appel non réussi (ex : défaillance, blocage)

- appel réussi

- (1) appel avec réponse ("answer")

- (2) appel sans réponse ("no answer")

- (3) appel avec occupation ("busy")

(1) est efficace ; (2) et (3) ne sont pas efficaces (sauf si on taxe la tentative d'appel ...).

- trafic perdu ("lost") : $A_p = A_o - A_e$.

Trafic offert (A_o) : est constitué par l'ensemble des appels qui se présentent que ceux-ci soient efficaces ou non efficaces.

Estimation de A_o en régime stationnaire (cas de l'H.C.):

L'exemple précédent montre que les durées d'occupation sont très variables, on peut cependant calculer une valeur moyenne θ_m égale au total des durées d'occupation divisé par le nombre moyen d'appels offerts (λ) à l'H.C.

$$\theta_m = \frac{\text{Temps total d'occupation des organes}}{\text{Nombre moyen d'appels offerts}} = \frac{\text{Volume de trafic offert}}{\text{Nombre moyen d'appels offerts}}$$

Donc, si on considère que les appels ont une durée constante θ_m (ou durée moyenne d'une communication) et qu'il se présente λ appels par unité de temps, le volume de trafic offert V_o est tel que $V_o = (\lambda T) \theta_m$ d'où :

λ = Flux de trafic offert et peut être mesuré (par comptage des décrochages d'abonnés). $A_o = \lambda \theta_m$ exemple par

A_o = représente le nombre moyen d'organes qui seraient occupés si tous les appels étaient écoulés instantanément. Il représente aussi le nombre moyen d'appels qui se présentent pendant la durée moyenne d'une communication.

10. Trafic écoulé (A_e) : Il existe 2 systèmes de traitement des appels offerts :

- **Système avec perte** (Fig.I.4b): un appel trouvant l'ensemble des n organes occupés est immédiatement rejeté et disparaît.

- **Système avec attente** (Fig.I.4c): un appel trouvant l'ensemble des n organes occupés est mis en attente jusqu'à ce qu'il puisse être desservi.

Le trafic mesuré à la sortie sera donc \leq au trafic offert, ce trafic sera appelé le trafic écoulé (A_e).

Le trafic écoulé A_e : représente l'ensemble des appels écoulés indépendamment de leur sort postérieur

Estimation du trafic écoulé en régime stationnaire :

De même si l'on désigne par μ le nombre moyen d'appels écoulés à l'H.C (mesurable par comptage) on a :

$$\begin{aligned} V_e &= (\mu T) \theta_m \\ \text{d'où} \quad A_e &= \mu \theta_m \end{aligned}$$

C'est l'expression la plus utilisée dans la pratique pour le calcul d'organes car μ et θ_m sont deux grandeurs facilement mesurables et observables.

Exemple: Dans notre réseau précédent, en supposant que la durée d'observation d'une heure correspond à celle de l'heure chargée, calculer le trafic écoulé par les 5 organes en fonction de la durée moyenne d'occupation.

Solution:

$$\text{Le nbre moyen d'appels à l'H.C} = \frac{\text{Nombre total d'appels à l'HC}}{\text{Durée d'observation en mn}} = \frac{18}{60} = 0.3 \text{ appels/mn}$$

$$\text{Durée moyenne d'occupation d'1 organe} = \frac{\text{Temps total d'occupation des organes en mn}}{\text{Nombre total d'appels pendant l'HC}} = \frac{76}{18}$$

d'où le trafic écoulé $A_e = \frac{18}{60} \times \frac{76}{18} = 1.26$ E. On retrouve évidemment le même résultat que précédemment.

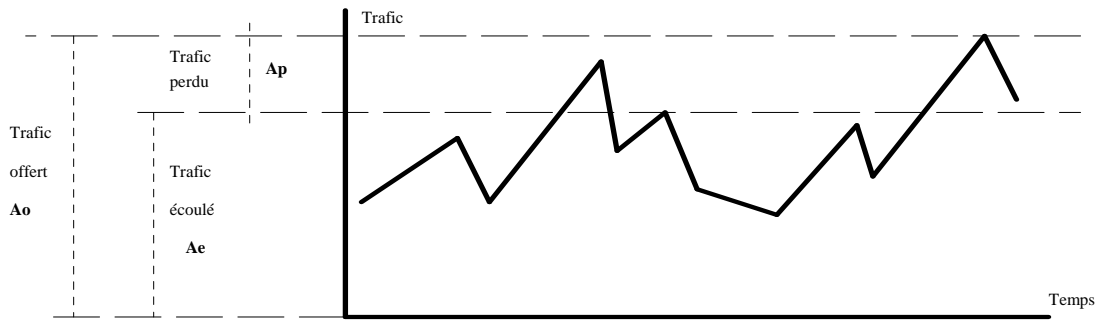


Fig. I.4 a Trafic offert - Trafic écoulé - Trafic perdu

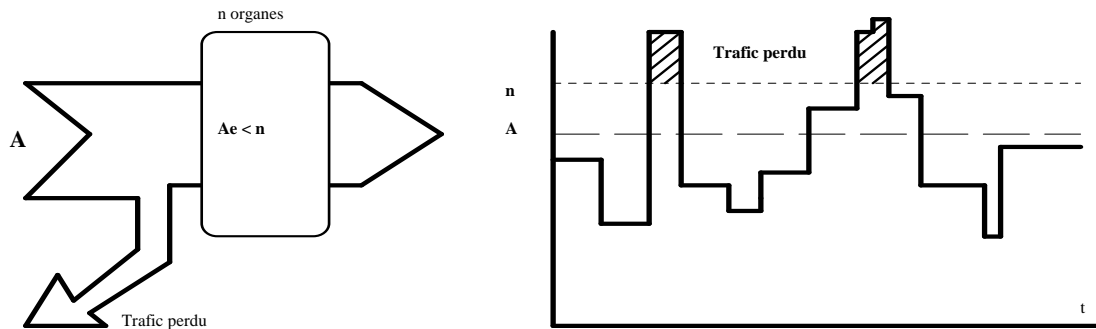


Fig. I.4b Système avec perte

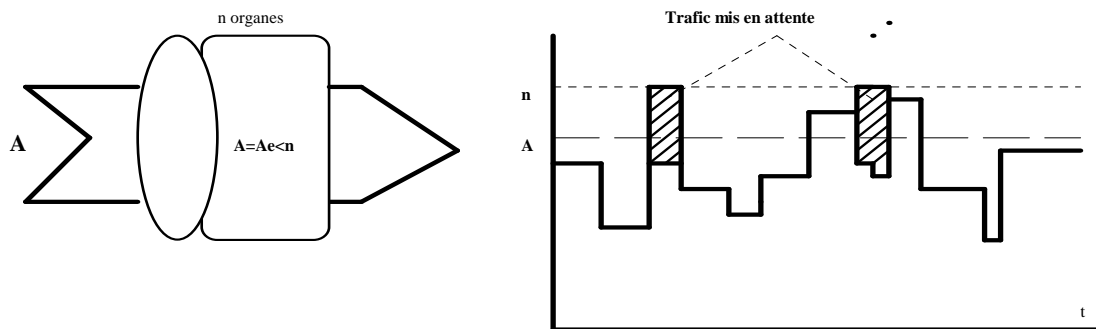


Fig. I.4c Système avec attente

11. Trafic perdu ou rejeté A_p et taux de perte : (Fig.I.4a)

$A_p = A_o - A_e$ représente le trafic perdu ou rejeté

De cette notion découle celle du taux de perte, qui représente le pourcentage du trafic perdu par rapport au trafic offert :

$$p = \frac{A_p}{A_o} = \frac{A_o - A_e}{A_o} \quad \Rightarrow \quad A_p = p A_o$$

En régime stationnaire $p = (\lambda - \mu)/\lambda$ est donc mesurable par comptage.

Le trafic offert pourra donc être estimé par la relation suivante :

$$A_o = \frac{A_e}{1 - p} \quad \Rightarrow \quad A_e = (1 - p) A_o$$

Ainsi pour imager les définitions des systèmes à perte et attente on peut exprimer par exemple que :

- dans le cas d'un système à appels perdus, dire que la prob. de perte d'un groupe d'organes est de 1/100 revient à dire qu'il y a une chance sur cent qu'un appel ne puisse franchir le groupe d'organes: 1 appel sur 100 est perdu.

- dans le cas d'un système à attente, une prob. de 1/100 correspond au fait qu'un appel sur cent attendra avant de trouver une voie de libre, c'est à dire qu'il y a une chance sur 100 pour qu'un appel subisse de l'attente.

12. Quelques significations du trafic offert A_0 :

Nous avons vu que A_0 exprime l'intensité de trafic offert au cours d'une période d'une heure. Il a d'autres significations qu'il est utile de connaître pour la suite de ce cours.

1. **A_0 représente évidemment le nombre moyen d'organes qui seraient occupés si tous les appels étaient écoulés sur le champ.**

2. **A_0 représente aussi le nombre de circuits (ou d'organes) qui seraient strictement nécessaires pour écouler le trafic sans aucune attente**, si chaque appel se présentait à l'instant précis où un circuit vient de devenir libre pour l'écouler.

3. Nous considérons une heure pendant laquelle l'intensité du trafic offert est A_0 . Si λ ($=\Sigma N$) est le nombre d'appels se produisant au cours de cette heure, la durée moyenne d'une communication θ_m évaluée en fraction d'une heure a pour valeur $\theta_m = A_0/\lambda$. Comme il se produit λ appels en une heure, pendant le temps θ_m , il s'en produit :

$\lambda \cdot \theta_m = \lambda(A_0/\lambda) = A_0$. **A_0 représente donc le nombre moyen des appels qui se produisent pendant la durée moyenne d'une communication.**

4. Evaluons d'une autre manière le nbre d'appels se produisant pendant la durée moyenne d'une communication. Désignons par kdt (k étant une cte) la prob. d'apparition d'un appel au cours d'un intervalle de temps infiniment petit dt . Le nbre moyen d'appels

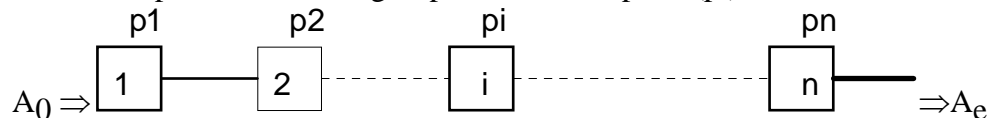
apparaissant au cours du temps θ_m est donné par l'expression : $\int_0^{\theta_m} kdt = k\theta_m$.

Par rapprochement avec l'alinéa 3 précédent, on établit la relation $A_0 = k\theta_m = \lambda\theta_m$ et si l'on prend pour unité de temps la durée θ_m (c'est à dire $k\theta_m/\theta_m$), alors $k = A_0/\theta_m = \lambda$ ce qui donne **$kdt = A_0dt = \lambda dt$**

L'expression $A_0dt = \lambda dt$ représente donc la prob. de naissance d'un appel au cours de l'intervalle de temps dt .

13. Pertes en série :

Dans le cas où les appels sont écoulés par succession de groupes d'organes, il est possible de calculer pour chacun des groupes un taux de perte (p_i).



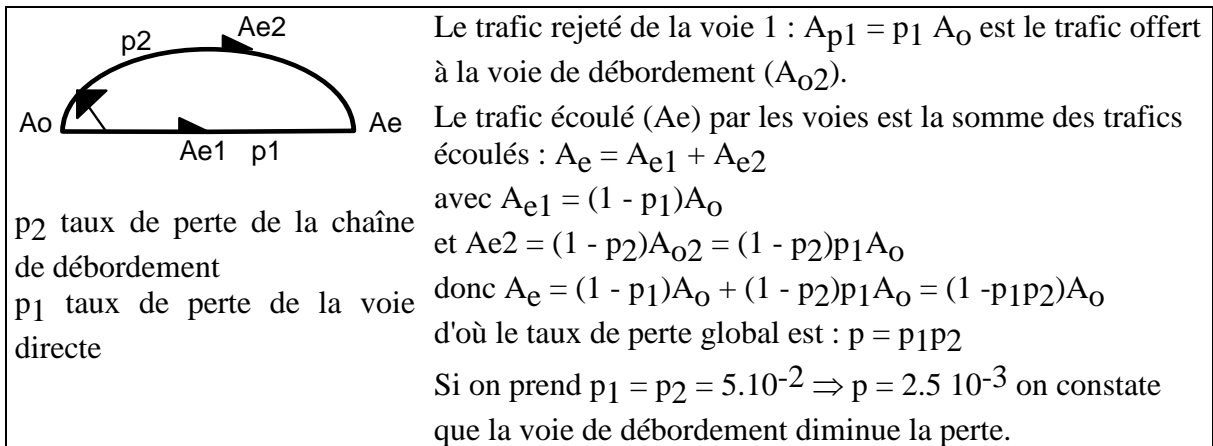
Le trafic écoulé par un groupe (A_{ei}) représente le trafic offert au suivant :

$A_{ei} = A_0(1 - p_1) \dots (1 - p_{i-1})$. On peut écrire que $A_{ei} = (1 - p_i)A_{oi}$

$A_e = A_{en} = (1 - p_n)A_{e(n-1)} = (1 - p_n)(1 - p_{n-1})A_{e(n-2)} = [(1 - p_n)(1 - p_{n-1})(1 - p_{n-2}) \dots (1 - p_1)]A_0 = (1 - \sum_i p_i + \sum_i p_i p_j - \sum_i p_i p_j p_k + \dots) A_0$ Avec $i=j$ et $i=j=k$

Si p_i est faible ($5 \cdot 10^{-2} \max$) les termes $p_i p_j$, $p_i p_j p_k$ sont négligeables, par conséquent : **$A_e = (1 - \sum_i p_i)A_0$** . Le taux de perte sur l'ensemble (p) est donc tel que: **$p = \sum_i p_i$**

14. Perte sur un débordement :



Exercice 1 : Quel est le trafic offert (en Erlang) à un groupe d'organes ?

Si le nombre d'appels λ et la durée moyenne d'occupation θ_m sont :

- a) $\lambda=1000$ appels/heure et $\theta_m=90$ secondes
- b) $\lambda=1200$ appels/heure et $\theta_m=2$ minutes
- c) $\lambda=4$ appels/heure et $\theta_m=1.6$ minutes
- d) $\lambda=3$ appels/heure et $\theta_m=0.04$ heure

Exercice 2 : Quel est le nombre d'appels/heure sur un groupe d'organes si le trafic offert est de 10E et si la durée moyenne d'occupation est de 2 mn ?

Exercice 3 : À un ensemble de 10 organes est offert 1000 appels/heure. La durée moyenne de prise d'un organe est de $\theta_m= 40$ secondes.

- a) Calculer le trafic offert,
- b) Calculer le trafic rejeté,
- c) Quel est le nombre d'appels/heure écoulé par cet ensemble ?
- d) Calculer le taux de perte (ou l'encombrement d'appels). Interpréter ce dernier résultat.